ค่าคงตัวในสถิติ

ความหมาย

ค่าคงตัวในสถิติ หมายถึง ค่าเฉพาะของสัญลักษณ์แทนจำนวนที่อยู่ในสูตรสถิติ เช่น π (Pi) , *e*

ความเป็นมา

นักคณิตศาสตร์ตั้งแต่สมัยโบราณพบว่าความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมหารด้วยความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้นมีค่าคงตัว ค่านี้นักคณิตศาสตร์กำหนดให้เท่ากับ π (Pi) ประมาณ 240 ปีก่อนคริสต์ศักราช อาร์คิมีดีส (Archimedes : 287-212 ปีก่อนคริสต์ศักราช) นักวิทยาศาสตร์ชาวกรีกใช้วิธีการเชิงแบบฉบับ (Classical Method) คำนวณค่า π จาคอบ แบร์นูลลี (Jacob Bernoulli : ค.ศ. 1654 - 1705) และเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler : ค.ศ.1707 - 1783) สองท่านนี้เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวสวิสเป็นผู้ค้นพบอนุกรมจำนวนหนึ่ง เมื่ออนุกรมนี้ใกล้ ∞ (infinity) มีค่าคงตัวเท่ากับ *e* อินฟินิตี้นี้มีข้อสันนิษฐานมาตั้งแต่ยุคของอาริสโตเติล (Asistotle : 384 – 322 ปีก่อนคริสต์ศักราช) ว่าอินฟินิตี้ที่เป็นไปได้มีเพียงอินฟินิตี้เดียว แต่เราไม่มีวันรู้ว่าค่าของอินฟินิตี้คืออะไร ในศตวรรษที่ 19 เกออร์ก คันทอร์ (Georg Cantor) เสนอความคิดว่า อินฟินิตี้เป็นสิ่งที่เป็นไปได้ถ้าถือว่าอินฟินิตี้มีหลายค่า ค่า π และ *e* นี้ปรากฏอยู่ในสูตรของสถิติเสมอ

อาร์คิมีดีส (Archimedes)
(287 BC ถึง 212 BC)
นักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ชาวกรีก

อาริสโตเติล (Aristotle)(384 BC – 322 BC)
นักปรัชญา นักวิทยาศาสตร์ นักคณิตศาสตร์ชาวกรีก

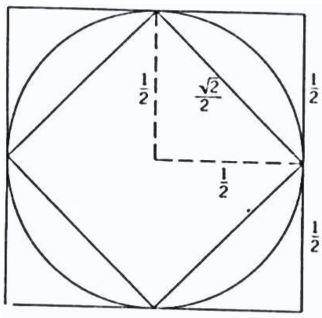
ยูโดซัส แห่งไซดัส
(Eudoxus of Cnidus)
(408 BC - 347 BC)

1. π

เป็นตัวอักษรกรีก อ่านว่า Pi คืออัตราส่วนของความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมต่อความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้น นั่นคือ ค่าที่เกิดจากความยาวของเส้นรอบวงหารด้วยความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้น

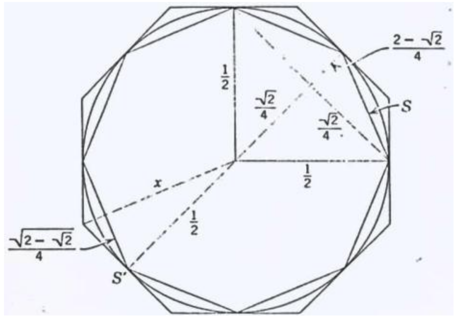
ไม่ว่าวงกลมเล็กหรือวงกลมใหญ่ค่า π มีค่าเท่ากันเสมอประมาณ 3.1416 ที่ใช้คำว่าประมาณนี้เพราะค่าดังกล่าวนั้นมีทศนิยมต่อไปอีกไม่รู้จบและไม่ซ้ำ จำนวนที่มีทศนิยมไม่รู้จบและไม่ซ้ำกันนี้เรียกว่า

จำนวนอตรรกยะ (irrational number) นักวิทยาศาสตร์ชาวกรีกสมัยโบราณพบโดยการทดลองเมื่อ 240 ปีก่อนคริสต์ศักราชว่าความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมหารด้วยความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้น ไม่ว่าวงกลมจะใหญ่หรือเล็กจะมีค่าคงที่ แรกเริ่มพวกเขากำหนดให้มีค่าประมาณเท่ากับ 3 ต่อมาคำนวณได้ 3.14 อาร์คิมีดีส (Archimedes) นักวิทยาศาสตร์ชาวกรีกเป็นคนแรกที่คิดวิธีคำนวณค่า π เรียกวิธีนี้ว่า **วิธีการเชิงแบบฉบับ** (Classical Method) โดยพัฒนามาจากวิธีการของ ยูโดซัส (Eudoxus : 408 – 347 ปีก่อนคริสต์ศักราช) นักคณิตศาสตร์ชาวกรีก เรียกว่า **Method of Exhaustion** วิธีการคำนวณเริ่มจากสร้างวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเท่ากับ 1 หน่วย ดังนั้น รัศมีของวงกลมจะเท่ากับ $\frac{1}{2}$ หน่วย เอารัศมีนี้เป็นฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จากจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้ลากเส้นไปที่เส้นรอบวงกลมเป็นเส้นประกอบของมุมฉากอีกเส้นหนึ่งซึ่งก็คือเส้นรัศมีของวงกลมยาว $\frac{1}{2}$ หน่วยอีกเช่นกัน จากจุดที่เส้นรัศมีของวงกลมสองจุดนี้ลากเส้นมาต่อกันจะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังภาพ 1 และภาพ 2 (Peterson and Hashisaki , 1967: 289)



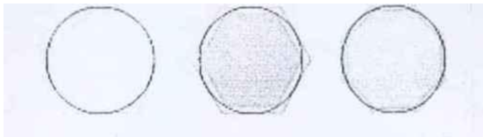
ภาพ 1. การคำนวณค่า Pi แบบหยาบ ๆ

ที่มา : John A. Peterson and Joseph Hashisaki (Peterson and Hashisaki, 1967 : 289)



ภาพ 2. การคำนวณค่า Pi ที่ละเอียดขึ้น

ที่มา : John A. Peterson and Joseph Hashisaki (Peterson and Hashisaki, 1967 : 289)



ภาพ 3. วิธีการคำนวณ ค่า Pi ของ อาร์คิมีดีส

ที่มา : Wikipedia (สืบค้นเมื่อ 5 กุมภาพันธ์ 2557) History of Mathematics .

ตามภาพ 1. นั้นจะมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลักษณะเดียวกัน 4 รูป แต่ละรูปจะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากับ

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

จากรูป 4 รูปนี้นำความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากบวกกันจะได้

$$\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

ค่านี้เป็นค่าประมาณของความยาวของเส้นรอบวงที่มีรัศมียาว $\frac{1}{2}$ หน่วย

ดังนั้น

$$\pi = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2} \cong 2 \times 1.4142 \cong 2.8284 \cong 3$$

ด้วยการสร้างรูปสามเหลี่ยมบนเส้นรอบวงกลมให้มาก ๆ ดังภาพ 2. จะทำให้คำนวณค่า π ได้ใกล้เคียงยิ่งขึ้น ๆ การคำนวณค่า π มีมาตั้งแต่ดีตอันยาวนาน

แล้ว เริ่มตั้งแต่ให้ค่า π = 3 ต่อมาปรากฏในกระดาษที่บันทึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Mathematical Papyrus) ที่ เอ. เฮนรี ไรนด์ (A. Henry Rhind) นักโบราณคดีชาวอังกฤษซื้อกระดาษนี้มาเมื่อ ค.ศ.1858 ที่เรียกว่า Rhind Papyrus ในกระดาษบันทึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เรียกชื่อว่า Ahmes Papyrus ซึ่งเขียนเมื่อประมาณ 1,650 ปีก่อนคริสต์ศักราช โดยที่ อาห์เมส (Ahmes) เขียนบอกไว้ว่าผลงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นี้เขาลอกมาจากผลงานของนักคณิตศาสตร์ที่เขียนไว้ตั้งแต่ 1,800 ปีก่อนคริสต์ศักราช ในกระดาษเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานี้ ปรากฏค่า $\pi \approx (4/3)^4 = 3.1604$ ประมาณ 240 ปีก่อนคริสต์ศักราช อาร์คิมีดีส ค้นพบว่า π มีค่าอยู่ระหว่าง 223/71 และ22/7 นั่นคือ π มีค่าอยู่ระหว่าง 3.140 และ 3.142 อีกประมาณ 400 ปีต่อมาจาก อาร์คิมีดีส ทอเลมี (Ptolemy) แห่ง อะเล็กซานเดรีย ค้นพบว่าค่า $\pi = 377/120 \approx 3.1416$ แต่หลังจากนั้นชาวตะวันตกไม่ได้คำนวณค่า π ที่ละเอียดมาเป็นเวลา ประมาณ 1,450 ปี นักคณิตศาสตร์ชาวจีนรู้เรื่องการคำนวณค่า π ของพวกตะวันตก จึงเริ่มคำนวณค่า π ที่ก้าวหน้าไปกว่าชาวตะวันตก ในศตวรรษที่ 3 หลิวฮุ่ยเริ่มวาดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูและวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 192 รูปลงในวงกลมดังภาพ 4. จากนั้นก็วาดต่อจนได้รูปดังกล่าว 3,072 รูป สามารถคำนวณค่า π ได้ 3.14159 ซึ่งมีทศนิยมมากกว่าที่ ทอเลมี (Ptolemy) คำนวณไว้ได้ทศนิยม 4 ตำแหน่ง นับว่าชาวจีนค้นคว้าค่า π ได้ก้าวหน้ากว่าชาวตะวันตกประมาณค.ศ.480 Tsu Ch'ung - chih นักคณิตศาสตร์ชาวจีนค้นพบว่าค่า $\pi = 355/113 \approx 3.1415929$ ในศตวรรษที่ 5 คณิตศาสตร์ชาวจีนสองคน คนพ่อชื่อจู่จงจือและคนลูกชื่อจู่เกิ้งจือสามารถหาค่า π ที่แม่นยำถึงทศนิยมหกตำแหน่งคือ 3.1415929203 จากพ่อลูกคู่นี้อีก 900 ปีต่อมาราว ค.ศ.1300 นักคณิตศาสตร์ชาวจีนชื่อเจ้าโหย่งซินยืนยันค่า π ค่านี้ของสองพ่อลูก นับว่าชาวจีนล้ำหน้ากว่าชาวตะวันตก 1,200 ปี ประมาณ ค.ศ. 1150 นักคณิตศาสตร์ชาวฮินดูชื่อบาสการา (Bhaskara) กำหนดให้ $\pi = 3927/1250$ เป็นค่าที่ละเอียดของ π ส่วนค่า $\frac{22}{7}$ เป็นค่าที่ไม่ละเอียดของ π และ $\sqrt{10}$ เป็นค่าของ π ที่ใช้ได้ในงานทั่ว ๆ ไป

ภาพ 4. วิธีการคำนวณค่า Pi ของ หลิวฮุ่ย
ที่มา : โรเบิร์ต เทมเพิล (ผู้เขียน)
พงศาล มีคุณสมบัติ (ผู้แปล)
(2554 : 197)

ในศตวรรษที่ 15 นักคณิตศาสตร์ชาวฮินดูพบว่า $\pi = \frac{6283}{2000} = 3.1415$ ปลาย ค.ศ. 1500 และต้น ค.ศ. 1600 มีผู้คำนวณค่า π ดังนี้ เอเดรียน แอนโธนิสซูน และบุตรชายคำนวณค่า π ได้ 3.1415929 ฟรังซัว วีตา (Francois Vieta) นักคณิตศาสตร์ ชาวฝรั่งเศสคำนวณค่า π ได้ทศนิยมถูกต้องถึง 9 ตำแหน่ง เอเดรียน แวน รูเมน (Adriaen van Roomen) นักคณิตศาสตร์ชาวเนเธอร์แลนด์คำนวณค่า π ได้ทศนิยมถูกต้องถึง 15 ตำแหน่ง ลูดอล์ฟ แวน ซีเลน (Ludolph van Ceulen) นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันคำนวณค่า π ได้ ทศนิยมถูกต้องถึง 35 ตำแหน่ง ซึ่งเป็นเรื่องที่น่าชื่นชมมากจึงเรียกจำนวนทศนิยม 35 ตำแหน่งนี้ว่า Ludolphian Number ใน ค.ศ. 1699 นักคณิตศาสตร์ชื่ออับบราฮาม ชาร์พ (Abraham Sharp) คำนวณค่า π ได้ทศนิยมถูกต้องถึง 71 ตำแหน่ง ใน ค.ศ. 1719 เดอ แลกนี (De Lagny) คำนวณค่า π ได้ทศนิยมถูกต้องถึง 112 ตำแหน่ง ที่นักคณิตศาสตร์บางคนใช้เวลามากมายหรือจนตลอดชีวิตคำนวณค่า π ให้ได้ทศนิยมมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ก็เพราะยังไม่มีใคร

พิสูจน์ได้ว่า π เป็นค่าที่มีทศนิยมไม่รู้จบและไม่ซ้ำจึงหวังว่าจะพบรูปแบบทั่วไปที่จะเขียน π ได้เป็นเศษส่วน จนกระทั่งใน ค.ศ. 1767 โจฮันน์ ไฮน์ริช ลัมแบร์ท (Johann Heinrich Lambert) พิสูจน์ได้ว่า π เป็นจำนวนอตรรกยะคือมีทศนิยมไม่ซ้ำกันไม่มีที่สิ้นสุด จึงเป็นไปไม่ได้ที่จะมีรูปแบบเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็ม การค้นหาค่า π ก็ควรจะหยุดได้ แต่นักคณิตศาสตร์ก็มิได้หยุด ยังคงนั่งคำนวณค่า π กันอยู่ ใน ค.ศ.1873 นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ วิลเลียม แซงส์ (William Shanks) คำนวณค่า π ได้ทศนิยมถึง 707 ตำแหน่ง นักคณิตศาสตร์ยอมรับมาอย่างยาวนานว่าเป็นการคำนวณค่า π ที่ยอดเยี่ยมที่สุดที่เคยกระทำกันมา แซงส์ ได้พยายามคำนวณค่า π โดยใช้เวลามากกว่า 15 ปีของชีวิตเขา ต่อมาในปี ค.ศ.1946 ดี. เอฟ. เฟอร์กูสัน (D.F. Ferguson) นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษพบว่าค่า π ที่ แซงส์ คำนวณไว้นั้นมีความผิดพลาด เฟอร์กูสัน คำนวณค่า π ที่ถูกต้องได้ทศนิยม 710 ตำแหน่ง ในเดือนและปีเดียวกันนี้ เจ. ดับเบิลยู. เวรันซ์, เจอาร์ (J.W. Wrench,Jr.) นักคณิตศาสตร์ชาวอเมริกันค้นพบค่า π ถึงทศนิยม 808 ตำแหน่ง แต่ เฟอร์กูสัน ก็พบว่าค่า π ที่ เวรันซ์ คำนวณได้นี้มีข้อผิดพลาดตรงทศนิยมตำแหน่งที่ 723 ในเดือนมกราคม ค.ศ. 1948 เฟอร์กูสัน และ เวรันซ์ ได้ร่วมกัน ตรวจสอบและคำนวณค่า π ที่ถูกต้องได้ทศนิยม 808 ตำแหน่ง ใน ค.ศ. 1949 เครื่องคำนวณ ชื่อ ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer) ที่ Army Ballistic Research Laboratories ที่เมือง Aberdeen รัฐ Maryland ในประเทศสหรัฐอเมริกา คำนวณค่า π โดยใช้เวลาประมาณ 70 ชั่วโมง ทำให้ได้ค่า π มีทศนิยมถึง 2,037 ตำแหน่ง ซึ่งเป็นการตรวจสอบความถูกต้องค่า π ที่เฟอร์กูสัน และ เวรันซ์ คำนวณค่าทศนิยมไว้ถึง 808 ตำแหน่งได้

ใน ค.ศ. 1909 วิลเลียม เจมส์ (William James) เขียนไว้ว่าจำนวนตำแหน่งทศนิยมของค่า π คงอยู่ที่แค่ 1,000 ตำแหน่งเท่านั้นและตำแหน่งทศนิยมของ π คงหยุดอยู่แค่ตำแหน่งที่ 1,000 นี้ เพราะไม่มีใครพยายามคำนวณค่า π ที่มีจำนวนทศนิยมเกินกว่า 1,000 ตำแหน่ง ถ้า วิลเลียม เจมส์ (William James) ยังมีชีวิตอยู่คงประหลาดใจว่า ยาซูมาส์ คานาดะ (Yasumas Kanada) และ วาย. ทูมาระ (Y. Tumara) แห่งมหาวิทยาลัยโตเกียว ใช้ HITAM – 208 H Supercomputer คำนวณทศนิยมของ π ได้ถึง 16 ล้านตำแหน่งค่า π นี้ลงตีพิมพ์ในหนังสือพิมพ์ Washington Post ฉบับวันอาทิตย์เต็มทั้งฉบับใช้เวลาถึง 2 วัน

ในเวลาต่อมา นักคณิตศาสตร์หลายท่านได้เสนอค่า π ในรูปของอนุกรมต่างๆ ดังนี้ (Freund,1956:178 – 189)

1. $\pi = 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \ldots$
2. $\pi^2 = 6 + 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cdots$
3. $\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} + \ldots$
4. $\pi = \cfrac{4}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25\ 49}{2 + \ldots}}}}$

2. *e*

e อ่านว่า อี เป็นอักษรชื่อตัวแรกของ Euler แต่ใช้ตัวเล็กแทน เลอนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler : ค.ศ. 1707 - 1783) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวสวิสที่เสนอความคิดเกี่ยวกับค่า *e* มีเอกสารบางเรื่องเสนอว่าจาคอบ แบร์นูลลี่ (Jacob Bernoulli : ค.ศ. 1654 - 1705) เป็นผู้พบ ค่า *e* ซึ่งมีค่าประมาณ 2.71828

e คือ ลิมิตของอนุกรม $(1 + \frac{1}{r})^r$
เมื่อ r มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ ไปใกล้ ∞ (infinity)

$$e = 2 + \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} + \ldots$$

$$e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{4 + \cfrac{4}{5 + \ldots}}}}}$$

เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler)
Portrait by Johann Georg Brucker (1756)
เกิด 15 เมษายน ค.ศ. 1707 สวิตเซอร์แลนด์
ตาย 18 กันยายน ค.ศ. 1783 อายุ 76 หรือ
อาจจะ 7 กันยายน ค.ศ. 1783
ที่ Saint Peterburg, Russian Empire

จาคอบ แบร์นูลลี (Jacob Bernoulli) บางทีเรียกว่า เจมส์ หรือ แจ็คส์ (27 ธันวาคม 1654/6 – 16 สิงหาคม 1705)

3. ฟังก์ชันลอการิทึม LOGARITHMIC FUNCTIONS

ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นความคิดสำคัญมากที่ปรากฏอยู่ในสูตรสถิติจึงขออธิบายความคิดนี้ไว้ด้วย

จอห์น เนเปียร์แห่งเมอร์คิสตัน (John Napier of Merchiston : ค.ศ.1550 – เมษายน 4, 1617) นักคณิตศาสตร์ชาวสกอต คิด ฟังก์ชันลอการิทึม เพื่อช่วยในการคำนวณ และพิมพ์เผยแพร่เป็นภาษาละตินใน ค.ศ. 1614 เป็นเวลา 3 ปี ก่อนที่เขาเสียชีวิตใน ค.ศ. 1617 อีก 2 ปี จึงมีการแปลออกเป็นภาษาอังกฤษโดย เอ็ดเวิร์ด ไร้ท์ (Edward Wright) เฮนรี บริกส์ (Henry Briggs : ค.ศ. 1561 – 1630) นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ได้อ่านผลงานเกี่ยวกับ ลอการิทึมฉบับที่เป็นภาษาละติน จึงมีความสนใจแล้วขอเดินทางไปพบ จอห์น เนเปียร์ ในฤดูร้อน ค.ศ. 1615 ที่ Edinburgh ทั้งสองได้ปรึกษากัน จอห์น เนเปียร์ (John Napier) เสนอแนะให้ เฮนรี บริกส์ สร้างตาราง ที่ใช้ฐาน 10 เฮนรี่ บริกส์ เป็นผู้พัฒนา ลอการิทึม ฐาน 10 ในปี ค.ศ. 1617 เรียกว่าลอการิทึมสามัญ (Common Logarithms) หรือเรียกว่า ลอการิทึมแบบบริกส์เพื่อให้เป็นเกียรติแก่เขา ส่วน ลอการิทึมที่ จอห์น เนเปียร์ (John Napier) คิดในปี 1614 นั้นเกี่ยวข้องกับ จึงเรียก ลอการิทึมฐาน *e* ว่า ลอการิทึมธรรมชาติ(Natural Logarithms) หรือเรียกว่า ลอการิทึมแบบเนเปียร์ Napierian Logarithms เพื่อให้เป็นเกียรติแก่ จอห์น เนเปียร์

จอห์น เนเปียร์ (John Napier)
(ค.ศ. 1550 - 1617)

เฮนรี บริกส์ (Henry Briggs)
(ค.ศ. 1561 - 1630)

บทนิยาม

เมื่อ $b > o$ และ $b \neq 1$ $y = \log_b x$

หมายถึง $b^y = x$

เช่น $2^3 = 8$ แล้ว $\log_2 8 = 3$

$10^2 = 100$ แล้ว $\log_{10} 100 = 2$

ถ้า $10^0 = 1$ แล้ว $\log_{10} 1 = 0$

$10^y = x$ แล้ว $\log_{10} x = y$

ถ้า $e^y = x$ แล้ว $\log_e x = y$

ถ้าฐานของ ลอการิทึมไม่ได้กำหนดค่าไว้ให้หมายถึง ลอการิทึมฐาน 10 เช่น $\log x$ หมายถึง $\log_{10} x$

ถ้าฐานของลอการิทึม มีค่าเป็น *e* ใช้สัญลักษณ์ว่า "ln" เช่น $\ln x$ หมายถึง $\log_e x$ มีตารางสำเร็จรูปเปิดค่า ลอการิทึมที่ใช้ค่าใดๆ เป็นฐานได้ทั้งนั้น แต่ส่วนมากจะใช้ฐาน 10 ฐาน e

เราสามารถเปลี่ยนฐานของลอการิทึม ได้เช่น เปลี่ยน $\log_{10} x$ เป็น $\log_e x$ โดยเอา 2.303 ไปคูณ $\log_{10} x$ นั่นคือ $\log_e x = 2.303 \log_{10} x$; 2.303 เป็นค่าลอการิทึมฐาน e ของ 10

$\log_e x$ สามารถเปลี่ยนเป็น $\log_{10} x$ ได้โดยเอา 0.4343 ไปคูณ $\log_e x$ ดังนั้น $\log_{10} x = 0.4343 \log_e x$; 0.4343 เป็นค่าลอการิทึม ฐาน 10 ของ e (Daniels,1928)

สมบัติของลอการิทึม มีดังนี้

1. $\log_b(mn) = \log_b m + \log_b n$

ลอการิทึม ของผลคูณเท่ากับผลบวกของ ลอการิทึม

2. $\log \dfrac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

ลอการิทึมของผลหารเท่ากับผลต่างของลอการิทึม

3. $\log_b m^r = r \log_b m$ เมื่อ r เป็นจำนวนจริง

ลอการิทึมของเลขยกกำลังเท่ากับเลขชี้กำลังคูณกับลอการิทึมของฐานของเลขยกกำลัง

สิ่งที่ควรระวังเกี่ยวกับลอการิทึมมีหลายอย่างเช่น

(1) $\log_b (m + n) \neq \log_b m + \log_b n$,

(2) $\log_b (m - n) \neq \log_b m - \log_b n$,

(3) $\dfrac{\log_b m}{\log_b n} \neq \log_b(m - n)$, และ

(4) $\dfrac{\log_b m}{\log_b n} \neq \log_b \left(\dfrac{m}{n}\right)$

4. $\log_b \dfrac{1}{m} = -\log_b m$

ลอการิทึมของ $\dfrac{1}{m}$ เท่ากับ – log ของ m

เนื่องจาก $b^0 = 1$ และ $b^1 = b$ ดังนั้นเมื่อเปลี่ยนเป็น ลอการิทึมจะได้สมบัติข้อที่ 5 และข้อที่ 6

5. $\log_b 1 = 0$

6. $\log_b b = 1$

จากสมบัติข้อ 3, $\log_b b^r = r \log_b b$.

และสมบัติข้อ 6, $\log_b b = 1$. ดังนั้นจึงได้สมบัติข้อ 7.

7. $\log_b b^r = r$.

8. $b^{\log_b m} = m$ และโดยเฉพาะ $10^{\log x} = x$ และ $e^{\ln x} = x$

สมบัติข้อ 8 นี้เป็นจริงเพราะเป็นสมบัติที่กล่าวว่า $\log_b m = \log_b m$

9. $\log_b m = \dfrac{\log_a m}{\log_a b}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

สมบัติข้อ 9 มีชื่อว่าสูตรการเปลี่ยนฐาน ของลอการิทึม กล่าวคือ สามารถเปลี่ยนลอการิทึมฐานหนึ่ง (b) เป็น log อีกฐานหนึ่ง (a) ทำให้ได้สมบัติข้อ 10 และ 11

10.ถ้า $\log_b m = \log_b n$, แล้ว m = n

11. ถ้า $b^m = b^n$, แล้ว m = n

นักคณิตศาสตร์ได้คิดตารางสำหรับลอการิทึมสามัญ (log หรือ $\log_{10}$) เสนอไว้ใน ตาราง 1 (Swokowski,1968:283 - 284)

ตาราง 1. ลอการิทึมสามัญ (COMMON LOGARITHMS)

ที่มา : Earl Swokowoski (Swokowoski , 1968 : 283 - 284)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3692
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4654	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ตาราง 1 .ลอการิทึมสามัญ (COMMON LOGARITHMS) (ต่อ)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396
5.5	.7404	.7412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474
5.6	.7482	.7490	.7497	.7505	.7513	.7520	.7528	.7536	.7543	.7551
5.7	.7559	.7566	.7574	.7582	.7589	.7597	.7604	.7612	.7619	.7627
5.8	.7634	.7642	.7649	.7657	.7664	.7672	.7679	.7686	.7694	.7701
5.9	.7709	.7716	.7723	.7731	.7738	.7745	.7752	.7760	.7767	.7774
6.0	.7782	.7789	.7796	.7803	.7810	.7818	.7825	.7832	.7839	.7846
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	.7882	.7889	.7896	.7903	.7910	.7917
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	.7952	.7959	.7966	.7973	.7980	.7987
6.3	.7993	.8000	.8007	.014	.8021	.8028	.8035	.8041	.8048	.8055
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	.8089	.8096	.8102	.8109	.8166	.8122
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ตาราง 1 . ลอการิทึมสามัญ (COMMON

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6.5	.8129	.8136	.8142	.8149	.8156	.8162	.8169	.8176	.8182	.8189
6.6	.8195	.8202	.8209	.8215	.8222	.8228	.8235	.8241	.8248	.8254
6.7	.8261	.8267	.8274	.8280	.8287	.8293	.8299	.8306	.8312	.8319
6.8	.8325	.8331	.8338	.8344	.8351	.8357	.8363	.8370	.8376	.8382
6.9	.8388	.8395	.8401	.8407	.8414	.8420	.8426	.8432	.8439	.8445
7.0	.8541	.8457	.8463	.8470	.8476	.8482	.8488	.8494	.8500	.8506
7.1	.8513	.8519	.8525	.8531	.8537	.8543	.8549	.8555	.8561	.8567
7.2	.8573	.8579	.8585	.8591	.8597	.8603	.8609	.8615	.8621	.8627
7.3	.8633	.8639	.8645	.8651	.8657	.8663	.8669	.8675	.8681	.8686
7.4	.8692	.8698	.8704	.8710	.8716	.8722	.8727	.8733	.8739	.8745
7.5	.8751	.8756	.8762	.8768	.8774	.8779	.8785	.8791	.8797	.8802
7.6	.8808	.8814	.8820	.8825	.8831	.8837	.8842	.8848	.8854	.8859
7.7	.8865	.8871	.8876	.8882	.8887	.8893	.8899	.8904	.8910	.8915
7.8	.8921	.8927	.8932	.8938	.8943	.8949	.8954	.8960	.8965	.8971
7.9	.8976	.8982	.8987	.8993	.8998	.9004	.9009	.9015	.9020	.9025
8.0	.9031	.9036	.9042	.9047	.9053	.9058	.9063	.9069	.9074	.9079
8.1	.9085	.9090	.9096	.9101	.9106	.9112	.9117	.9122	.9128	.9133
8.2	.9138	.9143	.9149	.9154	.9159	.9165	.9170	.9175	.9180	.9186
8.3	.9191	.9196	.9201	.9206	.9212	.9217	.9222	.9227	.9232	.9238
8.4	.9243	.9248	.9253	.9258	.9263	.9269	.9274	.9279	.9284	.9289
8.5	.9294	.9299	.9304	.9309	.9315	.9320	.9325	.9330	.9335	.9340
8.6	.9345	.9350	.9355	.9360	.9365	.9370	.9375	.9380	.9385	.9390
8.7	.9395	.9400	.9405	.9410	.9415	.9420	.9425	.9430	.9435	.9440
8.8	.9445	.9450	.9455	.9460	.9465	.9469	.9474	.9479	.9484	.9489
8.9	.9494	.9499	.9504	.9509	.9513	.9518	.9523	.9528	.9533	.9538
9.0	.9542	.9547	.9552	.9557	.9562	.9566	.9571	.9576	.9581	.9586
9.1	.9590	.9595	.9600	.9605	.9609	.9614	.9619	.9624	.9628	.9633
9.2	.9638	.9643	.9647	.9652	.9657	.9661	.9666	.9671	.9675	.9680
9.3	.9685	.9689	.9694	.9699	.9703	.9708	.9713	.9717	.9722	.9727
9.4	.9731	.9736	.9741	.9745	.9750	.9754	.9759	.9763	.9768	.9773
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ตาราง 1 . ลอการิทึมธรรมชาติ (COMMON LOGARITHMS)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.5	.9777	.9782	.9786	.9791	.9795	.9800	.9805	.9809	.9814	.9818
9.6	.9823	.9827	.9832	.9836	.9841	.9845	.9850	.9854	.9859	.9863
9.7	.9868	.9872	.9877	.9881	.9886	.9890	.9894	.9899	.9903	.9908
9.8	.9912	.9917	.9921	.9926	.9930	.9934	.9939	.9943	.9948	.9952
9.9	.9956	.9961	.9965	.9969	.9974	.9978	.9983	.9987	.9991	.9996
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ถ้าจะหาค่า log 4.5 จากตาราง 1 ได้ค่า log 4.5 = .6532. log 4.51 = .6542 เป็นต้น จาก log x ถ้า $x = a.10^k$ เมื่อ $1 \le a < 10$ และ k เป็นจำนวนเต็ม (integer) จะได้ว่า log x = log a + log 10^k ดังนั้น log x = log a + k เมื่อ $1 \le a < 10$, k เป็น จำนวนเต็ม

ถ้าจะหาค่า log x เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มบวก เรามีตาราง 1 หาค่า log x ของจำนวนระหว่าง 1 ถึงน้อยกว่า 10 จำนวน log a เมื่อ$1 \le a<10$ เรียกว่าค่า mantissa ค่า k เรียกว่า characteristic ของ log x เนื่องจาก log x เพิ่มขึ้น เมื่อ x เพิ่มขึ้น ถ้า $1 \le a < 10$ แล้ว ดังนั้น log 1 ≤ log a < log 10 นั่นคือ 0 ≤ log a < 1. ค่า log x ในตาราง 1 นั้น ใช้หาค่า log x เมื่อ x มีค่าระหว่าง 1 ถึงน้อยกว่า 10 เช่น log 2 = .3010 ถ้ามีค่ามากกว่านี้ก็ต้องใช้สมบัติของ log หาค่าจากตาราง 1 ได้เช่นกัน ตัวอย่างเช่น

log 43.6 หาได้ดังนี้

เปลี่ยน 43.6 เป็น (4.36 x 10)

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \log 43.6 &= \log (4.36 \times 10) \\ &= \log 4.36 + \log 10 \\ &= 0.6395 + 1 \\ &= 1.6395 \end{aligned}$$

ใน log x นั้น x เป็น antilog ของ log x เช่น

log 43.6 = 1.6395

Antilog (1.6395) = 43.6 ซึ่งก็คือค่า x

ค่าเหล่านี้ หมายความว่า 10 ยกกำลัง 1.6395 เท่ากับ 43.6

สำหรับ ลอการิทึมธรรมชาติของ x หรือ $\log_e x$ หรือ ln x มีตารางสำหรับหาค่า ลอการิทึมธรรมชาติ ดังตาราง 2. (Haeussler and Paul, 1990 : 778-780) วิธีการหาค่า ln x และ antilog x สามารถหาได้ดังวิธีการอย่างเดียวกับ ตาราง 1.

ในตาราง 2 เป็น ลอการิทึมธรรมชาติ วิธีการใช้ตารางลอการิทึมธรรมชาติ ขอให้ดูตัวอย่างต่อไปนี้

1. ln 3.32 ไปเปิดตาราง ลอการิทึมธรรมชาติ ดูที่ช่อง N = 3.3 ซึ่งเป็นช่องซ้ายมือสุดก่อน แล้วดูที่ตัวเลขช่องหลักบนหัวตารางที่หลัก 2 ไล่ลงมาให้ตรงกับ 3.3 จะพบตัวเลข **9996** แต่ต้องไปดูตรงแถว N = 3.1 ด้วยดูที่หลัก 0 บนหัวตารางแล้วไล่ลงมาตรงแถว N = 3.1 จะตัวพบเลข 1.1 เลข 1.1 นี้จะมีต่อมาที่แถว 3.2 และ แถว 3.3 ด้วย จากนั้นก็ดูที่หลักตัวเลข 2 ตรง N = 3.3 ซึ่งต้องรวม 1.1 ด้วยจะได้ ln 3.32 = 1.19996

2. ในกรณีที่ตัวเลขในตารางมีเครื่องหมายดอกจัน (*) ตัวอย่างเช่น 3.33 วิธีเปิดตารางดูที่แถว N = 3.3 ก่อน แล้วไปดูที่หัวตารางตรง 3 ไล่ลงมาให้ตรงกับ 3.3 จะพบตัวเลข *0297 ซึ่งมีดอกจัน อยู่ด้วยให้ดูตัวเลข 2 ตัวแรกตรงหลักแรกคือหลัก 0 ของ

N ที่อยู่ล่างลงไปหนึ่งบรรทัดจาก 3.3 ซึ่งตรงกับ 3.4 จะพบตัวเลข สองหลักตรงหลัก 0 บนหัวตารางมีค่า 1.2 นำค่า 1.2 นี้ไปใส่ไว้หน้า *0297 ซึ่งค่านี้ตรงกับ N = 3.3 และ หลักที่ 3 บนหัวตาราง จะได้ ln 3.33 = 1. 20297.

3. ในกรณีที่จำนวนมีค่าน้อยกว่า 1.0 หรือมากกว่า 10.09 ให้เปลี่ยนเป็นจำนวนในรูป $x = Y \cdot 10^{n}$ เมื่อ $1.0 \le y < 10$ และใช้ $\ln x = \ln y + n \ln 10$ ค่าของ $n \ln 10$ มีดังนี้

$1 \ln 10 \approx 2.30259$ $6 \ln 10 \approx 13.81551$

$2 \ln 10 \approx 4.60517$ $7 \ln 10 \approx 16.11810$

$3 \ln 10 \approx 6.90776$ $8 \ln 10 \approx 18.42068$

$4 \ln 10 \approx 9.21034$ $9 \ln 10 \approx 20.72327$

$5 \ln 10 \approx 11.51293$ $10 \ln 10 \approx 23.02585$

ตัวอย่าง เช่น

(1) $\ln 332 = \ln [(3.32)(10^{2})] = \ln 3.32 + 2 \ln 10$

$\approx 1.19996 + 4.60517 = 5.80513$

(2) $\ln 0.0332 = \ln [(3.32)(10^{-2})] = 3.32 - 2 \ln 10$

$\approx 1.19996 - 4.60517 = -3.40521$

(3) $\ln \frac{3}{8} = \ln 3 - \ln 8 \approx 1.09861 - 2.07944$

$= -0.98083$

ตาราง 2. ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithms)

ที่มา : Ernest F. Haeussler, Jr. and Richard S.Paul (Haeussler and Paul , 1990 : 778 – 780

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0 0000	0995	1980	2956	3922	4879	5827	6766	7696	8618
1.1	9531	*0436	*1333	*2222	*3103	*3976	*4842	*5700	*6551	*7395
1.2	0.1 8232	9062	9885	*0701	*1511	*2314	*3111	*3902	*4686	*5464
1.3	0.2 6236	7003	7763	8518	9267	*0010	*0748	*1481	*2208	*2930
1.4	0.3 3647	4359	5066	5767	6464	7156	7844	8526	9204	9878
1.5	0.4 0547	1211	1871	2527	3178	3825	4469	5108	5742	6373
1.6	7000	7623	8243	8858	9470	*0078	*0672	*1282	*1879	*2473
1.7	0.5 3063	3649	4232	4812	5389	5962	6531	7098	7661	8222
1.8	8779	9333	9884	*0432	*0977	*1519	*2058	*2594	*3127	3658
1.9	0.6 4185	4710	5233	5752	6269	6783	7294	7803	8310	8813
2.0	9315	9813	*0310	*0804	*1295	*1784	*2271	*2755	*3237	*3716
2.1	0.7 4194	4669	5142	5612	6081	6547	7011	7473	7932	8390
2.2	8846	9299	9751	*0200	*0648	*1093	*1536	*1978	*2418	*2855
2.3	0.8 3291	3725	4157	4587	5015	5442	5866	6289	6710	7129
2.4	7547	7963	8377	8789	9200	9609	*0016	*0422	*0826	*1228
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ตาราง 2. ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithms) (ต่อ)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.5	0.9 1629	2028	2426	2822	3216	3609	4001	4391	4779	5166
2.6	5551	5935	6317	6698	7078	7456	7833	8208	8582	8954
2.7	9325	9695	*0063	*0430	*0796	*1160	*1523	*1885	*2245	*2604
2.8	1.0 2962	3318	3674	4028	4380	4732	5082	5431	5779	6126
2.9	6471	6815	7158	7500	7841	8181	8519	8856	9192	9527
3.0	9861	*0194	*0526	*0856	*1186	*1514	*1841	*2168	*2493	*2817
3.1	1.1 3140	3462	3783	4103	4422	4740	5057	5373	5688	6002
3.2	6315	6627	6938	7248	7557	7865	8173	8479	8784	9089
3.3	9392	9695	9996	*0297	*0597	*0896	*1194	*1491	*1788	*2083
3.4	1.2 2378	2671	2694	3256	3547	3837	4127	4415	4703	4990
3.5	5276	5562	5846	6130	6413	6695	6976	7257	7536	7815
3.6	8093	8371	8647	8923	9198	9473	9746	*0019	*0291	*0563
3.7	1.3 0833	1103	1372	1641	1909	2176	2442	2708	2972	3237
3.8	3500	3763	4025	4286	4547	4807	5067	5325	5584	5841
3.9	6098	6254	6609	6864	7118	7372	7624	7877	8128	8379
4.0	8629	8879	9128	9377	9624	9827	*0118	*0364	*0610	*0854
4.1	1.4 1099	1342	1585	1828	2070	2311	2552	2792	3031	3270
4.2	3508	3746	3984	4220	4456	4692	4927	5161	5395	5629
4.3	5862	6094	6326	6557	6787	7018	7247	7476	7705	7933
4.4	8160	8387	8614	8840	9065	9290	9515	9739	9962	*0185
4.5	1.5 0408	0630	0851	1072	1293	1513	1732	1951	2170	2388
4.6	2606	2823	3039	3256	3471	3687	3902	4116	4330	4543
4.7	4756	4969	5181	5393	5604	5814	6025	6235	6444	6653
4.8	6862	7070	7277	7485	7691	7898	8104	8309	8515	8719
4.9	8924	9127	9331	9534	9737	9939	*0141	*0342	*0543	*0744
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ตาราง 2. ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithms) (ต่อ)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.0	1.6 0944	1144	1343	1542	1741	1939	2137	2334	2531	2728
5.1	2924	3120	3315	3511	3705	3900	4094	4287	4481	4673
5.2	4866	5058	5250	5441	5632	5823	6013	6203	6393	6582
5.3	6771	6959	7147	7335	7523	7710	7896	8083	8269	8455
5.4	8640	8825	9010	9194	9378	9562	9745	9928	*0111	*0293
5.5	1.7 0475	0656	0838	1019	1199	1380	1560	1740	1919	2098
5.6	2277	2455	2633	2811	2988	3166	3342	3519	3695	3871
5.7	4047	4222	4397	4572	4746	4920	5094	5267	5440	5613
5.8	5786	5958	6130	6302	6473	6644	6815	6985	7156	7326
5.9	7495	7665	7834	8002	8171	8339	8507	8675	8842	9009
6.0	1.7 9176	9342	9509	9675	9840	*0006	*0171	*0336	*0500	*0665
6.1	1.8 0829	0993	1156	1319	1482	1645	1808	1970	2132	2294
6.2	2455	2616	2777	2938	3098	3258	3418	3578	3737	3896
6.3	4055	4214	4372	4530	4688	4845	5003	5160	5317	5473
6.4	5630	5786	5942	6097	6253	6408	6563	6718	6872	7026
6.5	7180	7334	7487	7641	7794	7947	8099	8251	8403	8555
6.6	8707	8858	9010	9160	9311	9462	9612	9762	9912	*0061
6.7	1.9 0211	0360	0509	0658	0806	0954	1102	1250	1398	1545
6.8	1692	1839	1986	2132	2279	2425	2571	2716	2862	3007
6.9	3152	3297	3442	3586	3730	3874	4018	4162	4305	4448
7.0	4591	4734	4876	5019	5161	5303	5445	5586	5727	5869
7.1	6009	6150	6291	6431	6571	6711	6851	6991	7130	7269
7.2	7408	7547	7685	7824	7692	8100	8238	8376	8513	8650
7.3	8787	8924	9061	9198	9334	9470	9606	9742	9877	*0013
7.4	2.0 0148	0283	0418	0553	0687	0821	0956	1089	1223	1357
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ตาราง 2. ลอการิทึมธรรมชาติNatural Logarithms (ต่อ)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.5	1490	1624	1757	1890	2022	2155	2287	2419	2551	2683
7.6	2815	2946	3078	3209	3340	3471	3601	3732	3862	3992
7.7	4122	4252	4381	4511	4640	4769	4898	5027	5156	5284
7.8	5412	5540	5668	5796	5924	6051	6179	6306	6433	6560
7.9	6686	6813	6939	7065	7191	7317	7443	7568	7694	7819
8.0	7944	8069	8194	8318	8443	8567	8691	8815	8939	9063
8.1	9186	9310	9433	9556	9679	9802	9924	*0047	*0169	*0291
8.2	2.1 0413	0535	0657	0779	0900	1021	1142	1263	1384	1505
8.3	1626	1746	1866	1986	2106	2226	2346	2465	2585	2704
8.4	2823	2942	3061	3180	3298	3417	3535	3653	3771	3889
8.5	4007	4124	4242	4359	4476	4593	4710	4827	4943	5060
8.6	5176	5292	5409	5524	5640	5756	5871	5987	6102	6217
8.7	6332	6447	6562	6677	6791	6905	7020	7134	7248	7361
8.8	7475	7589	7702	7816	7929	8042	8155	8267	8380	8493
8.9	8605	8717	8830	8942	9054	9165	9277	9389	9500	9611
9.0	9722	9834	9944	*0055	*0166	*0276	*0387	*0497	*0607	*0717
9.1	2.2 0827	0937	1047	1157	1266	1375	1485	1594	1703	1812
9.2	1920	2029	2138	2246	2354	2462	2570	2678	2786	2894
9.3	3001	3109	3216	3324	3431	3538	3645	3751	3858	3965
9.4	4071	4177	4284	4390	4496	4601	4707	4813	4918	5024
9.5	5129	5234	5339	5444	5549	5654	5759	5863	5968	6072
9.6	6176	6280	6384	6488	6592	6696	6799	6903	7006	7109
9.7	7213	7316	7419	7521	7624	7727	7829	7932	8034	8136
9.8	8238	8340	8442	8544	8646	8747	8849	8950	9051	9152
9.9	9253	9354	9455	9556	9657	9757	9858	9958	*0058	*0158
10.0	2.3 0259	0358	0458	0558	0658	0757	0857	0956	1055	1154
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

อักษรกรีกกับสัญลักษณ์ในสูตรสถิติ

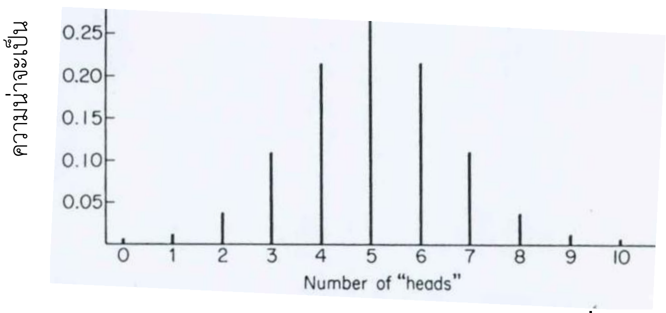
สูตรสถิติใช้ตัวอักษรกรีกทั้งตัวพิมพ์ใหญ่และตัวพิมพ์เล็กอยู่เสมอ จึงเสนอตัวอักษรกรีกไว้ในตาราง 3 (Daniels, 1956 : 273)

ตาราง 3. ตัวอักษรกรีก GREEK ALPHABET

Greek letter	Greek name	English equivalent	Greek letter	Greek name	English equivalent
Α α	Alpha	a	Ν ν	Nu	n
Β β	Beta	b	Ξ ξ	Xi	x
Γ γ	Gamma	g	Ο ο	Omicron	ŏ
Δ δ	Delta	d	Π π	Pi	p
Ε ε	Epsilon	ĕ	Ρ ρ	Rho	r
Ζ ζ	Zeta	z	Σ σ	Sigma	s
Η η	Eta	ē	Τ τ	Tau	t
Θ θ	Theta	th	Υ υ	Upsilon	u
Ι ι	Iota	i	Φ φ	Phi	ph
Κ κ	Kappa	k	Χ χ	Chi	ch
Λ λ	Lambda	l	Ψ ψ	Psi	ps
Μ μ	Mu	m	Ω ω	Omega	ō

การนำมาใช้

นักสถิติ นักฟิสิกส์ นักเคมี นักวิทยาศาสตร์สาขาต่าง ๆ นำค่า π , e, log x , ln x ไปใช้ในการหาสูตรหรือสมการทางสถิติและวิทยาศาสตร์อยู่เป็นจำนวนมาก เช่น ในวิชาสถิติ อาบราฮาม เดอ มัวฟวร์ (Abraham de Moivre) นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสได้พบสูตรความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็น (Probability) หรือความถี่กับความสูงของเส้นโค้งปรกติ ดังภาพ 5 และสูตรสถิติดังนี้ (Glass and Stanley, 1970: 97)



ภาพ 5 . กราฟแจกแจงความน่าจะเป็นหรือความถี่ของจำนวนการเกิด “หัว” จากการโยนเหรียญที่เที่ยงตรง 10 ครั้ง

สูตรสถิติ $u = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma} e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2}$

เมื่อ u คือ ความสูงของเส้นโค้งหรือความน่าจะเป็นซึ่งบอกจำนวนความถี่ของจำนวนการเกิด "หัว" หรือคะแนน

π คือ จำนวนอตรรกยะมีค่าประมาณ 3.142

e คือ จำนวนอตรรกยะมีค่าประมาณ 2.718

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

σ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

X คือ จำนวนการเกิด "หัว" หรือคะแนน (ค่าคะแนนดิบ)

เอ็ม. เอส. บาร์ทเลทท์ (M.S. Bartlett) (Tatsuoka, 1971 : 164) ได้คิดสูตรสถิติทดสอบนัยสำคัญดิสคริมิแนนต์ฟังก์ชัน (Discriminant Function) ได้ดังนี้

$$V = -[N - 1 - (p + K)/2] \ln \Lambda$$
$$= [N - 1 - (p + K)/2] \ln [(1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2) \cdots (1 + \lambda_r)]$$
$$= [N - 1 - (p + K \sum_{m=1}^{r} 2] \ln (1 + \lambda_m)$$

ปัจจุบันมีโปรแกรมสำเร็จรูปช่วยคำนวณค่าสถิติที่มีค่า π , e , log x และ ln x ไว้แล้ว แต่นักวิจัยที่ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ควรเรียนรู้ทำความเข้าใจค่าเหล่านี้ เพื่อเข้าใจค่าที่คำนวณได้

สำเริง บุญเรืองรัตน์

บรรณานุกรม

โรเบิร์ต เทมเพิล. (2554). (ผู้เขียน) พงศาล มีคุณสมบัติ (ผู้แปล) **ต้นกำเนิด 100 สิ่งแรกของโลก.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : มติชน.

สำเริง บุญเรืองรัตน์. (2540). **เทคนิคการวิเคราะห์ตัวแปรพหุคูณ.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัท ต้นอ้อ แกรมมี่ จำกัด.

Berlinghoff, W.P. (1968). **Mathematics: The Art of Reason.** Boston: D.C. Heath and Company.

Cambell, H.E. (1970). **The Structure of Arithmetic.** New York: Meredith Corporation.

Daniel, F. (1928). **Mathematical Preparation for Physical Chemistry.** New York : McGraw – Hill Book Company, Inc.

Fisher, R.C. and Ziebur, A.D. (1965). **Calculus and Analytic Geometry.** 2nd ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice – Hall, Inc.

Freund, J.E. (1956). **A Modern Introduction to Mathematics.** Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall, Inc.

Glass, G.V. and Stanley, J.C. (1970). **Statistical Methods in Education and Psychology.** Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice – Hall, Inc.

Haeussler, JR, E.F.and Paul, R.S. (1990). **Introductory Mathematical Analysis for Business, Economics, and the Life and Social Sciences.** 6th ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall Inc.

Peterson, J.A. and Hashisaki, J. (1967). **Theory of Arithmetic.** 2nd ed. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Swokowoski, E. (1968). **Fundamentals of College Algebra.** Boston: Prindle, Weber Schmidt, Incorporated.

Tatsuoka, M.M. (1971). **Multivariate Analysis : Techniques for Educational and Psychological Research.** New York : John Wiley & Sons, Inc.