

คะแนน Z

ความหมาย

คะแนน Z (Z - Score) อ่านว่า คะแนนซี คือ คะแนนมาตรฐานชนิดหนึ่งที่แปลงรูปมาจากคะแนนดิบที่มีการกระจายเป็นโค้งปกติ

$$\text{การแปลงคะแนนใช้สูตรสถิติที่ว่า } Z = \frac{X - \bar{X}}{S.D.}$$

$$\text{หรือ } Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Z คือ คะแนน Z ของผู้สอบคนหนึ่ง

X คือ คะแนนดิบของผู้สอบคนนั้น

\bar{X} หรือ ค่าเฉลี่ยของการกระจายของคะแนนดิบของกลุ่มตัวอย่างผู้สอบ n คนที่คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

μ คือ ค่าเฉลี่ยของการกระจายของคะแนนดิบของประชากรผู้สอบ n คน

S.D คือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของการกระจายของคะแนนดิบของกลุ่มตัวอย่างผู้สอบ n คน ที่คำนวณจากสูตร

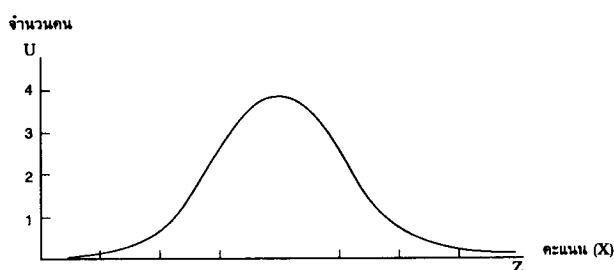
$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

σ คือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของการกระจายของคะแนนดิบของประชากรผู้สอบ

ความเป็นมาของคะแนน Z

การวัดตัวแปรทางการศึกษาหรือจิตวิทยาหรือตัวแปรทางสังคมศาสตร์บางตัวแปรกับประชากรหรือกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากร ถ้าคะแนนจากการวัดของกลุ่มบุคคลดังกล่าวนี้ นำมาแจกแจงความถี่ แล้วสร้างภาพการแจกแจงความถี่ของกลุ่มคะแนนนี้มีลักษณะเป็นโค้งปกติ (normal curve) หรือมีการกระจายเป็นปกติ (normal distribution) เสมือนรูปประฆังคว่ำ โดยให้เส้นแกน

ตั้งแทนจำนวนคน เส้นแกนนอนแทนคะแนน นักสถิติบางคนเรียกว่า Gaussian Curve เพื่อให้เกียรติแก่คาร์ล เกาส์ (Karl Guass) นักคณิตศาสตร์ ผู้เสนอความคิดเกี่ยวกับโค้งปกติ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ภาพเส้นโค้งปกติแสดงความถี่บนคะแนนต่าง ๆ จากการสอบประชากร

เดอมัวร์ (De Moivre) ได้พิสูจน์ให้เห็นว่าความถี่บนคะแนนต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันตามสมการคณิตศาสตร์ดังนี้

$$U = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

เมื่อ U คือ ค่าความสูงของเส้นโค้ง ซึ่งบอกจำนวนความถี่ของแต่ละคะแนน

π คือ ค่าประมาณ 3.142

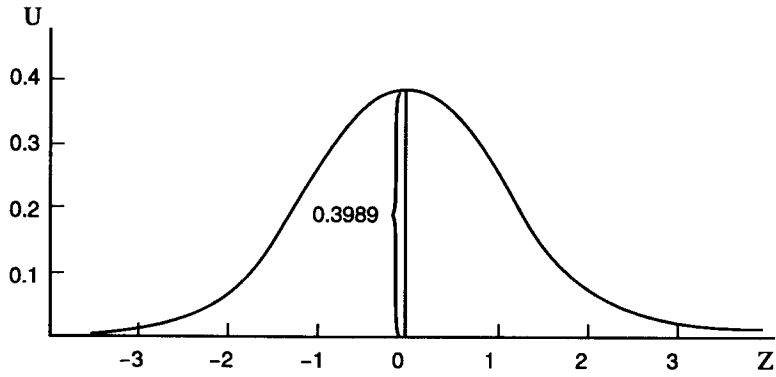
e คือ ค่าประมาณ 2.718

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

σ คือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

x คือ ค่าคะแนนดิบ

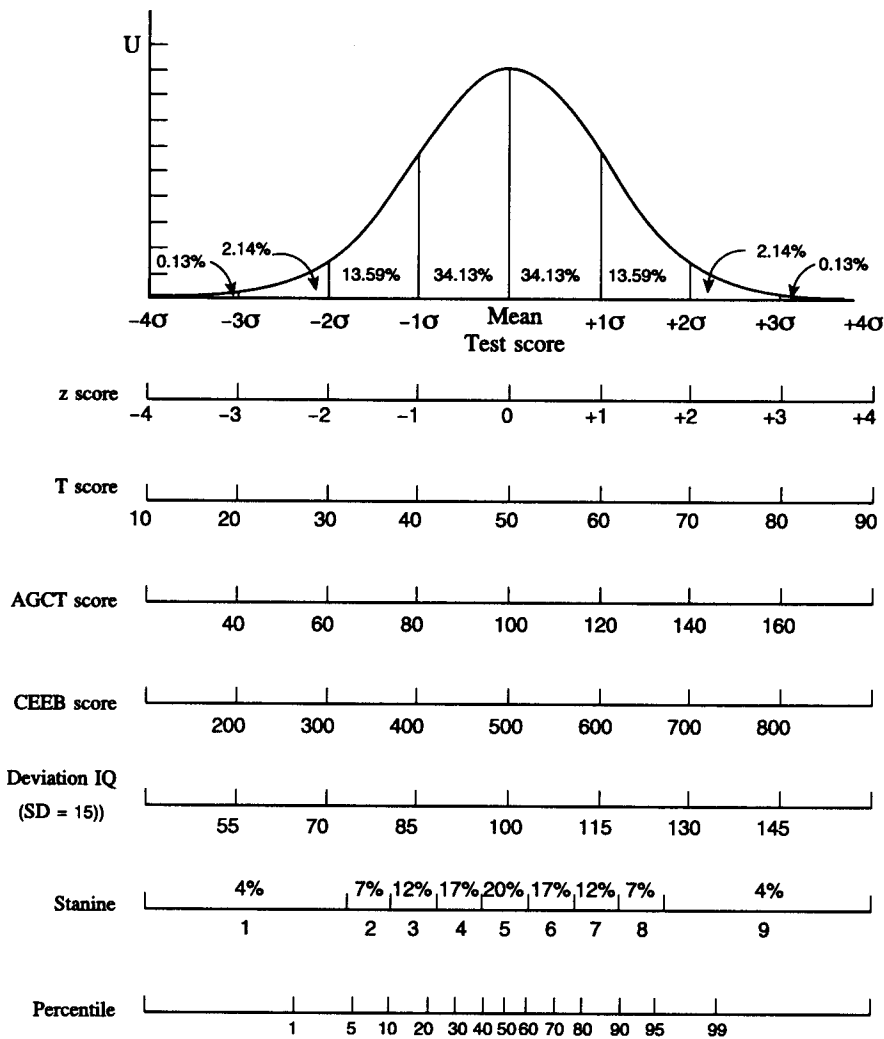
นักสถิติได้เปลี่ยนคะแนนดิบเป็นคะแนน Z ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 คะแนน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 คะแนน Z และถ้ากำหนดความสูงให้เป็นค่าระหว่าง 0 ถึง 1 (U) ภาพกราฟที่ 1 จะได้เป็นภาพกราฟปกติตามทฤษฎีโค้งปกติ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ภาพโค้งปกติตามทฤษฎีโค้งปกติ มีค่ารายเฉลี่ย (μ) = 0 และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) = 1

ความสัมพันธ์ระหว่างมาตรฐานคะแนนดิบ และมาตรฐาน Z และมาตรฐานอื่นๆ

คะแนนดิบ นำมาแปลงเป็นคะแนนมาตรฐาน Z และรูปแบบอื่นๆ ได้ทุกตัวแปร ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนดิบ คะแนน Z และคะแนนมาตรฐานอื่นๆ

คะแนนมาตรฐานอื่น ๆ

ในภาพที่ 3 การแปลงคะแนนดิบมาเป็นคะแนน Z แล้ว ยังแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนนมาตรฐานคะแนนอื่น ๆ อีก เช่น

T score มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10

AGCT Score เป็นคะแนนมาตรฐานของแบบทดสอบ Army General Classification Test มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 100 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 20

CEEB Score เป็นคะแนนมาตรฐานของ College Entrance Examination Board มีคะแนนเฉลี่ย 500 และมีคะแนนความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100

Deviation IQ (S.D = 15) มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 100 มีคะแนนความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 15

Stanine และ Percentile เป็นคะแนนมาตรฐานที่จะนำเสนอคำศัพท์ต่อไป

คะแนนทุกชนิดล้วนแปลความหมายบ่งชี้ความสามารถของผู้สอบคนหนึ่งว่า มีผู้สอบร้อยละเท่าไรอยู่ได้เขา โดยยึดพื้นที่ภายใต้โค้งปกติ

คุณสมบัติของคะแนน Z

คุณสมบัติของคะแนน Z คะแนน Z ที่มีหน่วยความถี่อยู่ระหว่าง 0 - 1 (U) บนค่าคะแนน Z ต่าง ๆ มีคุณสมบัติที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. คะแนน Z มีค่าอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง $+\infty$ แต่ตารางสถิติโค้งโดยทั่วไปจะกำหนดค่า Z อยู่ระหว่าง -3 ถึง +3 เพราะพื้นที่ต่อจากค่าทั้งสองนี้มีน้อยมาก
2. พื้นที่ภายใต้โค้งปกติที่มีค่าคะแนน Z อยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง $+\infty$ มีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 หรือคิดเป็น 100%
3. พื้นที่จากค่า Z เท่ากับ 0 ถึง 1 หรือ 0 ถึง -1 แต่ละช่วงนี้เท่ากับ 34.13% ถ้ารวมพื้นที่ค่า Z ระหว่าง -1 และ +1 เท่ากับ $34.13 + 34.13$ เท่ากับ 68.26%
4. พื้นที่จากค่า Z เท่ากับ -1 ถึง -2 หรือ +1 ถึง +2 แต่ละช่วงเท่ากับ 13.59%
5. พื้นที่จากค่า Z เท่ากับ -2 ถึง -3 หรือ +2 ถึง +3 แต่ละช่วงเท่ากับ 2.14%
6. พื้นที่จากค่า Z เท่ากับ $-\infty$ ถึง -3 หรือ +3 ถึง $+\infty$ แต่ละช่วงเท่ากับ 0.13%
7. พื้นที่จากค่า Z เท่ากับ $-\infty$ ถึง 0 ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยตรงจุดกึ่งกลาง หรือ 0 ถึง $+\infty$ แต่ละช่วงมีพื้นที่เท่ากับ 50%
8. เส้นแนวตั้งตรงค่า Z เท่ากับ 0 นั้น มีความยาวมากที่สุดของเส้นกราฟโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 0.3989
9. การแจกแจงคะแนน Z มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และค่าความแปรปรวน เท่ากับ 1

การเทียบค่าคะแนน Z กับพื้นที่ใต้โค้งปกติและค่าความสูงของเส้นโค้งตรงจุดคะแนน Z

ค่าคะแนน Z พื้นที่ใต้โค้งปกติและค่าความสูงของเส้นโค้งตรงจุดคะแนน Z ค่าทั้ง 3 นี้ สามารถเทียบกันได้จากตารางสำเร็จรูปตามหนังสือสถิติทั่วไป เช่น

ค่า Z	พื้นที่ใต้โค้งปกติจากซ้ายสุด	ค่าความสูงของเส้นโค้ง
-3.00	.0013 หรือ .13%	.0044
-2.00	.0228 หรือ 2.28%	.0540
-1.99	.0233 หรือ 2.33%	.0540
.00	.50 หรือ 50%	.3989
+.62	.7324 หรือ 73.24%	.3292
+1.00	.8413 หรือ 84.13%	.2420

การแปลความหมายของคะแนน Z จากผลการสอบ

มาตรคะแนน Z สามารถนำมาใช้แปลความหมายผลการสอบตามหลักการวัดผลแบบอิงกลุ่มเพื่อบ่งชี้ความสามารถของผู้สอบเปรียบเทียบกับบุคคลในกลุ่มผู้สอบเดียวกันตามพื้นที่ใต้โค้งปกติว่า มีความสามารถเหนือผู้สอบ ผู้อื่นก็เปอร์เซ็นต์หรือผู้สอบอื่น ๆ ก็เปอร์เซ็นต์ที่มีความสามารถต่ำกว่า แต่คะแนน Z ไม่ได้บอกปริมาณความสามารถของผู้สอบ บอกได้เพียงว่าผู้สอบคนหนึ่งมีความรู้ความสามารถเหนือผู้อื่นกี่เปอร์เซ็นต์ หรือผู้อื่นมีกี่เปอร์เซ็นต์ ที่มีความสามารถน้อยกว่า เช่น ผู้สอบคนนี้สอบความสามารถการใช้เหตุผลได้คะแนน Z เท่ากับ 1.00 แปลความหมายได้ว่า ผู้สอบผู้นี้มีความสามารถในการให้เหตุผลอยู่ตรงตำแหน่งที่เหนือผู้อื่นอยู่ 84 คน จากผู้สอบทั้งหมด 100 คน ผู้มีความสามารถปานกลางจะมีค่า $Z = 0$ ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยและเป็นจุดหลักของการเปรียบเทียบ ถ้าผู้ใดมีค่า Z น้อยกว่า 0 แปลว่ามีความสามารถน้อย ผู้ใดมีค่าคะแนน Z มากกว่า 0 แปลว่า มีความสามารถมาก

ประโยชน์ของคะแนน Z

คะแนน Z มีคุณสมบัติตามที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้น เมื่อสอบวัดวิชาต่างๆ ผลการสอบแต่ละวิชานี้มีธรรมชาติแตกต่างกัน มีมาตรคะแนนดิบต่างกัน

สามารถแปลงมาตรคะแนนดิบเหล่านั้นให้เป็นมาตรคะแนน Z ได้ทุกวิชา ทำให้สามารถใช้คะแนน Z ของแต่ละวิชามาเปรียบเทียบและแปลความหมายเกี่ยวกับความสามารถของผู้สอบแต่ละคนในแต่ละวิชาได้ หรือเปรียบเทียบแต่ละวิชาของผู้สอบแต่ละคน หรือนำคะแนนผลการสอบแต่ละวิชาของแต่ละคนมารวมกันแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนน Z ก็ทำให้แปลความหมายเกี่ยวกับความสามารถของผู้สอบโดยภาพรวมได้หรือจะเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนน Z ของแต่ละวิชาหรือแต่ละโรงเรียน ทำให้สามารถเห็นความสามารถของผู้เรียนโดยรวมของแต่ละวิชาหรือแต่ละโรงเรียนได้ว่า มีความสามารถเด่นด้อยในด้านใด ซึ่งจะมีผลทำให้ตัวผู้เรียนผู้สอน และผู้บริหารได้ปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนได้ตรงเป้าหมายเช่น สมมติว่า สรุพบว่า นาย ก. สอบแล้วได้คะแนน Z วิชาภาษาไทยเท่ากับ 1.5 วิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ -0.75 วิชาวิทยาศาสตร์เท่ากับ 0.00 ผลการสอบดังกล่าวนี้จะต้องปรับปรุงแก้ไขการเรียนของนาย ก. ที่วิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก แม้กระนั้นวิชาวิทยาศาสตร์ต้องปรับปรุงด้วยเช่นกัน สมมติว่า ผลการสอบนักเรียนทั่วประเทศ โรงเรียน ข. ได้ค่า Z เฉลี่ยวิชาภาษาอังกฤษ -0.65 ค่า Z เฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ $.78$ โรงเรียน ข. ต้องปรับปรุงการสอนวิชาภาษาอังกฤษอย่างมาก

สำเร็จ บุญเรืองรัตน์

บรรณานุกรม

- ชวาล แพร์ตกุล. **เทคนิคการวัดผล**. พระนคร : โรงพิมพ์วัฒนาพานิช, 2509.
- Anastasi, Anne. **Psychological Testing**. New York : The Macmillan Co., 1968.
- Clark, Charles T. and Lawrence L. Schkoder. **Statistical Methods for Business Decisions**. Ohio : South - Western Publishing Company, 1969.
- Glass, Gene V. and Julian C. Stanley. **Statistical Methods in Education and Psychology**. New Jersey : Prentice - Hall, Inc., 1970.