ความกลมกลืน

ความหมาย

ความกลมกลืน (Goodness of Fit) ทางสถิติ หมายถึง ความเหมาะสมระหว่างการแจกแจงความถี่สังเกต (observed frequency distribution) และการแจกแจงความถี่เชิงทฤษฎี (theoretical frequency distribution)

ความถี่สังเกตเป็นความถี่ที่ได้จากตัวอย่างที่เลือกมา ความถี่เชิงทฤษฎีเป็นความถี่ที่คาดว่าจะได้ เราเรียกความถี่เชิงทฤษฎีว่าความถี่คาดคะเน(expected frequency) และเรียกการแจกแจงความถี่เชิงทฤษฎีว่าการแจกแจงความน่าจะเป็น(probability distribution)

การทดสอบความกลมกลืน

เราสามารถทดสอบความกลมกลืนได้โดยใช้การทดสอบไค-สแควร์ (chi-square test) ซึ่งมีตัวสถิติที่ใช้สำหรับการทดสอบ คือ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad ....(1)$$

เมื่อ O_i แทนความถี่สังเกตของชั้นที่ i E_i แทนความถี่คาดคะเนของชั้นที่ i k แทนจำนวนชั้นที่ใช้สำหรับคำนวณค่าของ χ^2 χ^2 (สมการ (1)) จะมีการแจกแจงไค-สแควร์ (chi-suare distribution)ซึ่งมีจำนวนความเป็นอิสระ(degrees of freedom) เท่ากับ k-m โดยที่ m แทนจำนวนของค่าคงที่ซึ่งใช้สำหรับคำนวณหาค่าของความถี่คาดคะเน

ตัวอย่าง ๑

โยนเหรียญ ๑ อัน ๑๐๐ ครั้ง พบว่าเกิดหัว ๖๐ ครั้งและก้อย ๔๐ ครั้ง ต้องการทราบว่าเหรียญนี้เป็นเหรียญปกติหรือไม่

วิธีทำ

เนื่องจากต้องการทราบว่าเหรียญเป็นเหรียญปกติหรือไม่ แสดงว่าการแจกแจงความถี่เชิงทฤษฎีหรือการแจกแจงความน่าจะเป็นเท่ากับ ๑/๒ (ความน่าจะเป็นของการเกิดหัวเท่ากับ ๑/๒ หรือ ความน่าจะเป็นของการเกิดก้อยเท่ากับ ๑/๒)หรือ กล่าวว่าความถี่คาดคะเนของหัวเท่ากับ ๕๐ และความถี่คาดคะเนของก้อยเท่ากับ ๕๐ ส่วนความถี่สังเกตของหัวเท่ากับ ๖๐ และ ความถี่สังเกตของก้อยเท่ากับ ๔๐

เนื่องจากการแจกแจงความน่าจะเป็นเท่ากับ ๑/๒ แสดงว่าสมมติฐานของการทดสอบ คือ

H_0 : $p = 1/2$ (เหรียญปกติ) คู่กับ

H_1 : $p \neq 1/2$ (เหรียญไม่ปกติ)

โดยที่ p แทนความน่าจะเป็นของการเกิดหัวในแต่ละครั้งของการโยนเหรียญนี้

เพราะว่า $n=100$ และ $p=1/2$ ดังนั้น

$$E_1 = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \quad \text{และ}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \times 100 = 50$$

เราสามารถคำนวณหาค่าของ χ^2 ได้ดังแสดงในตาราง ๑

ตาราง ๑ การคำนวณหาค่าของ χ^2 ของตัวอย่าง ๑

ขั้นที่	O_i	E_i	O_i-E_i	$(O_i-E_i)^2/E_i$
1	60	50	10	2
2	40	50	-10	2
รวม	100	100	0	$4 = \chi^2$

เพราะว่า k=2 m=1 (จำนวนค่าคงที่สำหรับหาค่าของความถี่คาดคะเนมีตัวเดียวคือ n) และถ้ากำหนดให้ระดับนัยสำคัญ (level of significance) เท่ากับ 0.05 ดังนั้นจากตารางการแจกแจงไค-สแควร์ที่จำนวนความเป็นอิสระเท่ากับ 2-1 = 1 จะได้ว่า

$$Pr\ (\chi^2 > 3.84) = 0.05$$

ซึ่งเราจะเขียน $\chi^2_{.05;1} = 3.84$

เนื่องจากเราจะปฏิเสธ H_o ถ้า χ^2 (จากสมการ (1)) มีค่ามากกว่า $\chi^2_{.05;1}$ ดังนั้น เราปฏิเสธ $H_o: p = 1/2$ $(4>3.84)$แสดงว่าเหรียญที่ใช้ในการโยนครั้งนี้เป็นเหรียญไม่ปกติ นั่นคือ การแจกแจงความถี่เชิงทฤษฎี หรือการแจกแจงความน่าจะเป็นซึ่งเท่ากับ ๑/๒ ไม่เหมาะสมที่จะใช้อธิบายถึงการแจกแจงความถี่สังเกตของการโยนเหรียญนี้

ตัวอย่างที่ ๒

ตาราง ๒ เป็นข้อมูลซึ่งได้จากผลการวิจัยเรื่อง "การศึกษาประสิทธิภาพแบบเรียนที่เน้นการวิเคราะห์กระบวนการคิดเรื่องฟังก์ชันที่อินทิเกรตได้" ของ เสนอ คุณประเสริฐ นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

การวิจัยครั้งนี้ได้ทำการทดลองกับนิสิตระดับปริญญาตรีปีที่ ๒ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร จำนวน ๔๔ คน ภายหลังการทดลองได้นำคะแนน ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตทั้ง ๔๔ คนนี้มาแบ่งเป็น ๒ กลุ่ม โดยให้นิสิตที่ทำแบบทดสอบได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ ๕๐% อยู่ในกลุ่มที่ ๑ ส่วนนิสิตที่ทำแบบทดสอบได้คะแนนน้อยกว่า ๕๐% อยู่ในกลุ่มที่ ๒

ตาราง ๒ จำนวนนิสิตแบ่งตามคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนิสิต
กลุ่มที่ ๑	๑๘
กลุ่มที่ ๒	๒๖

การวิจัยครั้งนี้ ต้องการทราบว่าแบบเรียนที่เน้นการวิเคราะห์กระบวนการคิดเรื่องฟังก์ชันที่อินทิเกรตได้มีประสิทธิภาพหรือไม่

วิธีทำ

เนื่องจากต้องการทราบว่าแบบเรียนดังกล่าวมีประสิทธิภาพหรือไม่ แสดงว่าการแจกแจงความถี่เชิงทฤษฎีหรือการแจกแจงความน่าจะเป็นเท่ากับ ๑/๒ (ความน่าจะเป็นที่จะมีนิสิตได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ ๕๐% เท่ากับ ๑/๒) หรือกล่าวว่าความถี่คาดคะเนของนิสิตที่ได้คะแนนมากกว่า หรือเท่ากับ ๕๐% เท่ากับ ๒๒ คน และความถี่คาดคะเนของนิสิตที่ได้คะแนนน้อยกว่า ๕๐% เท่ากับ ๒๒ คน ดังนั้น สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$H_o : p = 1/2$ คู่กับ

$H_1 : p \neq 1/2$

เพราะว่า $n = 44$ และ $p = 1/2$ ดังนั้น

$$E_1 = 44 \times \frac{1}{2} = 22 \text{ และ } E_2 = 44 \times \frac{1}{2} = 22$$

เราสามารถคำนวณหาค่าของ χ^2 ได้ดังแสดงในตาราง 3

ตาราง 3 การคำนวณหาค่าของ χ^2 ของตัวอย่าง 2

ขั้นที่	O_i	E_i	O_i-E_i	$(O_i-E_i)^2/E_i$
1	18	22	-4	0.73
2	26	22	4	0.73
รวม	44	44	0	$1.46 = X^2$

เพราะว่า $k=2$ $m=1$ และถ้ากำหนดให้ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 ดังนั้น จากตารางการแจกแจงไค-สแควร์ที่จำนวนความเป็นอิสระเท่ากับ ๒-๑ จะได้ว่า

$$Pr\ (\chi^2 > 3.84) = 0.05$$

ซึ่งเราจะเขียน $\chi^2_{.05;1} = 3.84$

เนื่องจากเราจะปฏิเสธ H_o ถ้า χ^2 จากตาราง ๓ มีค่ามากกว่า $\chi^2_{.05;1}$ ดังนั้น เราไม่ปฏิเสธ H_o $(1.46 < 3.84)$

แสดงว่า จากกลุ่มตัวอย่างนี้เราไม่สามารถกล่าวได้ว่าแบบเรียนดังกล่าวมีประสิทธิภาพเป็นอย่างไร (เพราะว่าเมื่อเราไม่ปฏิเสธ H_o แสดงว่าจำนวนนิสิตที่ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ ๕๐% เท่ากับจำนวนนิสิตที่ได้คะแนนน้อยกว่า ๕๐%)

ตามตัวอย่าง ๒ เป็นการเปรียบเทียบนิสิต ๒ กลุ่ม เพื่อจะดูว่านิสิตส่วนใหญ่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ (สอบผ่าน) หรือไม่ ถ้านิสิตส่วนใหญ่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ แสดงว่า แบบเรียนดังกล่าวมีประสิทธิภาพ ถ้านิสิตส่วนใหญ่ได้คะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ แสดงว่าแบบเรียนดังกล่าวไม่มีประสิทธิภาพ

วิธีการทดสอบความกลมกลืนดังกล่าวข้างต้นเป็นวิธีการทดสอบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง(discrete probability distribution) ส่วนวิธีการทดสอบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง (continuous probability distribution) นั้นเราสามารถใช้การทดสอบไค -สแควร์ได้เช่นเดียวกัน

ประโยชน์ของความกลมกลืน

ความกลมกลืนทางสถิติมีประโยชน์สำหรับตรวจสอบว่าการแจกแจงความถี่เชิงทฤษฎีหรือการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลเหมาะสมที่จะใช้อธิบายเกี่ยวกับการแจกแจงความถี่สังเกตได้หรือไม่

อรพินท์ เจียระพงษ์

เสนอ คุณปร

เกรคได้

อรพินท์ เจีย

วิโรฒ ป

Conover,

Sons,

Frind, Jo

1979.

Ptattenber

Busin

บรรณานุกรม

เสนอ คุณประเสริฐ **การศึกษาประสิทธิภาพแบบเรียนที่เน้นการวิเคราะห์กระบวนการคิดเรื่องฟังก์ชันที่อินทิเกรตได้** ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ๒๕๒๖.

อรพินท์ เจียระพงษ์ **วิธีทางสถิติ : การทดสอบสมมติฐาน** ภาควิชาคณิตศษสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ๒๕๒๕ อัดสำเนา

Conover, W.J. **Practical Nonparametric Statistics.** New York, John Wiley & Sons, 1971.

Frind, John E. **Modern Elementary Statistics.** New Jersey, Prentice-Hall, 1979.

Ptattenberger, Roger C. and Pattererson, James H. **Statistical Method for Business and Economics.** Illinois, Richard D. Irwin, 1977.