

ผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ที่มีต่อทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

THE RESULTS OF USING CPA TECHNIQUE ON MATHEMATICAL SOLVING PROBLEM SKILL IN THE PYTHAGOREAN THEOREM OF GRADE 8 STUDENTS

นลิตา สอนวารีย์¹, ปกรชัย เมืองโคตร^{2*}, รุ่งโรจน์ ศรีจันทร์แก้ว³

Nalita Sornwaree¹, Pakronchai Muangkhot^{2*}, Rungroj Srijunkaew³

^{1,2,3} โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ประเทศไทย

^{1, 2, 3} Wat Phrasimhadhat Secondary Demonstration School, College of Teacher Education, Phranakhorn Rajabhat University, Thailand

*Corresponding Author E-mail : pkhonchai@pnru.ac.th

Received: March 29, 2024; Revised: May 3, 2024; Accepted: May 20, 2024

บทคัดย่อ

การแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์มีกระบวนการวิเคราะห์หลายขั้นตอนและเข้าใจได้ยาก ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ในการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส เริ่มจาก Concrete(C) เรียนรู้ผ่านสิ่งที่เป็นรูปธรรม สัมผัสได้เพื่อเป็นสัญลักษณ์โน้มนำ Pictorial (P) เรียนรู้ผ่านภาพ เน้นให้สร้างภาพขององค์ความรู้ไปสู่ Abstract ได้ และ Abstract(A) เรียนรู้ผ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์ผ่านสิ่งที่เป็นรูปธรรม นักเรียนมองภาพรวมได้ง่ายทำให้คณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัวและมีโน้มนำทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง การวิจัยมีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA 2) เพื่อศึกษาผลการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา และแบบประเมินความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA นำไปใช้กับนักเรียนโรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุฯ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 47 คน ใช้สถิติทดสอบทีในการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากคะแนนก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 12.49 คะแนน และคะแนนหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 23.98 คะแนน 2) ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA โดยนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 23.98 คิดเป็นร้อยละ 79.93 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA อยู่ในระดับมากที่สุด

คำสำคัญ: เทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA, การแก้โจทย์ปัญหา, ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ABSTRACT

Solving math problems involves many analytical steps and can be difficult to understand. The researcher therefore used the learning management method using CPA principles learning technique to solve Pythagorean Theorem problems. Starting with Concrete(C), learning through concrete things. It can be felt to symbolize concepts. Pictorial(P) Learn through pictures. Emphasis is placed on creating images of knowledge that can be turned into abstracts and Abstract(A) Learn through mathematical symbols. Learning mathematics through concrete things Students can easily see the big picture, making mathematics close to them and having correct mathematical concepts. The purpose of this research was 1) To compare academic achievement in mathematics regarding Pythagorean theorem problems. of Mathayom 2 students before and after receiving learning using CPA principles learning techniques. 2) To study the results of the development of mathematical problem solving skills on the subject of Pythagorean Theorem problems of Mathayom 2 students who were taught with the CPA principle learning technique. 3) To study satisfaction with learning management using the CPA principles learning technique of Mathayom 2 students. The tools used in the research are Learning management plan, test to measure academic achievement and test problem solving skills. and assessment of satisfaction with learning management using CPA principles learning techniques. By studying from students in Mathayom 2/1, Demonstration School of Wat Phrasrimahadhat. Phranakhon Rajabhat University, semester 2, academic year 2021, 47 students. T-test statistics were used to test the research hypotheses. **The results showed that.** 1) Academic achievement on Pythagorean theorem problems of Mathayom 2 students after receiving the CPA learning technique was higher than before receiving the learning management. Because of the scores before studying. The average score was 12.49 points and the post-study score was 23.98 points. 2) Mathematics problem solving skills Pythagorean theorem problems. of Mathayom 2 students after being taught with the CPA principles learning technique. The students had an average score of 23.98, accounting for 79.93 percent, which is higher than the 70 percent threshold with statistical significance at the .05 level. 3) Mathayom 2 students were at the highest level of satisfaction with learning management using CPA principles learning techniques.

Keywords: Concrete Pictorial Abstract (CPA), Problem solving, Pythagorean theorem

บทนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญ ศาสตร์หนึ่ง ซึ่งการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นั่นคือ ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎีในสาระคณิตศาสตร์ที่จำเป็น พร้อมทั้งสามารถนำไป

ประยุกต์ได้ มีความสามารถในการแก้ปัญหา สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยง ให้เหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ตลอดจนการประกอบอาชีพและมีความสามารถในการเลือกสื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูลที่เหมาะสมเพื่อเป็นเครื่องมือ ในการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน และการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 ยังกล่าวไว้อีกว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญในการเรียนรู้ในยุคปัจจุบัน เพราะคณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีการวางแผนในการคิด แก้ปัญหาในสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญต่อการพัฒนาสมองและยังเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนมีความเข้าใจหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะในการนำไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับสมทรง สุวพานิช (2549) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์ก็ยังคงเป็นภาษาอย่างหนึ่งซึ่งกำหนดขึ้นด้วยข้อความทางสัญลักษณ์ที่กระชับรัดกุมและสื่อความหมายได้ ภาษาคณิตศาสตร์จึงเป็นภาษาซึ่งดำเนินไปด้วยกระบวนการคิดมากกว่าการฟัง ในการเรียนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นที่จะต้องลงมือปฏิบัติเพื่อสืบหาข้อเท็จจริงหรือแก้ไขโจทย์ปัญหาต่าง ๆ มากกว่าการฟังเพียงอย่างเดียว ซึ่งปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันนั้น การแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ยังคงเป็นศัตรูตัวร้ายสำหรับนักเรียนอยู่เสมอ แต่การแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก็เป็นหัวใจสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการฝึกความสามารถในการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นไม่ได้ใช้สำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวเท่านั้นแต่จะเน้นและฝึกทักษะกระบวนการคิดเพื่อให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาเป็น โดยสามารถเชื่อมโยงสาระความรู้และทักษะในการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันทำให้นักเรียนสามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตได้เพราะลำดับขั้นตอนในการคิดแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะคล้ายกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป อีกทั้งยังสอดคล้องกับนิวตัน อาร์ริตันเวซ และวินิทร พูนไพบูลย์ พิพัฒน์ (2564) ที่กล่าวว่า นักเรียนส่วนใหญ่จะสามารถหาคำตอบได้ แต่ไม่สามารถแสดงวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้ และบางส่วนไม่สามารถคิดคำตอบได้เนื่องจากไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหา และนำความรู้มาดำเนินการแก้ปัญหาจนสามารถสรุปคำตอบของปัญหาได้

การจัดการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งต้องเรียน 4 คาบต่อสัปดาห์ โดยในการจัดการเรียนการสอนนั้น นักเรียนจะมีการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและได้รับมอบหมายการบ้านอยู่เสมอ ในฐานะผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ 4 ได้เห็นปัญหาซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญของนักเรียนคือในเรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งอยู่ในสาระการวัดและเรขาคณิต โดยพบว่า นักเรียนไม่สามารถแก้ไขโจทย์ปัญหาทางทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ ไม่สามารถตีความ แปลความหมาย เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ดี ทั้งนี้ยังได้สัมภาษณ์ครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ 4 ท่านอื่น ๆ เพิ่มเติม ก็พบว่ามีปัญหาในประเด็นเดียวกัน ทำให้ได้ข้อสรุปว่านักเรียนยังขาดทักษะการแก้ไขโจทย์ปัญหา ซึ่งควรได้รับการพัฒนาให้ดีขึ้นและจากการพิจารณาผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ O-NET ปีการศึกษา 2561–2562 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร พบว่า ในวิชาคณิตศาสตร์มีผลคะแนนเฉลี่ยเป็น ดังนี้ ในปีการศึกษา 2561 ได้คะแนนเฉลี่ย 51.07 โดยได้คะแนนเฉลี่ยในสาระการวัดและเรขาคณิต 37.29 ในปีการศึกษา 2562 ได้คะแนนเฉลี่ย 46.67 โดยได้คะแนนเฉลี่ยในสาระการวัดและเรขาคณิต 19.19 จากข้อมูลข้างต้นจะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยมีแนวโน้มลดลงเรื่อย ๆ สะท้อนให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการเดิมยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ครูผู้สอนจึงควรปรับปรุงเปลี่ยนแปลงเทคนิครูปแบบการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น คณะผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ 4 จึงได้ศึกษาแนวทางแก้ปัญหาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหานั้น พื้นฐานที่สำคัญคือ นักเรียนควรมีมีโนมตี(Concept) ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องก่อน เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความเข้าใจในสิ่งที่ได้เรียนรู้ หากนักเรียนมีมีโนมตีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว จะสามารถเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี และยังใช้คณิตศาสตร์เชื่อมโยงความรู้ในระดับสูงที่ขึ้นได้ดีด้วย (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2012) ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2557) ที่กล่าวว่าหากนักเรียนมีความคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือเป็นจริงที่เกิดขึ้นจากสาเหตุต่าง ๆ เช่นการเข้าใจผิดในเงื่อนไขของการใช้บทนิยาม สูตร ทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ความรู้พื้นฐานทางและประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งรูปแบบการสอนของครู ก็มีผลทำให้มีโนมตีทางคณิตศาสตร์คลาดเคลื่อนได้ เพราะอาจทำให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ รวมทั้งอาจทำให้ความรู้พื้นฐานไม่ดีพอที่จะเรียนรู้มีโนมตีอื่น

สิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์คือ การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ซึ่งในปัจจุบันก็ได้มีการนำเทคนิคและกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ มาใช้ในการฝึกวิเคราะห์ โจทย์ปัญหากันในหลายรูปแบบ ทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจ ก็คือ การใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบหลักการ Concrete Pictorial Abstract (CPA) เป็นวิธีการสอนสำหรับการพัฒนามีโนมตีทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับประถมศึกษาของประเทศสิงคโปร์ (MOE, 2017 อ้างถึงใน Hui et al, 2017) จากการวิจัยของ The Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) ระบุว่าสิงคโปร์มีผลคะแนนอยู่ในระดับสูงสุดของโลกตั้งแต่ปี 2000 จนถึงปัจจุบัน ส่งผลให้นานาประเทศยอมรับถึงมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ โดยสหรัฐอเมริกาและยุโรปได้นำหลักสูตรคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ไปใช้ในโรงเรียนอย่างแพร่หลาย เห็นได้ชัดทั้งในหลักสูตรแห่งชาติและหนังสือเรียนที่หลากหลายที่นำมาใช้ในโรงเรียน (Hui et al. 2017) ซึ่งเป็นวิธีในการสร้างองค์ความรู้ มีขั้นตอนดังนี้ (1)Concrete เรียนรู้ผ่านสิ่งที่ป็นรูปธรรม (2)Pictorial เรียนรู้ผ่านภาพ โดยมีเป้าหมายให้นักเรียนสร้างภาพขององค์ความรู้ไปสู่ Abstract ได้ และ (3)Abstract เรียนรู้ผ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และดูฉนิช ฎติ(2559) ยังสนับสนุนหลักการเรียนรู้นี้ด้วยว่า หากนักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ทำให้มองภาพรวมออกได้ง่ายผ่านสิ่งที่ป็นรูปธรรม จะเป็นการเสริมแรงจูงใจให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์ป็นสิ่งใกล้ตัว นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ไปประยุกต์ใช้ได้ อีกทั้งยังมีมีโนมตีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องอีกด้วย

ด้วยความสำคัญรวมถึงที่มาของปัญหาดังกล่าว คณะผู้วิจัยจึงเห็นว่าหลักการ CPA เป็นวิธีการที่เหมาะสมต่อการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หากนักเรียนจะแสดงการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ ติความแปลภาษาของโจทย์จากนามธรรมให้ออกมาเป็นรูปธรรม โดยให้รู้ปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วใช้ภาพที่ได้มีโนมตีจากโจทย์แสดงผ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กันตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังนั้นคณะผู้วิจัยจึงต้องการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีทักษะการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นได้ในอนาคต อีกทั้งยังได้พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นอีกด้วย

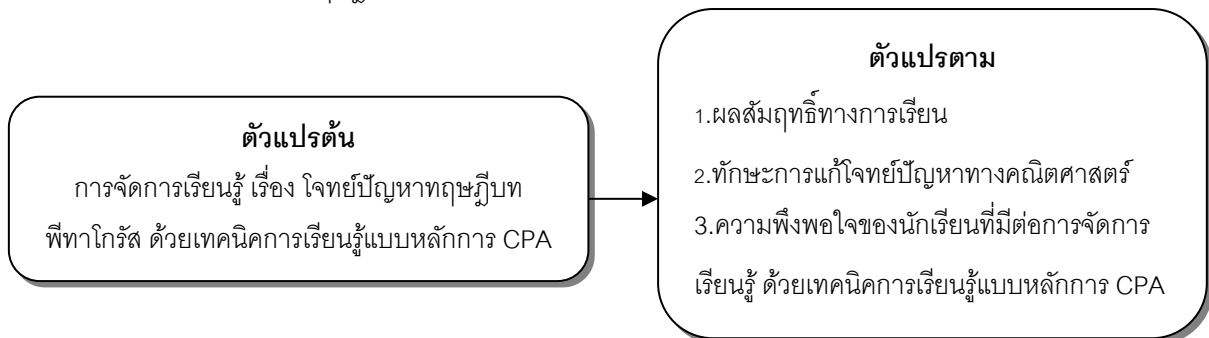
วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA

2. เพื่อศึกษาผลการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ที่มีต่อทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกำหนดกรอบแนวคิด ดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA มีคะแนนสูงกว่าร้อยละ 70
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA อยู่ในระดับมากขึ้นไป

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร จำนวน 4 ห้องเรียน มีนักเรียนรวมทั้งหมด 160 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร จำแนกขนาดตัวอย่างโดยใช้โปรแกรม G*Power ที่กำหนดประเภทการทดสอบเป็น t-test แบบ One group ใช้การกำหนดขนาดอิทธิพล (effect size) ในระดับสูง คือ .50 ความน่าจะเป็นที่ปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ที่แท้จริง (alpha) เท่ากับ .05 และอำนาจการทดสอบ (power of test) เท่ากับ .95 ได้ตัวอย่างวิจัยจากการคำนวณอย่างน้อย 34 คน แต่ในงานวิจัยนี้ใช้กลุ่มตัวอย่างวิจัยจำนวนทั้งสิ้น 47 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) และจับสลากห้องเรียนมา 1 ห้องเรียน จาก 4 ห้องเรียน เนื่องจากการจัดชั้นเรียนเป็นแบบคณะนักเรียนแก่ ปานกลางและอ่อน ทำให้นักเรียนแต่ละห้องมีลักษณะคล้ายคลึงกัน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA

ตัวแปรตาม ได้แก่ (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

(2) ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(3) ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บและรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย เป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ชี้แจงนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ เกี่ยวกับการวิจัยและวัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยเป็นครูผู้สอนในรายวิชานี้ ด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ดังนี้
แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ จำนวน 2 แผน แผนการเรียนละ 4 คาบ รวม 8 คาบเรียน เป็นระยะเวลา 2 สัปดาห์

แผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ที่ 1 จำนวน 4 คาบเรียน

คาบที่ 1 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทำแบบทดสอบก่อนเรียน

คาบที่ 2 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิม เรื่องการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกทบทวน

คาบที่ 3 ครูอธิบายรูปแบบวิธีการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ดังนี้

เทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หมายถึง เทคนิคที่ให้นักเรียนมีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อหาคำตอบอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นการสร้างความคุ้นเคยผ่านมโนคติ (C : Concrete) ขั้นตอนนี้เป็นการวิเคราะห์โจทย์ให้เกิดมโนคติเพื่อเปลี่ยนเป็นรูปธรรม โดยในการเรียนการสอน ผู้สอนจะมีภาพตั้งต้นจากสถานการณ์ในชีวิตประจำวันมาให้ แล้วให้นักเรียนนำข้อมูลจากโจทย์มาระบุตำแหน่ง ทิศทาง ระยะทางหรือความยาวของสิ่งนั้นได้

ขั้นที่ 2 ขั้นการจำแนกองค์ความรู้ (P : Pictorial) ขั้นตอนนี้เป็นการเปลี่ยนเป็นรูปภาพ โดยให้นักเรียนเชื่อมโยงการใช้ภาพจำลองปัญหาให้เข้าใจง่าย โดยในการเรียนการสอนนักเรียนจะต้องสร้างภาพสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วระบุความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากได้

ขั้นที่ 3 ขั้นสร้างความเข้าใจหลักการของรูปธรรม (A : Abstract) ขั้นตอนนี้เป็นการแปลเป็นสัญลักษณ์เพื่อจดจำ เน้นให้นักเรียนแปลความหมายของภาพจำลองปัญหาสู่สัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ โดยในการเรียนการสอนนักเรียนจะต้องนำความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากในขั้นที่ 2 มาเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส แล้วคำนวณหาความยาวด้านตามที่โจทย์กำหนด ครูยกตัวอย่างประกอบแสดงวิธีแก้ปัญหามาตามขั้นตอน และมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ

คาบที่ 4 ครูให้นักเรียนออกมาแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาจากแบบฝึกหัดที่ได้รับมอบหมายในคาบที่แล้ว โดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมทั้งร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนมีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

แผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ที่ 2 จำนวน 4 คาบเรียน

คาบที่ 5 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนวิธีการแก้ปัญหาด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ก่อน และให้นักเรียนออกมาแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาจากแบบฝึกหัดที่ได้รับมอบหมายในคาบที่แล้ว โดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมทั้งร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

คาบที่ 6 นักเรียนออกมาแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาจากแบบฝึกหัดที่ได้รับมอบหมายในคาบที่แล้ว โดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมทั้งร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

คาบที่ 7 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทบทวน เพื่อเป็นการทบทวนก่อนการสอบในคาบเรียนถัดไป

คาบที่ 8 ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หลังเรียน โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัย เลือกตอบ 4 ตัวเลือก 15 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย 3 ข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หลังเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบแล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

4. รวบรวมแบบสอบถามความพึงพอใจหลังเรียน แล้วนำผลของแบบสอบถามที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ ระยะเวลา 2 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 คาบ จำนวน 2 แผน ได้แก่

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ที่ 1 จำนวน 4 คาบเรียน

คาบที่ 1 แจ้างจุดประสงค์การเรียนรู้และทำแบบทดสอบก่อนเรียน

คาบที่ 2 ทบทวนเนื้อหาในเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส เกี่ยวกับการหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก

คาบที่ 3 สอนเรื่องโจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA และมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียน

คาบที่ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ตามที่ได้รับมอบหมายและครูให้คำแนะนำเพื่อแก้ไขหากยังมีข้อผิดพลาด

1.2 แผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ที่ 2 จำนวน 4 คาบเรียน

คาบที่ 5 ให้นักเรียนแสดงโจทย์วิธีทำปัญหาเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA และสรุปรูปแบบวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

คาบที่ 6 ให้นักเรียนแสดงโจทย์วิธีทำปัญหาเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA และสรุปรูปแบบวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

คาบที่ 7 ร่วมกันสรุปอภิปรายในบทเรียนที่ผ่านมาตลอด 7 คาบเรียน

คาบที่ 8 ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสและแบบประเมินความพึงพอใจ

2. เครื่องมือสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย ประกอบด้วย

2.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัย 15 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย 3 ข้อ

2.2 แบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นแบบประเมินแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale)

การสร้างและตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. **แผนการจัดการเรียนรู้** รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเป็นแผนรายสัปดาห์ ระยะเวลา 2 สัปดาห์ จำนวน 2 แผน ระยะเวลา 8 คาบเรียน

ในการดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลาง สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาพ.ศ. 2551 (ปรับปรุง 2560) โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) โดยศึกษา มาตรฐานตัวชี้วัด โครงสร้างเวลาในการเรียน รวมถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้

2. ศึกษาเนื้อหาเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากหนังสือเรียน คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และเว็บไซต์

3. ศึกษากระบวนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเป็นแผนรายสัปดาห์ ระยะเวลา 2 สัปดาห์ จำนวน 2 แผน ระยะเวลา 8 คาบเรียน พร้อมทั้งส่งรายละเอียดโจทย์ให้ผู้รับจ้างวาดภาพและสร้างสื่อสถานการณ์จำลองประกอบในการจัดการเรียนรู้

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ส่งให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จำนวน 2 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา จำนวน 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล 1 ท่าน ประเมินความสอดคล้องของเนื้อหา ความถูกต้อง ความชัดเจนของการจัดการเรียนรู้ ด้วยการประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงแก้ไขและนำไปใช้ทดลองต่อไป โดยการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้เป็นแบบประเมินความคิดเห็นมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale)

6. วิเคราะห์คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้โดยนำความคิดเห็นจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน มาหาค่าเฉลี่ย (\bar{x}) คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยรวมเท่ากับ 4.74 แปลความหมายของค่าเฉลี่ยตามเกณฑ์ได้ว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด (เกณฑ์ของบุญชม ศรีสะอาด และ บุญส่ง นิลแก้ว, 2535)

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มี 2 ฉบับ ได้แก่

1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยสร้างข้อสอบตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ดังนี้

ตารางที่ 1 ตารางวิเคราะห์หลักสูตร

จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนปรนัย	จำนวนอัตนัย
1. เพื่อให้นักเรียนแสดงมโนคติจากโจทย์ปัญหาได้	5	3
2. เพื่อให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามมโนคติได้	5	
3. เพื่อให้นักเรียนแปลความหมายของรูป นำมาเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตาม ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	5	
รวม	15	3

และมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากหนังสือเรียน คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และเว็บไซต์

1.2 ศึกษากระบวนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสร้างโจทย์ปัญหา จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.4 จัดทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัย เลือกตอบ 4 ตัวเลือก 20 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย 5 ข้อ พร้อมทั้งประสานงานกับผู้รับจ้างวาดภาพที่ใช้ในข้อสอบ

1.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัย เลือกตอบ 4 ตัวเลือก 20 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย 5 ข้อ ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นท่านเดียวกับที่ประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.9

1.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ที่หาค่า IOC แล้ว ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง พบว่าข้อสอบอยู่ในเกณฑ์คัดเลือกได้ 15 ข้อ มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนกด้วยดัชนีบี (b-index) ตั้งแต่ 0.33-0.67 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับด้วยวิธีการของโลเวทท์ เท่ากับ 0.77

1.7 คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัย เลือกตอบ 4 ตัวเลือก 15 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย 3 ข้อ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส

1.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยเป็นข้อสอบแบบปรนัย เลือกตอบ 4 ตัวเลือก 15 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย 3 ข้อ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบจากการทดลองใช้และการประเมินของผู้เชี่ยวชาญและปรับปรุงให้มีคุณภาพที่ดียิ่งขึ้นแล้วไปใช้ทดสอบทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2) แบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หลังเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 สร้างแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หลังเรียน จำนวน 11 ข้อ โดยใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale)

2.2 นำแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หลังเรียน ส่งให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประเมินความสอดคล้องและค่านวนหาค่า IOC ได้เท่ากับ 0.95 แปลความได้ว่ามีความสอดคล้อง ถูกต้องและชัดเจน สามารถนำไปใช้ได้

2.3 เมื่อปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้ว นำแบบสอบถามไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือต่าง ๆ มาวิเคราะห์ โดยการวิเคราะห์ จะแบ่งเป็น 3 ส่วน ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. วิเคราะห์ข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA โดยนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติทดสอบที (t-test แบบ dependent sample) ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่.05

2. วิเคราะห์ข้อมูลทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากผลการทดสอบหลังเรียน โดยนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติทดสอบที (t-test แบบ one sample test) แล้วเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่.05

3. วิเคราะห์ข้อมูลความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นำผลการประเมินที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล โดยการหาค่าเฉลี่ย (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีเป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA หลังเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสและแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยศึกษาจากกลุ่มการทดลองเพียงกลุ่มเดียว เป็นนักเรียนภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) มีนักเรียน จำนวน 47 คน โดยใช้สถิติทดสอบที ในการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย โดยผู้วิจัยสรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากคะแนนก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 12.49 คะแนน และคะแนนหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 23.98 คะแนน แสดงผลว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2. ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA โดยนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 23.98 คิดเป็นร้อยละ 79.93 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA อยู่ในระดับมากที่สุด

อภิปรายผล

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

ผู้วิจัยได้จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA เป็นแผนการจัดการเรียนรู้รายสัปดาห์ จำนวน 2 แผน แผนละ 4 คาบเรียน ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ได้ประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ ตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจนของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA และประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้เป็นแบบประเมินความคิดเห็นมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ เมื่อนำความคิดเห็นจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน มาหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.74 แปลความหมายของค่าเฉลี่ยในระดับแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด ทั้งนี้เพราะแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นนั้น มีการระบุจุดประสงค์การเรียนรู้อย่างชัดเจน มีแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงและสามารถกระทำตามลำดับขั้นตอน เมื่อผู้สอนอธิบายขั้นตอน และทำให้ดูเป็นตัวอย่าง นักเรียนจะสามารถกลับไปทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองตามขั้นตอนที่เรียนแล้วได้ ซึ่งผู้วิจัยได้วางแผนขั้นตอนแก้ปัญหาด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ในกระดาษคำตอบเป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน ส่งผลให้นักเรียนสามารถเริ่มต้นคิด วิเคราะห์โจทย์ วาดภาพพร้อมเขียนขั้นตอนการคำนวณแสดงคำตอบ และสรุปคำตอบสุดท้ายไปในกระดาษตอบได้เป็นลำดับ ในการหาประสิทธิภาพของแบบฝึกหัดและแบบทดสอบหลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ผู้วิจัยนำคะแนนเฉลี่ยมาคำนวณหาประสิทธิภาพของแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ โดยคะแนนแบบฝึกหัดคิดเป็นร้อยละ 95 ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย 15.28 จากคะแนนเต็ม 16 คะแนน แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดตามเค้าโครงที่ผู้วิจัยได้ออกแบบขั้นตอนไว้ให้ได้ และเมื่อตรวจสอบแบบฝึกหัดพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายได้ตามขั้นตอน แต่ก็ยังมีบางส่วนไม่วาดภาพหรือไม่สรุปตามที่โจทย์ถาม จึงทำให้คะแนนแบบฝึกหัดนั้นมีค่าร้อยละ 95 ดังนั้น การวางแผน จัดเตรียมรูปแบบวิธีการสอน เนื้อหา รวมถึงเอกสารแบบฝึกหัดของผู้สอน เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับนิษฐา พรสุริวงษ์ (2564) ที่กล่าวว่ารูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ฝึกให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ผ่านการคิดและจะสามารถสร้างสรรค์เป็นความรู้ของตนเองได้ อีกทั้งคุณภาพการสอนของอาจารย์วิชาคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และสภาพแวดล้อมในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ล้วนแต่ส่งผลทั้งสิ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ อาจารย์ผู้สอนควรให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีกับวิชาคณิตศาสตร์ ควรทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในการเรียน โดยการสอนให้เริ่มจากง่ายไปหายาก สอนช้า ๆ และให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ในการแก้ปัญหา ในการทำความเข้าใจพื้นฐานคณิตศาสตร์ ต้องสร้างพื้นฐานการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนทุกขั้นตอน ให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น ได้ฝึกการคิดวิเคราะห์กับโจทย์ที่หลากหลาย พร้อมทั้งอาจารย์ผู้สอนควรมีวิธีการสอนที่หลากหลาย และมีเทคนิคในการสอนที่ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาได้ง่าย และต้องคอยควบคุมการสอนในชั้นเรียนให้เกิดการเรียนรู้ อย่างมีความสุขเพื่อให้นักเรียนเปลี่ยนความคิดด้านลบเป็นการสร้างทัศนคติด้านบวกให้สูงขึ้น เพื่อเพิ่มทักษะในการเรียนให้นักเรียน ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2. ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุ ดังต่อไปนี้

ในการจัดการเรียนสอนนั้น ผู้วิจัยรับผิดชอบสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค22102) มาแล้วเป็นระยะเวลา 5 ปี จากประสบการณ์ของผู้วิจัย พบว่าการสอนด้วยวิธีปกตินั้น นักเรียนจะเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหาการคำนวณและการแสดงวิธีการเป็นลำดับขั้นตอนได้ยาก เพราะสาระวิชาหลักเป็นการคำนวณ ต้องมีการตีความโจทย์ หากนักเรียนไม่สามารถจัดกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้ จะทำให้นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหา เมื่อนักเรียนไม่เข้าใจปัญหานักเรียนก็ไม่สามารถหาคำตอบได้ จากผลการวิจัยพบว่าทักษะการแก้โจทย์ปัญหาหลังเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA มีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 23.98 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ซึ่งสูงกว่าร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เพราะการจัดการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ขึ้น เพราะนักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมจึงทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ถูกต้องไม่มีความคลาดเคลื่อน นอกจากนี้ แบบฝึกหัดที่นักเรียนได้ฝึกทำ อาจเป็นส่วนหนึ่งในการทบทวนความเข้าใจให้มากขึ้นได้ อีกทั้งนักเรียนยังสามารถเขียนสรุป อธิบายหลักการด้วยตนเองได้ ทำให้เกิดการแรงจูงใจที่ดีในกิจกรรมที่จะเรียนรู้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่ป็นนามธรรมได้ ทำให้นักเรียนเกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์ และยังทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ ซึ่งเป็นไปในทิศทางเดียวกับการศึกษาของ ณัฐวุฒิ โชติวิญญู และคณะ (2565) ที่สรุปไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบหลักการ CPA นั้นเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียนตลอดจนนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ได้ รวมไปถึงขั้นตอนกระบวนการที่นำไปสู่การสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และยังสอดคล้องกับการศึกษาของ Putri et al. (2018) ที่อธิบายว่าการสอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม จะเป็นแรงผลักดันให้นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกแห่งความเป็นจริงได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้การเรียนรู้ด้วยการลงมือทำแบบฝึกหัด ที่เน้นไปที่กระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนตามเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA จะส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนากระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น เมื่อนักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดทบทวนได้ด้วยตนเอง นักเรียนจะเริ่มเรียนรู้ขั้นตอนและกระบวนการคำนวณที่ชัดเจนจากรูปแบบขั้นตอนที่ผู้วิจัยออกแบบไว้ในแบบฝึกหัดและเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดซ้ำเป็นประจำ จะเกิดการเรียนรู้ว่าต้องเริ่มแก้โจทย์ปัญหาอย่างไรและลำดับขั้นตอน 3 ขั้นตอนตามเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA จะทำให้นักเรียนพบคำตอบได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นแนวทางเดียวกับ ชีรพล พากเพียรกิจ (2558) ที่กล่าวว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอด (Model method) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาและการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาเพราะแนวคิดโมเดลเมธอด ทำให้นักเรียนสร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้นและยังสอดคล้องกับงานวิจัยของฉัตรกาญจน์ ธาณีพูน และนางลักษณีย์ วิริยะพงษ์ (2563) ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ CPA ร่วมกับการใช้บาร์โมเดล (Bar model) ให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เพราะการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าว ช่วยส่งเสริมและพัฒนาทักษะให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA อยู่ในระดับมากที่สุด อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบ Concrete Pictorial Abstract (CPA) เป็นแนวคิดที่ทำให้นักเรียน

เข้าความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับโลกความเป็นจริง โดยเริ่มเรียนรู้จากสิ่งของที่เป็นรูปธรรม จากนั้นนำประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้มาเขียนแสดงเป็นภาพ สามารถเข้าใจและอธิบายภาพรวมและที่มาที่ไปของโจทย์ที่ซับซ้อนได้ จนนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาได้ดีที่สุด (Inma, 2020) ซึ่งพัชราพรและคณะ (2566) ก็ได้ศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete Pictorial Abstract (CPA) และตัวต่อเลโก้ ของนักเรียน พบว่านักเรียนมีความพึงใจในภาพรวมอยู่ในระดับมาก แสดงให้เห็นว่าเมื่อนักเรียนมีความสุขในการเรียน ก็จะส่งผลทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้นและยังพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนได้ดีขึ้นด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ควรจัดการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA ในเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ และรายวิชาอื่น ๆ ที่เหมาะสมได้
2. ควรมีการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสอนอื่น ๆ แล้วนำมาประยุกต์กับวิธีการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบหลักการ CPA

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ.(2560). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุงพ.ศ. 2560)*. กรุงเทพมหานคร.
- ฉัตรกาญจน์ ธานีพูน และ นางลักษณวี วิริยะพงษ์. (2563, มกราคม-มิถุนายน). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามหลักการ CPA ร่วมกับบาร์โมเดล. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์*, 22(1), 93-105.
- ณัฐกานต์ อารีรัตนเวช และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2564). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นเพื่อส่งเสริม การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. *วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม*, 20(2), 45-56. <https://ph01.tci-thaijo.org/index.php/JIE/article/view/244399>.
- ณัฐวุฒิ โชติวิญญู และคณะ. (2565). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดCONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT: CPA. *วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม*, 21(1), 33-43.
- ธีรพล พากเพียรกิจ. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/50092>
- นิชรา พรสุวิงษ์. (2564). ปัจจัยที่ส่งผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษามหาวิทยาลัยนอร์ทกรุงเทพ. *The Journal of Research and Academics*, 4(2), 177-186.
- บุญชม ศรีสะอาด และ บุญส่ง นิลแก้ว. (2535). *การวิจัยเบื้องต้น*. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัศรีนครินทรวิโรฒมหาสารคาม.

- พัชรพร เมฆขลา และคณะ (2566). การพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) และตัวต่อเลโก้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี*, 34(3), 212-225.
- วุฒิชัย ภูดี. (2559). การวิเคราะห์ข้อมูลสถิติด้วยโปรแกรม Geogebra. *รอบรู้คณิต*. ปีที่ 4, 23-27.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)*. กรุงเทพมหานคร
- สมทรง สุพานิช. (2549). *โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีและการปฏิบัติ*. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). “ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์”. ใน *พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ)*. ประเมินบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. (หน้า 110-125). กรุงเทพฯ:บพิธการพิมพ์.
- Hui, C., Hoe, L.& Lee, K. (2017). *Teaching and Learning with Concrete-Pictorial-Abstract Sequence - A Proposed Model*. *The Mathematics Educator*. Vol.17, No. 1&2 1-28.
- Hafiziani Eka Putri. (2018). Influence of concrete pictorial abstract (CPA) approach towards the enhancement of Mathematical connection ability of elementary school students. *EduHumaniora Jurnal Pendidikan Dasa*, 10(2).
- Inma, S. (2020). *The development of mathematical visualization abilities through learning implementation based on concrete pictorial abstract (CPA) approach with stick and ball geometry kit on three-dimensional geometry of students in grade 6*. [Master's degree thesis: Naresuan University]. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2012). *Measurement, evaluation, science*. Bangkok: C. EdUnition.