# *สาขาวิชาสถิติและวิจัยการศึกษา*

# จำนวนกับการวัด

## ความหมาย

จำนวนกับการวัด (Number and Measurement) จำนวนเป็นปริมาณบ่งบอกความมากน้อยของคุณลักษณะของสิ่งที่ศึกษาที่ได้มาจากการวัดด้วยเครื่องมือที่มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ การวัดคือ การกำหนดจำนวนตามกฎเกณฑ์เพื่อบ่งชี้ปริมาณของสิ่งที่วัด

## ความเป็นมา

ในการวิจัยสิ่งใดๆ การวัดตัวแปรซึ่งเป็นคุณสมบัติของสิ่งที่ศึกษาให้ได้จำนวนที่บ่งบอกปริมาณของตัวแปรเป็นเรื่องสำคัญอย่างยิ่ง ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการวัดเป็นเรื่องสำคัญที่นักวิจัยต้องเรียนรู้ไว้

มนุษย์ในยุคก่อนประวัติศาสตร์เกิดความคิดเกี่ยวกับปริมาณ (quantity) จากการสังเกตธรรมชาติเพื่อบ่งบอกถึงความมากน้อย ลำดับที่และรูปทรง (form) มาแล้ว ความมากน้อยพัฒนาต่อมาเป็นวิชาเลขคณิตและวิชาพีชคณิต ส่วนรูปทรงเป็นวิชาเรขาคณิต

ความคิดเกี่ยวกับปริมาณนั้น มนุษย์เริ่มคิดได้จากจำนวนสัตว์ที่พวกเขาล่ามาได้แล้วเขียนจำนวนภาพสัตว์ที่พวกเขาล่ามาได้ไว้ที่ผนังถ้ำที่เขาอาศัยอยู่ เช่น ล่าเก้งมาได้ 3 ตัว ก็เขียนภาพเก้งไว้ 3 ภาพที่ผนังถ้ำ ในประเทศไทยก็มีจำนวนภาพสัตว์ที่เขียนไว้ที่ผนังถ้ำ เช่น จำนวนภาพปลาที่ผาแต้ม จังหวัดอุบลราชธานี ภาพจำนวนคนและสุนัขที่ถ้ำเขาจันทร์งาม อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาพในประเทศไทยทั้งสองแห่งนี้มีอายุประมาณ 4,000 - 3,000 ปี

ย้อนกลับไปเมื่อประมาณ 30,000 ปี มนุษย์ได้บันทึกจำนวนด้วยแท่งไม้ใช้แทนแต้มเพื่อบอกปริมาณ ในแอฟริกาและยุโรปตะวันออกใช้จำนวนรอยบากบนกระดูกเพื่อบ่งบอกปริมาณ แท่งไม้บันทึกจำนวนใช้มาจนถึงสมัยที่มนุษย์คิดกระดาษขึ้นได้จึงใช้กระดาษบันทึกปริมาณด้วยการขีดเส้น ( | ) เพื่อบอกปริมาณของสิ่งของ เช่น | หมายถึงสิ่งของหนึ่งสิ่ง ถ้ามีเพิ่มขึ้นมาอีกก็ขีดอีกเช่น || หมายถึงสิ่งของสองสิ่ง ||| หมายถึงสิ่งของสามสิ่ง |||| หมายถึงสิ่งของสี่สิ่ง ||||| หมายถึงสิ่งของห้าสิ่ง รอยขีดรอยบากเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน ||||| หรือ ~~||||~~ แทน 5 นั้นเพราะมนุษย์คุ้นเคยกับนิ้วห้านิ้วของพวกเขา

ประมาณ 5,000 – 3,400 ปีก่อนคริสต์ศักราช ชาวอียิปต์คิดสัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น | แทน 1 ; ∩ แทน 10 : แทน 100 สัญลักษณ์แทนจำนวนเช่นนี้ชาวอียิปต์ใช้มาประมาณ 2,000 ปี ต่อมาประมาณ 2,000 ปีก่อนคริสต์ศักราชชาวบาบิโลเนีย(Babylonian) คิดสัญลักษณ์แทนปริมาณเพียง 2 แบบ คือ แทนหนึ่งกับแทน 60 และ ยังแทน $60^2$ แทน 10 แทน 10 (60) และแทน 10 ($60^2$) การใช้สัญลักษณ์แทนปริมาณอย่างนี้ทำให้เกิดความสับสนว่าหมายถึงจำนวนอะไรกันแน่ ผู้อ่านต้องพิจารณาเอาเองจากบริบทของสิ่งที่เขียน (สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะ

ชาวบาบิโลเนียใช้สัญลักษณ์นี้กับจำนวนที่น้อยกว่า 60 ส่วนจำนวนที่มีค่าตั้งแต่ 60 ขึ้นไป เขาจะใช้แนวคิดเกี่ยวกับค่าประจำหลักโดยใช้ฐาน 60 ดังนั้น ▽ จึงแทนได้ทั้ง 1, $60^1$, $60^2$, $60^3$, ...)

300 ปีก่อนคริสต์ศักราชชาวโรมัน (Roman) ได้คิดสัญลักษณ์แทนจำนวนดังนี้ I แทน 1 II แทน 2 III แทน 3 IIII แทน 4 ต่อมาใช้ IV แทน 4 V แทน 5 X แทน 10 L แทน 50 ชาวกรีกใช้ตัวอักษรกรีกแทนจำนวนดังนี้ $\alpha$ (alpha) แทน 1 $\beta$ (beta) แทน 2 $\rho$ (rho) แทน 100 จีนและชาวญี่ปุ่นใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนดังนี้ 一 แทน 1 二 แทน 2 三 แทน 3 八 แทน 8 เป็นต้น ประมาณ 250 ปีก่อนคริสต์ศักราชชาวฮินดูได้คิดระบบตัวเลขที่เราใช้อยู่ในปัจจุบันนี้ คือ 1, 2, 3, 4, ...

ชาวอาหรับมาเรียนรู้แล้วยกกองทัพไปตีชาวยุโรปและทำการค้าขายกับชาวยุโรป ชาวยุโรปก็เกิดการเรียนรู้สัญลักษณ์ของจำนวนดังเช่น 1, 2, 3, 4 สัญลักษณ์ของจำนวนแบบนี้เรียกว่า ตัวเลข ฮินดู – อารบิก (Hindo – Arabic numeral)

ก่อน ค.ศ.800 ยังไม่มีความคิดเรื่องศูนย์ และไม่มีสัญลักษณ์ของศูนย์ จนกระทั่งมาถึง ค.ศ. 600 นักคณิตศาสตร์ชาวฮินดูชื่อ พราหมณ์คุปตะ (Brahmagupta) (ค.ศ. 598 - 668) ได้เสนอความคิดเรื่อง ศูนย์ ใช้สัญลักษณ์ 0 แปลว่า ไม่มีอะไร และคิดค่าประจำหลัก (place value) ขึ้นมาตัวเลขศูนย์ (0) ภาษาละตินเขียนว่า Cifra ต่อมาเพี้ยนไปเป็น Zefro แล้วไปเป็นคำในภาษาอิตาลีว่า Zero ในภาษาอังกฤษใช้คำว่า nought มาจากคำว่า nothing แปลว่า ไม่มี

จะเห็นว่านักคณิตศาสตร์ชาติต่างๆ ที่กล่าวมานั้น ใช้ | แทน 1 ซึ่งเป็นการนับแต้มหนึ่งแต้ม เช่น ไม้ 1 ท่อน มะม่วง 1 ผลซึ่งเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ตามธรรมชาติ เมื่อมีจำนวนเพิ่มขึ้นก็ใช้ขีดเพิ่มขึ้น เช่น จาก | มาเป็น ||, 二 ต่อมาสัญลักษณ์ || (สอง) กลายมาเป็น N และ $\mathcal{N}$ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ที่ปรากฏอยู่ในภาษาอาหรับ ส่วน 二 กลายเป็น = (สอง) แล้วกลายมาเป็น Z และสุดท้ายเป็น 2 สำหรับ |||, เปลี่ยนเป็น w, *w*, *v* ในภาษาอาหรับ ส่วน 三 เป็นภาษาจีน เปลี่ยนมาเป็น ≷ ในที่สุดเป็น 3 สัญลักษณ์ที่แทนจำนวนนี้เรียกว่าตัวเลข (Numeral) จำนวนที่ใช้สัญลักษณ์ 1,2,3,4, ... เรียกว่าจำนวนธรรมชาติ (Natural Number) ถ้าจำนวนนี้มี 0 อยู่ข้างหน้าด้วยเป็น 0,1,2,3,4, ... เรียกจำนวนนี้ว่า Whole Number เฉพาะ “0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,” นี้ ในปี ค.ศ. 600 นักคณิตศาสตร์ชาวอินเดียชื่อ พราหมณ์คุปตะ นำความคิดเกี่ยวกับค่าประจำหลักของตัวเลข 10 ตัวนี้มาผสมกันตามค่าประจำหลักหรือตำแหน่งตามอนุกรมนี้

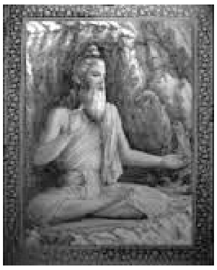
$$a_h\ (10)^h + ...+ a_2\ (10)^2 + a_1\ (10) + a_0$$

$a_0$ เรียกว่าหลักหน่วย $a_1$ เรียกว่าหลัก 10 $a_2$ เรียกว่าหลัก 100 ตัวเลขเหล่านี้มีฐานเป็น 10 ทั้งสิ้นจึงเรียกว่า ระบบตัวเลขฐานสิบหรือตัวเลขฐานสิบ (decimal numeral system) เช่น

254 คือ $(2 \times 10^2) + (5 \times 10) + 4 = (2 \times 100) + (5 \times 10) + 4 = 200 + 50 + 4 = 254$

การที่เรียกตัวเลขที่ใช้ในปัจจุบันว่า ฮินดู–อารบิกก็เพราะอัลควาริซมี (Al – Khwarizmi ค.ศ. 780 – 850) นักคณิตศาสตร์ชาวเปอร์เซียได้นำมาเขียนอธิบายเป็นภาษาอาหรับ เมื่อชาวยุโรปเกิดการเรียนรู้จากชาวอาหรับและรู้ว่าตัวเลขดังกล่าวนี้ชาวฮินดูเป็นผู้คิดขึ้นมาก่อน ชาวยุโรปจึงเรียกตัวเลขฐานแบบนี้ตัวเลขฮินดู–อารบิก

เมื่อเกิดระบบจำนวนธรรมชาติ และ 0 แล้ว มนุษย์ก็เอาจำนวนเหล่านี้มาสร้างเป็นจำนวนประเภทต่างๆ ตามมาเช่น จำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ จำนวนจริง และจำนวนเชิงซ้อน เลโอพอลด์ โครเนคเคอร์ (Leopold Kronecker ค.ศ.1823-1891) นักคณิตศาสตร์ชาวปรัสเซียปัจจุบันคือเยอรมนีกล่าวว่า “พระเจ้า (God) เป็นผู้สร้างจำนวนธรรมชาติ จำนวนอื่นๆ ที่พัฒนาขึ้นมาภายหลังนี้เป็นผลงานของมนุษย์ทั้งสิ้น”



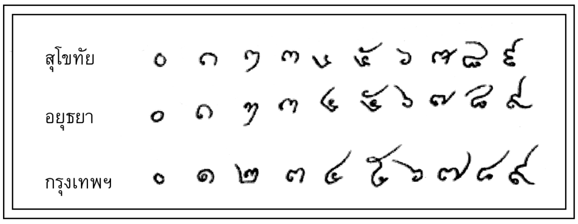
พราหมณ์คุปตะ (Brahmagupta)

(ค.ศ.598 - 668)


อัล ควาริซมี (Al - Khwarizmi)

(ค.ศ.780 - 850)

สำหรับตัวเลขไทยนั้น พ่อขุนรามคำแหงมหาราชกษัตริย์สมัยสุโขทัยเป็นผู้ประดิษฐ์ตัวเลขไทยด้วยการดัดแปลงมาจากอักษรขอมที่มีต้นตอมาจากอักษรเทวนาครีของอินเดีย ตัวเลขไทยเป็นระบบตัวเลขฐานสิบ เช่นเดียวกับตัวเลข ฮินดู-อารบิก รูปของตัวเลขไทยตั้งแต่สมัยสุโขทัยต่อเนื่องมาจนถึงสมัยรัตนโกสินทร์ปัจจุบันนี้มิได้เปลี่ยนแปลงไปมากมายแต่อย่างใด มีการเปลี่ยนแปลงบ้างเล็กน้อยเท่านั้น ดังนี้




นับว่าเป็นที่น่าภาคภูมิใจเป็นอย่างยิ่งที่ชนชาติไทยเป็นชนชาติหนึ่งของโลกที่มีตัวเลขเป็นของตนเอง ในโลกนี้มีเพียง 23 ชนชาติเท่านั้นที่ประดิษฐ์ตัวเลขขึ้นมาใช้ดังนี้

**ระบบตัวเลขตามพัฒนาการ**

**ตัวเลขฮินดู-อารบิก**

| | |
|---|---|
| อารบิกตะวันตก | อินเดีย |
| อารบิกตะวันออก | พราหฺมี |
| เขมร | ไทย |
| มอญ | |

**ตัวเลขเอเชียตะวันออก**

| | |
|---|---|
| จีน | เกาหลี |
| ญี่ปุ่น | |

**ตัวเลขตัวอักษร**

| | |
|---|---|
| แอ็บยัด | ฮีบรู |
| อาร์เมเนีย | ไอโอเนียกรีก |
| ซีริลลิก | สันสกฤต |
| กีเอส | |

**ตัวเลขอื่น ๆ**

| | |
|---|---|
| แอตติก | บาบิโลเนีย |
| อีทรัสคัน | อียิปต์ |
| โรมัน | มายา |

**ประเภทของจำนวน**

นักคณิตศาสตร์ได้จัดประเภทของจำนวนเป็น 5 ประเภท ดังนี้

1. จำนวนธรรมชาติ (Natural number) หรือจำนวนนับ (Counting number) ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...

2. จำนวนเต็ม (Integer) เป็นจำนวนที่อาจเขียนได้ในรูป a - b เมื่อ a และ b เป็นจำนวนธรรมชาติ ซึ่งแบ่งย่อยได้อีก 3 ประเภทตามค่าของ a และ b กล่าวคือ

2.1 ถ้า a มากกว่า b ($a>b$) จะได้ จำนวนเต็มบวก เช่น 2 - 1 = 1, 8 - 5 = 3, 20 - 15 = 5 ทั้ง 1, 3 และ 5 เป็นตัวอย่างของจำนวนเต็มบวก (หรืออาจเรียกว่าจำนวนธรรมชาติ/จำนวนนับ)

2.2 ถ้า a เท่ากับ b (a = b) จะได้ศูนย์ เช่น 1 - 1 = 0, 8 - 8 = 0, 20 - 20 = 0

2.3 ถ้า a น้อยกว่า b ($a<b$) จะได้จำนวนเต็มลบ เช่น 1 - 2 = -1, 5 - 8 = -3, 15 - 20 = -5 ทั้ง -1, -3 และ -5 เป็นตัวอย่างของจำนวนเต็มลบ

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จาก a - b ทุกกรณีจะได้ชุดของจำนวนเต็มทั้งหมดเป็นดังนี้

"..., -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ..."

จะเห็นว่า ชุดของจำนวนธรรมชาติเป็นชุดย่อยของชุดของจำนวนเต็ม

3. จำนวนตรรกยะ (Rational number) เป็นจำนวนเต็มที่อาจจะเขียนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ หรืออาจกล่าวว่า จำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่อาจเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำ (อาจเป็นทศนิยมซ้ำศูนย์ หรือเป็นทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์)

ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ เช่น 0, $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{7}$, 3, -5, 1.2, $-3.4\dot{5}$, $7.8\dot{9}\dot{6}$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จาก $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ ทุกกรณี จะได้ชุดของจำนวนตรรกยะทั้งหมดเป็นดังนี้

$$“\underbrace{0}_{\text{ศูนย์}}, \underbrace{\frac{1}{1}}_{\text{ผลบวกของตัวเศษและตัวส่วนเป็น 2}}, -\frac{1}{1}, \underbrace{\frac{1}{2}, \frac{2}{1}}_{\text{ผลบวกของตัวเศษและตัวส่วนเป็น 3}}, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{1}, \underbrace{\frac{3}{1}, \frac{1}{3}}_{\text{ผลบวกของตัวเศษและตัวส่วนเป็น 4}}, -\frac{3}{1}, -\frac{1}{3}, \underbrace{\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}}_{\text{ผลบวกของตัวเศษและตัวส่วนเป็น 5}}, ...”$$

(ไม่เขียน $\frac{2}{2}$ เพราะมีค่า 1 ซ้ำกับที่เคยเขียนไว้แล้ว)

จะเห็นว่า ชุดของจำนวนเต็ม เป็นชุดย่อยของชุดของจำนวนตรรกยะ

4. จำนวนจริง (Real number) หมายถึง จำนวนที่เขียนได้ในรูปทศนิยม ซึ่งอาจเป็นทศนิยมซ้ำ (หรือที่เรียกว่า จำนวนตรรกยะ) หรือ ทศนิยมไม่ซ้ำ (มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งเพื่อให้เข้าคู่กับจำนวนตรรกยะว่า จำนวนอตรรกยะ (Irrational number)

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ เช่น

1) $\sqrt{2}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.4142135623730950488016887...

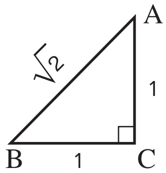
2) e ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2.7182818284590452353602874 ...

3) $\pi$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.1415926535897932384626433 ...

ถึงแม้มีจำนวนอตรรกยะจะเป็นทศนิยมไม่ซ้ำและหาได้ต่อเนื่องไปเรื่อยๆ โดยไม่มีที่สิ้นสุด แต่นักคณิตศาสตร์ก็สามารถแสดงได้ว่า ส่วนของเส้นตรงที่มีความยาวเป็นจำนวนอตรรกยะ มีขนาดเท่าใด โดยใช้ความรู้บางอย่างช่วย เช่น ถ้าเป็นกรณีของจำนวนอตรรกยะที่อยู่ในรูป $\sqrt{a}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวกก็หาขนาดได้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagorean theorem) เช่น

1) $\sqrt{2}$ ได้จากความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวด้านละ 1 หน่วย ดังรูป ก.

2) $\sqrt{40}$ ได้จากความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 6 และ 2 หน่วย ดังรูป ข.



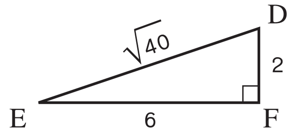

เพราะว่า $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= 1^2 + 1^2$

$= 2$

ดังนั้น $AB = \sqrt{2}$

รูป ก.




เพราะว่า $DE^2 = DF^2 + EF^2$

$= 2^2 + 6^2$

$= 4 + 36$

$= 40$

ดังนั้น $DE = \sqrt{40}$

รูป ข.

ในการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับจำนวนอตรรกยะ จะใช้ค่าประมาณเป็นทศนิยมกี่ตำแหน่งก็ได้แล้วแต่ว่าต้องการผลลัพธ์ที่ละเอียดเพียงใด เช่นใช้ 3.14 เป็นค่าประมาณของ หรือใช้ $\frac{22}{7}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $3.\dot{1}4285\dot{7}$ เป็นค่าประมาณของ $\pi$

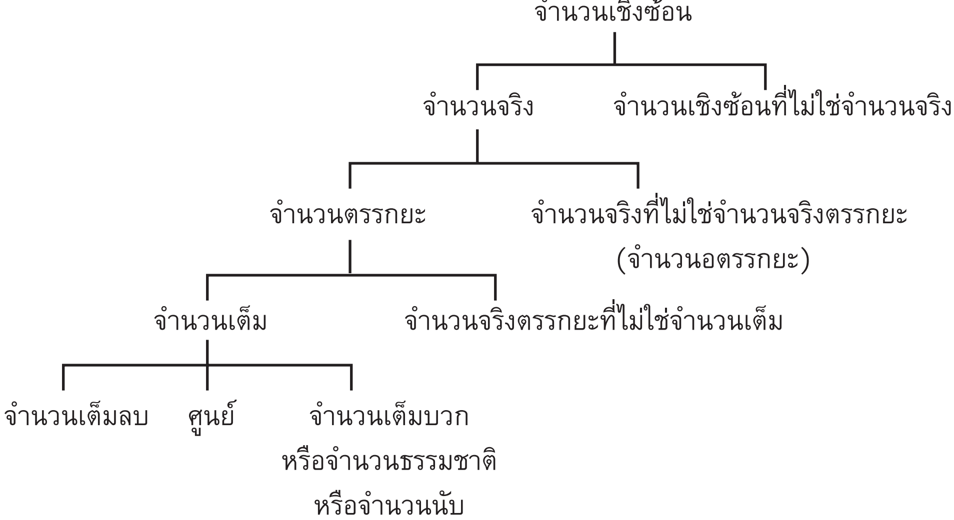
จะเห็นว่า ชุดของจำนวนตรรกยะ และชุดของจำนวนอตรรกยะต่างก็เป็นชุดย่อยของชุดของจำนวนจริง

5. จำนวนเชิงซ้อน (Complex number) เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูป a + bi เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง และ $i = \sqrt{-1}$ (หรือ $i^2 = 1$) (เรียก a ว่า ส่วนจริง และเรียก bi ว่า ส่วนจินตภาพ (imaginary part)

ตัวอย่างของจำนวนเชิงซ้อน เช่น 3 + 2i, $-\frac{3}{5}$, 0, 0.57, -i, $\frac{2}{3}i$

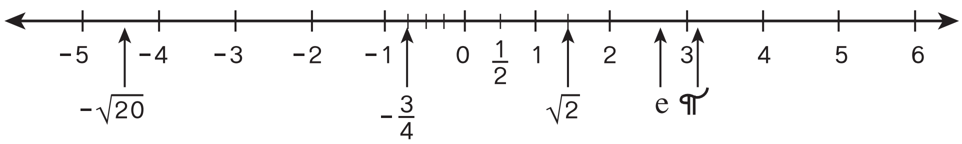
จะเห็นว่า ชุดของจำนวนจริง เป็นชุดย่อยของชุดของจำนวนเชิงซ้อน

นักคณิตศาสตร์ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประเภทต่างๆ ในรูปแผนผังไว้ดังนี้

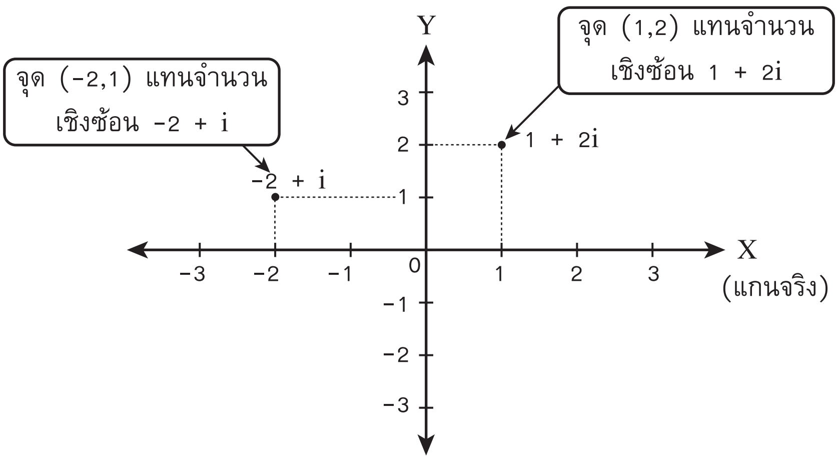



หมายเหตุ ชุดของจำนวนที่ประกอบด้วยศูนย์ และจำนวนเต็มบวกเรียกว่า whole number (นั่นคือ whole number หมายถึงชุดของจำนวนต่อไปนี้ : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...)

เรานิยมใช้เส้นตรงแทนชุดของจำนวนจริง และเรียกเส้นตรงนั้นว่า เส้นจำนวนจริง (real number line หรือ real line) หรือเรียกอย่างย่อว่า เส้นจำนวน (number line) ดังนี้




ถ้าเป็นจำนวนเชิงซ้อน จำเป็นต้องใช้ระนาบแสดง โดยเขียนเส้นตรงสองเส้นให้ตั้งฉากกัน เส้นในแนวนอนเรียกว่าแกนจริง (real axis) แทนชุดของจำนวนจริง เส้นในแนวตั้ง เรียกว่า แกนจินตภาพ (imaginary axis) แทนชุดของจำนวนจินตภาพ ดังนี้




**ระดับการวัด**

การวัดสิ่งต่างๆ ย่อมมีเครื่องมือวัดให้ได้เป็นปริมาณของสิ่งที่วัด ปริมาณนี้จึงเกี่ยวกับจำนวนหรือตัวเลขตามที่กล่าวมาแล้ว

ในการวัดสิ่งทั้งหลายนั้น มีระดับการวัดอยู่ 5 ระดับด้วยกัน แต่ละระดับมีความละเอียดอ่อนแตกต่างกัน ซึ่งจะบรรยายเป็นลำดับไปจากระดับที่ 1 จนถึงระดับที่ 5 ดังนี้

**1. การติดฉลาก** (labels) การติดฉลากนับว่าเป็นระดับการวัดที่หยาบที่สุดในบรรดามาตราการวัดทั้งหลาย เป็นการวัดที่เพียงแต่กำหนดเครื่องหมายหรือสัญลักษณ์หรือตัวเลข เพื่อบอกให้ทราบว่าแต่ละสิ่งนั้นแตกต่างกัน ไม่เหมือนกัน เช่นกำหนดว่า ผู้รักษาประตูของการเล่นฟุตบอลเป็นหมายเลข 1 ซึ่งเป็นที่รู้กันว่ามีหน้าที่รักษาประตู มีหน้าที่แตกต่างจากผู้เล่นหมายเลขอื่นๆ การกำหนดว่าธาตุไฮโดรเจนมีสัญลักษณ์ว่า H เป็นธาตุที่ 1 การกำหนดว่าธาตุฮีเลียมมีสัญลักษณ์ He เป็นธาตุที่ 2 นี้ก็เป็นเพียงการกำหนดหมายเลขให้รู้กันว่าแต่ละธาตุเหล่านี้ มีคุณลักษณะและสมบัติแตกต่างกัน ตัวเลขที่กำหนดไว้นั้นมิได้มีความหมายตามหลักคณิตศาสตร์แต่ประการใดเลย กล่าวคือ ตัวเลขเหล่านี้มิได้แทนปริมาณมากน้อยแต่ประการใด มิได้

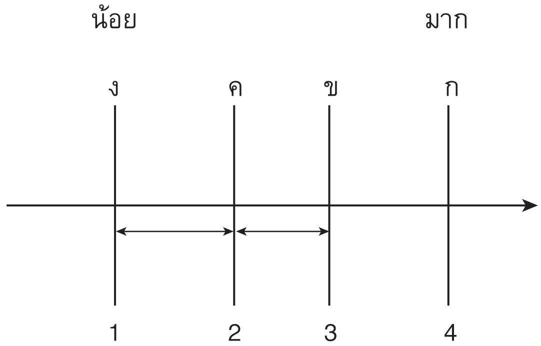
แทนปริมาณแห่งคุณสมบัติของสิ่งเหล่านั้น ไม่สามารถนำตัวเลขเหล่านั้นมาวิเคราะห์ได้ในเชิงคณิตศาสตร์ ไม่สามารถจะบวก ลบ คูณ หารกันได้

**2. การรวมประเภท** (categories) การติดฉลากนั้นเพ่งเล็งเฉพาะที่ของแต่ละสิ่งๆไป แต่เมื่อนำของแต่ละสิ่งเหล่านั้นมารวมกันเข้า ก็ยิ่งเกิดคุณสมบัติที่เป็นสามัญร่วมกันอยู่ ฉะนั้นเมื่อมีสิ่งของมากมาย คุณสมบัติร่วมกันก็มีต่างๆกัน จึงเกิดการจัดสรรเป็นประเภท เป็นพวก เป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละพวกเหล่านี้ต่างก็ประกอบด้วยของหลายๆ สิ่งที่มีคุณสมบัติร่วมกันอยู่ จึงเกิดมีความจำเป็นที่ต้องกำหนดสัญลักษณ์หรือตัวเลข เพื่อบอกให้ทราบว่ากลุ่มหนึ่งแตกต่างจากอีกกลุ่มหนึ่ง เช่น ในมนุษย์ก็แบ่งได้เป็นหญิงและชาย ซึ่งทั้งสองพวกต่างก็มีลักษณะสำคัญที่บอกว่าต่างกัน ทั้งๆ ที่ก็เป็นมนุษย์ด้วยกัน หรือบางทีก็แบ่งเป็นพวก หมอ ครู กรรมกร เป็นต้น ข้อแตกต่างระหว่างการติดฉลากกับการแบ่งประเภทนี้อยู่ที่ การติดฉลากนั้นมีสิ่งของสิ่งเดียว แต่การแบ่งกลุ่มนั้นต้องประกอบด้วยสิ่งของหลายๆอย่าง สิ่งของหลายๆอย่างที่กำหนดเป็นพวกเดียวกันนั้น ทุกๆ สิ่งจะต้องมีคุณสมบัติร่วมกันอยู่ประการหนึ่ง

คุณสมบัติของการรวมประเภทก็เหมือนๆกับการติดฉลาก คือ ตัวเลขหรือสัญลักษณ์ที่กำหนดลงไปมิได้แทนความหมายแห่งปริมาณของคุณลักษณะใดๆ ของสิ่งเหล่านี้เลย ไม่สามารถจะตีความหมายในเชิงคณิตศาสตร์ได้ ไม่สามารถ บวก ลบ คูณ หารกันได้

ทั้งการติดฉลากและการรวมประเภท บางทีก็รวมเรียกเป็นมาตราเดียวกันว่า **มาตรานามบัญญัติ** (nominal scale)

**3. มาตราเรียงอันดับ** (ordinal scale) การวัดของมาตรานี้นับว่าสูงกว่าสองมาตราที่กล่าวมาแล้ว ด้วยว่าเราสามารถแบ่งแยกได้ว่า สิ่งต่างๆในกลุ่มพวกเดียวกันนั้น สิ่งใดมีคุณสมบัติดี เลว สูง ต่ำ สวยน้อยหรือมากกว่ากัน สามารถจัดเรียงอันดับแห่งคุณลักษณะจากน้อยไปหามากสุดได้ แต่ไม่ทราบว่า สิ่งที่เป็นที่สุดนั้นมีจุดเริ่มต้น ณ จุดใดและจบลงที่ตำแหน่งใด ไม่มีจุดศูนย์และจุดจบ นอกจากนั้นระหว่างช่วงต่างๆ ไม่สามารถบอกได้ว่ามีค่าแห่งความยาว ความเท่าเทียมกัน หรือบอกไม่ได้ว่าระหว่างช่วงจากน้อยไปมากนั้นมีค่าห่างไกลกันเท่าใด บอกได้แต่เพียงว่า น้อยกว่าหรือเท่ากับหรือมากกว่าเท่านั้นเอง เราสามารถเปรียบเทียบได้กับภาพต่อไปนี้

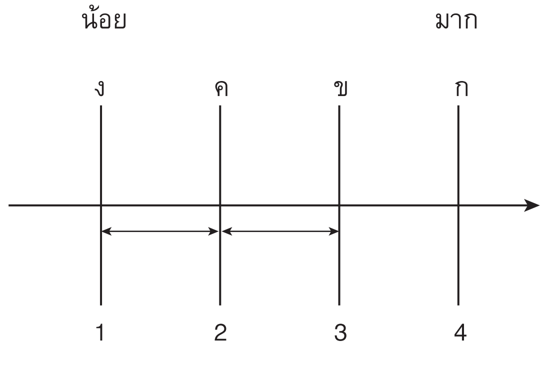



ถ้าให้เส้นลูกศรนี้บอกปริมาณหรือคุณภาพของลักษณะสิ่งของจากน้อยไปมาก จากภาพนั้นบอกให้เราทราบแต่เพียงว่า ณ จุด ก มีคุณลักษณะดีกว่า มากกว่า ณ ตรงจุด ข คุณลักษณะตรงสองจุดนี้ไม่เท่าเทียมกัน แต่มากกว่ากันเท่าใดนั้นไม่สามารถทราบได้ ระหว่าง ข กับ ค เราก็ทราบเพียงว่าตรงจุด ข ดีกว่า มากกว่าตรงจุด ค แต่จะมากกว่ากันเท่าใดเราไม่ทราบ เราทราบว่าช่วงตรงจุด ก และ ข นั้น ก มากกว่า ข ตรงช่วงระหว่าง ข และ ค นั้น ข มากกว่า ค แต่ปริมาณมากกว่า

ระหว่างสองช่วงนี้จะเท่าเทียมกัน หรือมากกว่ากัน เราก็ทราบไม่ได้อีก

มาตราเรียงอันดับยังไม่สามารถตีความหมายในเชิงคณิตศาสตร์ได้อีกเช่นกัน เช่น ไม่สามารถตีความหมายได้ว่า ณ อันดับที่ 4 มีค่ามากกว่าเป็นอันดับที่ 2 เป็น 2 เท่าของอันดับที่ 2 เป็นการบอกได้เพียงว่าอันดับที่ 4 มีคุณค่าแตกต่าง ไม่เท่าเทียมกันกับอันดับที่ 2 เท่านั้น บอกได้เพียงแต่ว่า อันดับใดมีคุณค่า ดี เลว น้อย มาก กว่ากันเท่านั้นเอง

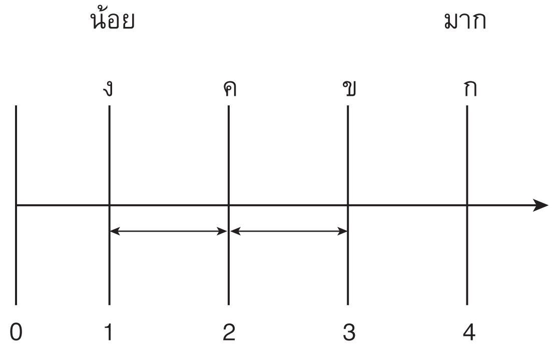
**4. มาตราอันตรภาค** (interval scale) การวัดของมาตรานี้นับว่าละเอียดและสูงกว่ามาตราเรียงอันดับ เพราะนอกจากจะบอกว่าคุณลักษณะต่างๆ ที่วัดนี้มีปริมาณคุณภาพสูงต่ำ ดีเลว กว่ากันได้แล้ว ยังสามารถบอกได้อีกว่าสูงต่ำกว่ากันมากน้อยเท่าใด ช่วงแห่งความดีความงามความด้อยนั้นเท่าเทียมกัน เสียแต่ว่ายังเป็นการวัดที่มิได้เริ่มจากศูนย์แท้ อันหมายถึงศูนย์ที่มีความหมายว่าไม่มี อันเป็นจุดเริ่มต้นแห่งการวัดที่แท้จริง อย่างเช่น ที่ว่าอุณภูมิเป็นศูนย์องศานั้น เป็นเพียงศูนย์สมมุติเท่านั้น มิใช่ศูนย์แท้ที่มีความหมายว่าไม่มีความร้อนเลย อุณหภูมิเป็นศูนย์มีความหมายเพียงว่ามีความเย็นเท่าน้ำแข็งเท่านั้น ซึ่งยังมีความร้อนอยู่อีกมาก เราสามารถเปรียบเทียบการวัดของมาตรานี้ได้กับภาพดังต่อไปนี้




จากภาพนั้น ณ ตรงจุด ก มีค่ามากกว่าตรงจุด ข, ค และ ง ตรงจุด ค มากกว่าตรงจุด ง ช่วงความแตกต่างระหว่างจุด ก กับ ข เท่าเทียมกับช่วงความแตกต่างระหว่างจุด ค และ ง แต่มาตรานี้ ก็ยังมิได้เป็นการวัดที่เริ่มต้นจากศูนย์แท้

การวัดผลทางการศึกษาและจิตวิทยาวัดได้เพียงมาตราเรียงอันดับเท่านั้นเอง เช่น สอบวัดนาย ก ได้คะแนน 40 คะแนน นาย ข ได้คะแนน 20 คะแนน ตัวเลขคะแนนบอกเพียงว่านาย ก มีความสามารถทำคะแนนได้มากกว่า นาย ข เท่านั้น ตัวเลขคะแนน 40 มิได้บอกว่าเขามีความสามารถหรือความรู้มากเป็น 2 เท่าของผู้ได้คะแนน 20 คะแนน ในปัจจุบันมีเทคนิคที่สามารถแปลงผลการวัดทางการศึกษาและจิตวิทยาให้สูงขึ้นมาเป็นการวัดในมาตราอันตรภาค แต่ยังไม่มีเครื่องมือการวัดทางการศึกษาและจิตวิทยาใดๆ ที่มีมาตราวัดสูงกว่านี้เลย

**5. มาตราเรโชหรือมาตราอัตราส่วน** (ratio scale) การวัดมาตรานี้เป็นระดับที่สูงสุดและละเอียดที่สุด ด้วยว่าเป็นการวัดที่เริ่มต้นจากศูนย์ที่แท้จริง และช่วงของมาตราการวัดแต่ละช่วงก็มีความยาวและบอกปริมาณความแตกต่างได้เท่าเทียมกัน สามารถตีความหมายได้ในเชิงคณิตศาสตร์ เป็นมาตราทางฟิสิกส์ที่ใช้กันอยู่เสมอ เช่น มาตราการวัดน้ำหนัก ความยาว เป็นต้น เราสามารถเปรียบเทียบการวัดของมาตราเรโชหรือมาตราอัตราส่วนได้ดังภาพนี้




จากภาพ ตรงจุด ก มีค่ามากกว่าตรงจุด ข ค และ ง ช่วงความแตกต่างระหว่างช่วงนั้นก็เท่าเทียมกัน สามารถตีความหมายในเชิงคณิตศาสตร์ได้ กล่าวคือ ณ จุด ก มีปริมาณ 4 มากกว่าจุด ค เป็น 2 เท่า ซึ่ง ณ จุด ค นั้นมีปริมาณเพียง 2 เท่านั้น การที่เทียบกันได้อย่างนี้เพราะต่างก็เริ่มต้นการวัดจากศูนย์ (0) แท้ด้วยกันทั้งสิ้น

**การนำไปใช้**

ความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและคุณสมบัติของจำนวนซึ่งบอกปริมาณของสิ่งต่างๆ ตลอดจนมาตราการวัดที่แบ่งเป็น 5 มาตรา แต่ละมาตรามีคุณสมบัติที่บอกจำนวนหรือปริมาณที่แตกต่างกัน จะช่วยทำให้ผู้ทำวิจัยเลือกใช้สถิติวิเคราะห์ข้อมูลได้ถูกต้องเช่น ถ้าข้อมูลอยู่ในมาตรานามบัญญัติ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางควรต้องใช้ฐานนิยม (Mode) ถ้าตัวแปรสองตัวมีข้อมูลอยู่ในระดับนามบัญญัติ เมื่อจะคำนวณค่าสหสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองต้องใช้ Phi Coefficient ถ้าตัวแปรสองตัวมีข้อมูลอยู่ในมาตราเรียงอันดับ เมื่อจะคำนวณค่าสหสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองต้องใช้ Spearman Rank Correlation เป็นต้น

ลอร์ด วิลเลียม ทอมสัน เคลวิน (Lord William Thomson Kelvin ค.ศ. 1824 – 1907) นักฟิสิกส์และนักปรัชญาธรรมชาติชาวอังกฤษไอริช เป็นผู้ที่วัดได้ว่าวัตถุที่ไม่มีความร้อนนั้น มีอุณหภูมิ อยู่ที่ – 273.15 องศาเซลเซียส กล่าวไว้เมื่อวันที่ 3 พฤษภาคม ค.ศ. 1883 ว่า “เมื่อคุณสามารถวัดสิ่งที่คุณกำลังกล่าวถึงและบ่งชี้สิ่งนั้นเป็นจำนวนได้ คุณย่อมรู้และเข้าใจบางอย่างเกี่ยวกับสิ่งนั้น แต่เมื่อคุณไม่สามารถวัดสิ่งนั้นได้และไม่สามารถบ่งชี้สิ่งนั้นเป็นจำนวนได้ ความรู้ความเข้าใจของคุณต่อสิ่งนั้นก็จะไม่สมบูรณ์และไม่น่าพอใจ” (เศรษฐพุฒิ สุทธิวาทนฤพุฒิและคณะ, 2556)

**สำเริง บุญเรืองรัตน์**

# บรรณานุกรม


โทนี่ คริลลี่ (ผู้เขียน) แคทลียา ดวงเกตุ (ผู้แปล). (2555). **20 คำถามสำคัญของคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร : มติชน.

ธนาพงศ์ ศรีสุชาติ และจุฑารัตน์ ศุนทอง; กรมศิลปากร.(2532). **ศิลปะถ้ำเขาจันทร์งาม นครราชสีมา.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์แห่งประเทศไทยจำกัด.

เศรษฐพุฒิ สุทธิวาทนฤพุฒิ และคณะ.(2556). **จับชีพจรประเทศไทย : A Nation In Decline ?** กรุงเทพมหานคร : บริษัทซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน).

สำเริง บุญเรืองรัตน์.(2554). **การปฏิรูปการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 2. นครราชสีมา : หจก.มิตรภาพการพิมพ์ 1995.

Berlinghoff, W.P.(1968). **Mathematics : The Art of Reason.** Boston : D.C. Heath and Company.

Campbell, H.E.(1970). **The Structure of Arithmetic.** New York : Meredith Corporation.

Daniels, F.(1956). **Mathematical Preparation for Physical Chemistry.** New York : McGraw - Hill Book Company, Inc.

Freund, J.E.(1956). **A Modern Introduction To Mathematics.** Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall , Inc.

Hafstrom, J.E.(1963). **Basic Concepts In Modern Mathematics.** 2$^{nd}$ed. Reading Massachasetts : Addison - Wesley Publishing Company Inc.

Haeussler, Ir. E. F.and Paul, R.S.(1990). **Introductory Mathematical Analysis For Business, Economics, and The Life and Social Sciences.** 6$^{th}$ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Preltice - Hall , Inc.

Perterson, J. A. and Hashisaki, J.(1967). **Theory Of Arithmetic.** 2$^{nd}$ed. New York : John Wiley & Sons, Inc.

Ruchte, M.(1966). **Algebra and Trigonometry.** Columbus, Ohio : Charles E. Merrill Books Inc.

Swokowski, E.(1970). **Fundamentals Of College Algebra.** 4$^{th}$ed. Boston, Massachusetts : Prindle Weber & Schmidt, Incorporated.

Wheeler, R.E.(1984). **Modern Mathematics : An Elementary Approach.** 6$^{th}$ed. Monterey, California : Brooks / Cole Publishing Company.