

เทคนิคแบบจำลองบนเครื่องหมุนเหวี่ยงทางวิศวกรรมปฐพี
Geotechnical Centrifuge Modeling Technique

ผศ.ดร.ขนาด คงสมบูรณ์

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

บทคัดย่อ

เทคนิคการใช้แบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงในงานวิศวกรรมปฐพีเป็นเทคนิคที่มีบทบาทสำคัญในงานวิชาการและวงการวิศวกรรมในอันที่จะสร้างความเข้าใจในพฤติกรรมของปัญหาทางวิศวกรรม ช่วยให้ผู้วิศวกรเข้าใจพฤติกรรมของฐานรากกับมวลดินได้อย่างถูกต้องยิ่งขึ้น การทำแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงโดยการจำลองแรงโน้มถ่วงสูงให้กับแบบจำลองเพื่อให้เกิดแรงกระทำได้เหมือนกับชั้นดินต้นแบบ สามารถทำซ้ำๆ ได้หลายๆสภาวะ และสามารถทดสอบได้จนถึงจุดพิบัติ ปัจจุบันประเทศไทยได้เริ่มเห็นความสำคัญของเทคนิคนี้เช่นกัน และ เริ่มทำการศึกษาและส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาเทคนิคนี้ขึ้นเองภายในประเทศ เช่น การพัฒนาเครื่องหมุนเหวี่ยง การจัดตั้งคณะทำงานด้านนี้ และ การประชาสัมพันธ์ให้เห็นประโยชน์ของเทคนิคนี้สู่ภาครัฐและเอกชน ต่อไป

Abstract

Geotechnical centrifuge modeling is an important technique in education and engineering field. This technique invents more understanding behaviors in special problem in engineering and assists engineers to understand extensively in behaviors between foundations and soil mass. The high Gravity field in a centrifuge model is created to activate a correct stress field compared with a prototype. Centrifuge model can be tested repeatedly under controlled environment and tested until failure mode occurred. In Thailand, at present, the technique is focused to initiate related attractive activities such as developing the first research class geotechnical centrifuge, appointing a technical committee and supporting activities of public relation to promote the benefits of centrifuge modeling technique among public and government sectors.

บทนำ

ผู้ที่มีความสนใจในงานทางด้านวิศวกรรมโยธา คงจะมีความคุ้นเคยกับการศึกษา หรือการทดสอบแบบจำลองทางวิศวกรรมโยธาในห้องทดลองมาแล้วไม่มากนักน้อย เช่น การทดลองแบบจำลองโครงข้อหมุน (Truss) แบบจำลองการไหลของน้ำในรางเปิด (Open Channel) มาแล้วในสถาบันการศึกษาต่างๆ แต่เคยรู้สึกแปลกใจหรือสงสัยหรือไม่ว่าทำไมถึงไม่ค่อยได้เห็นการจำลองการทดสอบทางวิศวกรรมปฐพีในห้องทดลองของงานดังต่อไปนี้บ่อยนัก เช่น งานฐานรากชนิดต่างๆ เช่น การจำลองฐานรากเสาเข็ม การจำลองเขื่อนดิน การจำลองงานขุดดิน การจำลองการเคลื่อนตัวของการขุดอุโมงค์ เป็นต้น ทำให้เกิดความสนใจในงานก่อสร้างเหล่านี้มักมาจากงานก่อสร้างจริงที่มีข้อจำกัดอย่างมาก

บทความนี้จะได้นำเสนอเทคโนโลยี และความรู้ด้านการจำลองปัญหาทางวิศวกรรมปฐพีในแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงให้บุคคลทั่วไปและผู้ที่เกี่ยวข้อง

การจำลองปัญหาเพื่อการศึกษาพฤติกรรมทางวิศวกรรมปฐพี

การจำลองปัญหาทางวิศวกรรมให้มีขนาดเล็กลงจากปัญหาต้นแบบ เพื่อความสะดวกในการศึกษาพฤติกรรมทางวิศวกรรมที่ยังไม่ถูกอธิบายหรือเพื่อความกระจ่างชัดของการศึกษาพฤติกรรมในหลายรูปแบบ หรือในสถานะสภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งยากหรือเป็นไปได้ที่จะศึกษาด้วยสภาพการก่อสร้างจริง โดยส่วนใหญ่จะทำการทดสอบให้ทราบพฤติกรรมที่ยังหาคำตอบไม่ได้จากปัญหาต้นแบบ หรือยังไม่เคยเกิดขึ้นจริง เช่น การศึกษาระบบค้ำยันในงานขุดดินลึก การศึกษาการทรุดตัวของชั้นดินเหนียวที่เจาะอุโมงค์ ผลกระทบของโครงสร้างฐานรากจากภัยสึนามิ เป็นต้น การทดสอบที่สามารถทำจำลองขึ้นเข้าไปเข้ามาในห้องทดลองได้ อันจะนำไปสู่การสร้างมาตรฐานการออกแบบทางวิศวกรรมได้อย่างมั่นใจ ประหยัดและปลอดภัยมากยิ่งขึ้น

สำหรับการศึกษาปัญหาในด้านวิศวกรรมปฐพีนั้น มีการศึกษาจากแบบจำลองต่างๆที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เช่น แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ด้วยแบบจำลอง Finite Element Method ซึ่งเป็นการจำลองชั้นดินและโครงสร้างต่างๆด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทำการศึกษาพฤติกรรมของปัญหาจากการคำนวณอย่างแม่นยำของคอมพิวเตอร์ ซึ่งความแม่นยำจะขึ้นอยู่อย่างมากกับพารามิเตอร์และรูปแบบจำลองหรือทฤษฎีการจำลองของโครงสร้างที่กำลังศึกษา การจำลองแบบนี้ไม่ได้ใช้มวลดินหรือโครงสร้างทางวิศวกรรมจริงๆ แบบจำลองอีกประเภทหนึ่งที่มีความซับซ้อนมากขึ้นก็คือ การทดสอบแบบย่อขนาด (Small Scale Tests) ซึ่งเป็นการจำลองปัญหาทางวิศวกรรมให้มีขนาดลดลงมาหลายเท่า เพื่อความถูกต้องของการจำลองพฤติกรรม การทดสอบยังต้องมีขนาดค่อนข้างใหญ่พอสมควร การทำซ้ำค่อนข้าง

ลำบากและเสียค่าใช้จ่ายสูง และแบบจำลองอีกชนิดหนึ่งที่กำลังนำเสนอนี้คือแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงเป็นแบบจำลองย่อขนาดด้วยเทคนิคการเพิ่มแรงโน้มถ่วงที่เหมาะสมบนแกนหมุนเหวี่ยงเพื่อให้แบบชั้นดินและ โครงสร้างจำลองย่อขนาดมีสภาวะความเค้นเหมือนสภาวะการก่อสร้างจริงในสนามมากที่สุด แม้ถูกลดขนาดลง แบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงนี้แม้จะถูกย่อขนาดปัญหาแต่ยังคงใช้มวลดินจริงจากสถานที่ก่อสร้างจริงดังนั้นจึงไม่มีการใส่ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของดินและโครงสร้าง ด้วยเหตุนี้ความถูกต้องจึงไม่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่เลือกใช้ แต่จะขึ้นอยู่กับเทคนิควิธีการเตรียมแบบจำลอง อีกทั้งแบบจำลองชนิดนี้สามารถทำซ้ำหลายๆครั้งและทดสอบจนถึงพิบัติได้

หลักการการจำลองแบบหมุนเหวี่ยง (Principles of Centrifuge Modeling Technique)

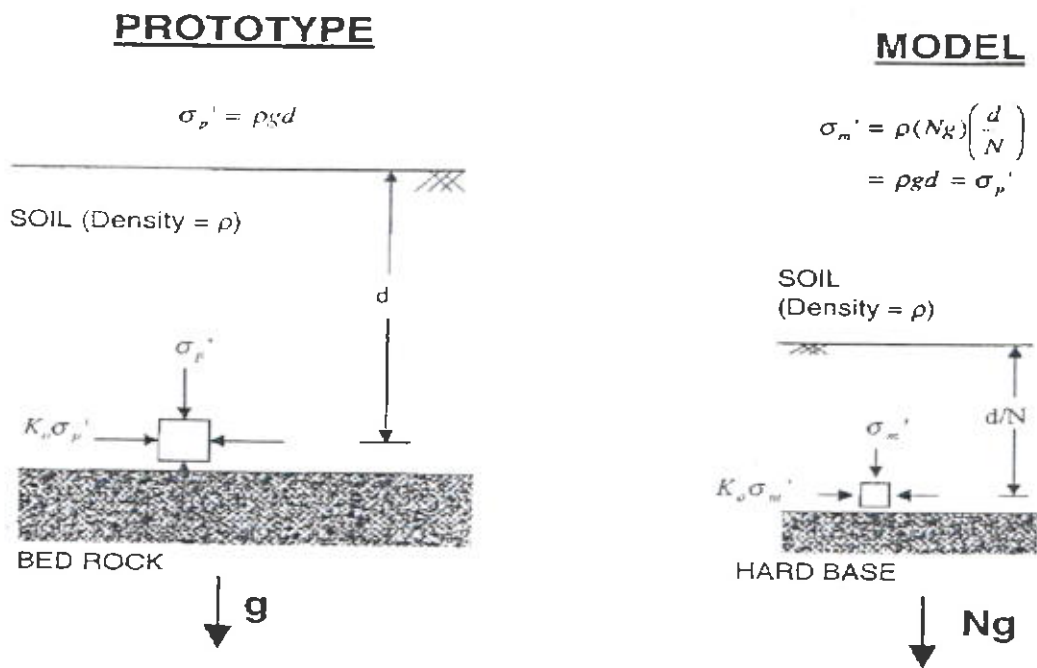
การจำลองทางกายภาพที่ทำให้เราสามารถลดขนาดของปัญหาทางวิศวกรรมโยธาลงมา และนำแบบจำลองเหล่านั้นมาทำการศึกษา และทำการทดสอบเข้าไปเข้ามาได้ในห้องทดลอง มีความสำคัญมากต่อการเรียนรู้ทางด้านวิศวกรรม วัตถุประสงค์ที่สำคัญก็คือ เพื่อต้องการที่จะทราบพฤติกรรมต่างๆ หลากๆรูปแบบ หรือในสภาวะสภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป เช่น การเพิ่มแรงกด การลดขนาด โครงสร้าง และโดยส่วนใหญ่จะทำการทดสอบจนกระทั่งเกิดการพังทลายในที่สุด

ในงานวิศวกรรมทางด้านวิศวกรรมปฐพีคงจะทราบกันดีว่าหน่วยแรงกดทับ (*Overburden pressure*) และหน่วยแรงประกอียดข้าง (*Confined pressure*) มีความสำคัญมากต่อพฤติกรรมระหว่างภายในมวลดินเอง และระหว่างโครงสร้างใต้ดินกับดิน หน่วยแรงเหล่านี้มีผลกระทบโดยตรงต่อกำลังรับแรงเฉือนของดิน และค่อนข้างมีลักษณะเฉพาะในแต่ละแบบของแรงกระทำและชนิดของดิน การจำลองจึงทำได้ยากมากในห้องทดลองต่างๆไป เช่น การจำลองการกระจายแรงคั่นกดทับซ้อนๆ กันของชั้นดินต่างๆ หลากๆ ชั้นที่ลึกลงไปในดิน เช่น 10-30 เมตร

การลดขนาดลงของปัญหาลงมาโดยตรงเพื่อการทดสอบในห้องทดลองอาจจะไม่สามารถสร้างสภาวะการกดทับ (Vertical stress, Horizontal stress) ดังกล่าวได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากมีการใช้ปริมาตรของดินน้อยกว่าความเป็นจริงมาก ดังนั้นเพื่อให้หน่วยแรงกดทับดังกล่าวเกิดขึ้นเทียบเท่ากับของจริงแบบจำลองเหล่านี้จึงจำเป็นต้องถูกทดสอบในสภาวะที่มีแรงโน้มถ่วงมากขึ้น

การลดขนาดลงมาด้วยการทำแบบจำลองย่อขนาดทางกายภาพโดยทั่วไป จะไม่สามารถจำลองพฤติกรรมต่างๆได้ ภายใต้สนามแรงโน้มถ่วงของโลกปกติ ซึ่งค่า g (gravity) นี้เป็นอิทธิพลสำคัญที่ก่อให้เกิดความเค้นในมวลดิน ซึ่งจะเป็ปัจจัยหลักในการจำลองพฤติกรรมของชั้นดิน ถ้าจะทำการจำลองความเค้นในมวลดินบนพื้นโลกด้วยแบบจำลองขนาดเล็กนั้น จำเป็นจะต้องทดสอบภายใต้แรง

โน้มถ่วงจำลองที่สูงกว่าแรงโน้มถ่วงปกติบนโลกที่ได้สัดส่วนกับขนาดแบบจำลองที่ถูกทดลอง ซึ่งเราสามารถจำลองแรงโน้มถ่วงสูงนี้ได้ด้วยเครื่องหมุนบนแกนเหวี่ยง หรือที่เรียกว่า Centrifuge การทดสอบในห้องทดลองภายใต้สนามแรงโน้มถ่วงของโลกปกติจะไม่สามารถสร้างสภาวะความเค้นกดทับดังกล่าวได้อย่างถูกต้องขณะทำการทดสอบ ดังนั้นเพื่อให้หน่วยแรงดังกล่าวเกิดขึ้นเทียบเท่าของจริงแบบจำลองย่อขนาดเหล่านี้ต้องถูกทดสอบในสภาวะที่มีแรงโน้มถ่วงสูงขึ้นเพื่อทดกับขนาดที่ลดทอนลง ซึ่งสามารถอธิบายตัวอย่างดังรูปที่ 1 ชั้นดินต้นแบบที่ทำการศึกษา(Prototype) มีความลึก d ดังนั้นความเค้นในแนวดิ่งจึงมีค่า $\sigma_p = \rho g d$ เมื่อจำลองการก่อสร้างจริงลงในแบบจำลอง(Model)ย่อขนาดลง N เท่า ความเค้นในมวลดินจึงมีค่า $\sigma_p = \rho g \frac{d}{N}$ ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบแบบจำลองย่อขนาดนี้บนแกนหมุนเหวี่ยงที่สามารถจำลองสภาวะที่มีแรงโน้มถ่วงของโลก N เท่า (Ng) จึงสามารถจำลองความเค้นในมวลดินได้ $\sigma_p = \rho (Ng) \frac{d}{N}$ ทำให้สามารถจำลองค่าความเค้นของแบบจำลองขนาดเล็กได้เท่ากับการทดสอบจริงในสนาม หลักการนี้ทำให้ความเค้นแต่ละจุดในแบบจำลองเท่ากับต้นแบบจริงได้แม้จะถูกย่อขนาดลงก็ตาม ดังนั้นเราจะเพิ่มแรงโน้มถ่วงได้อย่างไรในห้องทดลองบนพื้นโลกปกติ

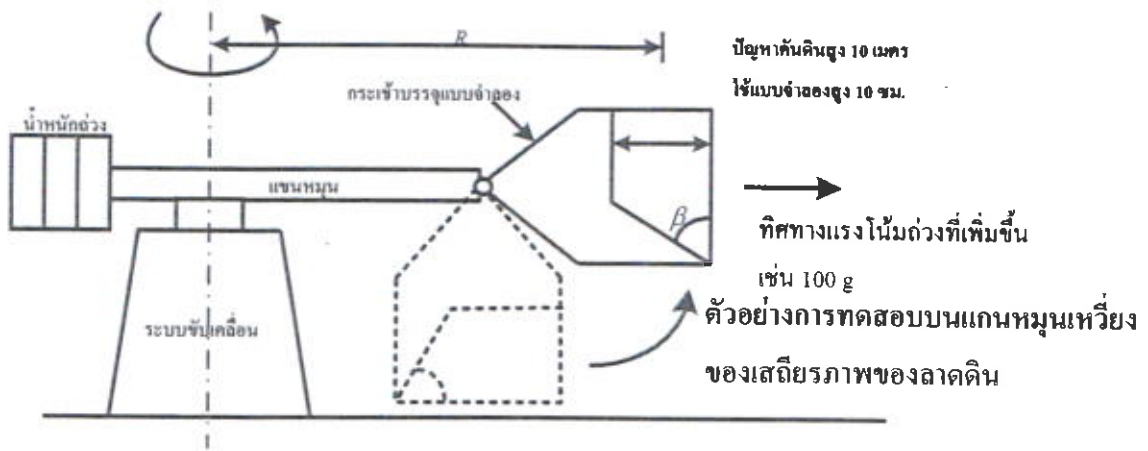


รูปที่ 1 การเปรียบเทียบหน่วยความเค้นของดินแบบกับแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยง

(เอกสารเผยแพร่ของ National University of Singapore)

คำถามคือการเพิ่มแรงโน้มถ่วงในห้องทดลองให้มีมากขึ้นกว่าที่มีบนพื้นโลกปกติจะทำได้
อย่างไร ดังนั้นการพัฒนาเทคนิคนี้ได้มีมานานแล้วหลายสิบปี โดยมีหลักการและแนวความคิดที่
คล้ายคลึงกัน โดยเริ่มตั้งแต่ สมัยก่อนสงครามโลกครั้งที่ 2 ขณะนั้นมีการนำเสนออย่างชัดเจนโดย
นักวิจัยชาวรัสเซีย ต่อมาในปี ค.ศ. 1936 หลังสงครามโลกครั้งที่ 2 แนวคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจและเริ่ม
ถูกพัฒนาอย่างจริงจังในหลายๆ ประเทศ เช่น ประเทศสหรัฐอเมริกา อังกฤษ จีน สิงคโปร์ อินเดีย
ฮ่องกง และญี่ปุ่น

หลักการทั่วไปของเทคนิคการหมุนเหวี่ยงก็คือการสร้างแรงโน้มถ่วงให้เพิ่มขึ้นตามจำนวนเท่าที่
เราลดขนาดของปัญหาทางวิศวกรรมปฐพีลงมา โดยนิยมใช้ดินจากสถานที่ก่อสร้างจริงและไม่ต้อง
ทำการลดขนาดของเม็ดดิน (ขนาดของเม็ดดินที่ไม่ได้ลดขนาดลงมาและมีขนาดเล็กเพียงพอ จะมี
ผลกระทบต่อผลการทดสอบ ถ้าทำการควบคุมสัดส่วนระหว่างขนาดเม็ดดินเทียบกับขนาด
ฐานรากให้อยู่ในช่วงที่ยอมรับ) ด้วยเทคนิคนี้จะทำให้ดินสร้างสถานะหน่วยแรงกดทับที่สอดคล้อง
กับระดับความลึก และค่าการเคลื่อนตัว ค่าแรงดัน ค่าหน่วยแรงต่างๆ สามารถถูกคำนวณเทียบเป็น
สัดส่วนที่จะเกิดขึ้นจริงของฐานรากขนาดใหญ่ในสนามได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ เครื่องหมุน
เหวี่ยงที่จะสร้างสถานะดังกล่าวจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการทดลอง



รูปที่ 3 รูปแบบการจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยง

เมื่อทำการจำลองปัญหาทางวิศวกรรมย่อส่วนภายใต้สภาพแรงโน้มถ่วงจำลองที่สูงเป็นจำนวนเท่าของแรงโน้มถ่วงของโลก(Ng) ดังนั้นเมื่อแบบจำลองอยู่ภายใต้แรงโน้มถ่วงที่สูงจึงมีผลต่อพารามิเตอร์บางตัวที่ตรวจวัดจากแบบจำลองเป็นสัดส่วนกับค่าจำนวนเท่าของค่าแรงโน้มถ่วงของโลก เช่น ระยะต่างๆจะเป็นจำนวนเท่าของ $1/N$ เช่น ถ้าเราทำการลดขนาดฐานรากขนาด 1.00 ม. ลงมาให้เป็นขนาด 10 ซม. เราต้องเพิ่มแรงโน้มถ่วงให้กับแบบจำลอง 10 เท่าของแรงโน้มถ่วงปกติของโลกหรือ $10g$ โดยแบบจำลองนิยมใช้ดินจากสถานที่ก่อสร้างจริงและไม่ต้องการลดขนาดของเม็ดดิน และที่เป็นข้อได้เปรียบอย่างมากคือระยะเวลาในการไหลของน้ำในมวลดินหรือ consolidation จะเป็นจำนวนเท่าของ $1/N^2$ หรือกล่าวได้ว่าการทรุดตัวแบบ consolidation ใน 1 ปี 2 เดือน เท่ากับประมาณระยะเวลาเพียงแค่ 1 ชั่วโมง เมื่อจำลองด้วยแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงในสภาพ $100g$ ทำให้ช่วยลดระยะเวลาการทดสอบลงได้อย่างมาก หรืออาจกล่าวได้ว่า การทดสอบด้วยแบบจำลอง Centrifuge ช่วยลดค่าใช้จ่ายลงอย่างมากโดยแทบไม่ต้องกังวลกับการเลือกค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเลย เนื่องจากใช้ตัวอย่างชั้นดินจริงๆในการทดสอบ และสามารถทำการทดสอบซ้ำๆในการศึกษาในสภาพแวดล้อมหรืออิทธิพลของพารามิเตอร์อื่นๆที่ต้องการทราบได้หลายๆครั้ง ทั้งนี้จะต้องมีการควบคุมอย่างละเอียดในขั้นตอนการเตรียมตัวอย่างชั้นดิน

ประโยชน์ของเทคนิคแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยง

เทคนิคนี้มีประโยชน์ค่อนข้างมากทั้งในเชิงวิจัยและการศึกษา เชิงพาณิชย์ และการศึกษาเพื่อองค์ความรู้ทางการทหารของประเทศอีกด้วย

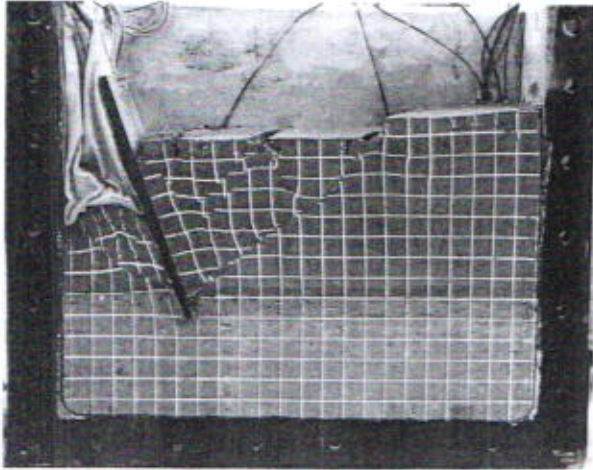
ในเชิงวิจัยและการศึกษา การนำเทคนิคนี้มาใช้ ทำให้สามารถสร้างและตรวจสอบองค์ความรู้เก่า และพัฒนาองค์ความรู้ใหม่ในด้านการออกแบบทางวิศวกรรมปฐพีของตนเองได้โดยละเอียด จากสภาพดินของตนเอง (การทดสอบชนิดของดินที่แตกต่างกัน มักให้ผลการทดสอบที่แตกต่างกัน) ตลอดจนการตรวจสอบสภาวะการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นและจำลองพฤติกรรมในแบบจำลองอื่นๆได้ยาก เช่น ผลกระทบต่อการเกิดแผ่นดินไหว ผลกระทบของคลื่นยักษ์สึนามิ นอกจากนี้ ผลที่ได้จากการทดสอบยังสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณจากทฤษฎีต่างๆ เช่น ไฟไนท์อิเลเมนต์ หรือสมการที่คิดค้นขึ้นมาใหม่ๆ ได้อีกด้วย

ในเชิงพาณิชย์ เราสามารถที่จะนำเทคนิคนี้มาใช้ในงานต่างๆ โดยเฉพาะปัญหาที่มีน้ำหนักมวลดินกดทับมาเกี่ยวข้อง เช่น เชื้อดินงานดินถม อุโมงค์ เป็นต้น ทางเลือกรูปแบบและขั้นตอนการก่อสร้างที่ประหยัด สามารถจำลองปัญหาที่จะเกิดขึ้นเพื่อการศึกษาล่วงหน้าได้ เช่น งานขุดดิน งานที่มีความซับซ้อนในขั้นตอนการก่อสร้าง เป็นต้น

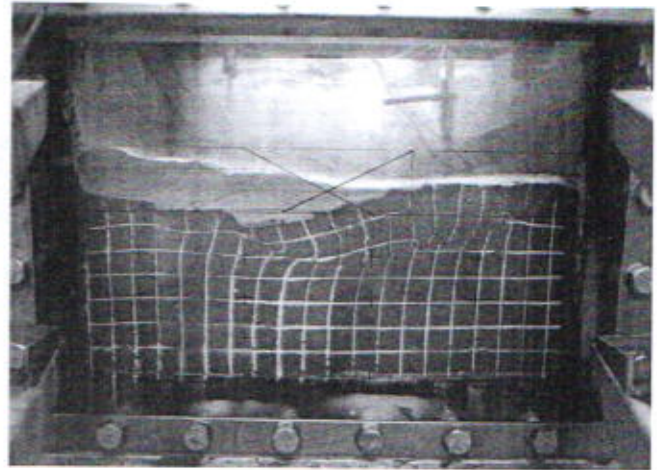
ในด้านการทหาร สามารถทำแบบจำลองเพื่อศึกษาระบบอาวุธ การป้องกันแรงระเบิด เช่น การสร้างหลุมหลบภัย การสร้างหลุมเพาะในสนามรบที่เกี่ยวข้องกับการป้องกันภัยทางระเบิดหรืองานด้านอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับความแข็งแรงของดิน ก็สามารถนำมาทำการศึกษาได้ ในหลากหลายรูปแบบ

ตัวอย่างผลการศึกษาจากแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยง

การศึกษาด้วยแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงนี้ได้นำไปใช้ในการเรียนการสอนกันอย่างกว้างขวางในมหาวิทยาลัย นิสิตนักศึกษาในสาขาวิศวกรรมปฐพีสามารถเห็นรูปแบบการถ่ายน้ำหนักของมวลดินตั้งแต่เริ่มการรับน้ำหนักจนถึงการเข้าสู่การพิบัติ ดังตัวอย่างในรูปที่ 4 เป็นการจำลองการศึกษาพฤติกรรมของกำแพงกันดินในงานขุดดินแบบมีระบบค้ำยันและไม่มีระบบค้ำยัน นักศึกษาสามารถเห็นรูปแบบการพิบัติแบบ active earth pressure และ passive earth pressure ของชั้นดินในด้านหน้ากำแพงและด้านหลังกำแพงกันดิน ได้เห็นรูปแบบการเกิดรอยแตก(tension crack)และการยุบตัวของดิน การเกิด up heave ที่ก้นหลุมขุด ซึ่งรอยแตก(tension crack) นี้ไม่อาจจำลองได้ด้วยวิธีการจำลองทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นยังสามารถนำค่า pore pressure ,settlement และ stress ที่ตรวจวัดได้จากเครื่องมือวัดขนาดเล็กลงมาวิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่อให้เกิดความเข้าใจในพฤติกรรมทางด้านกลศาสตร์ของดินให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น



รูปที่ 4 การบีบอัดของการขุดดินแบบไม่มีค้ำ
ยันในแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยง
(From NUS Centrifuge Lab)



รูปที่ 5 การบีบอัดของคันทรายถมบนดิน
เหนียวอ่อนในแบบจำลองบนแกนหมุน
เหวี่ยง (From NUS Centrifuge Lab)

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ดร.กิติเดช สันติชัยอนันต์ ภาควิชาครุศาสตร์โยธา คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และกลุ่มพัฒนาแบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงในประเทศไทย อนุกรรมการสาขาวิศวกรรมปฐพี วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ที่เอื้อเฟื้อข้อมูล และรูปถ่าย

เอกสารอ้างอิง

1. ธนาดล คงสมบูรณ์ และคณะ, “แบบจำลองบนแกนหมุนเหวี่ยงในงานวิศวกรรมปฐพี,” การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่6, ชะอำ จ.เพชรบุรี, ประเทศไทย, พ.ศ. 2535
2. กิติเดช สันติชัยอนันต์, “เทคนิคการจำลองแบบหมุนเหวี่ยง ประโยชน์ ผลกระทบ และการพัฒนาต่อประเทศไทย,” การประชุมวิชาการฐานราก49, วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย, ประเทศไทย, พ.ศ. 2549
3. กิติเดช สันติชัยอนันต์, “แบบจำลองหมุนเหวี่ยงของเสาเข็มสั้นในทรายที่รับแรงกระทำด้านข้าง,” การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่11, ภูเก็ต ประเทศไทย, GTE-98, พ.ศ. 2549
4. Thanadol Kongsomboon et al., “Centrifuge modeling of an excavation stabilized with embedded improved soil berm,” 15th South-East Asian Geotechnical conference, Bangkok, Thailand, 2003.
5. Lee, F.H. et al., “Development of Geotechnical Centrifuge Facility at the National University of Singapore,” Proc. Int. Conf. Centrifuge, pp.11-17, 1991.