

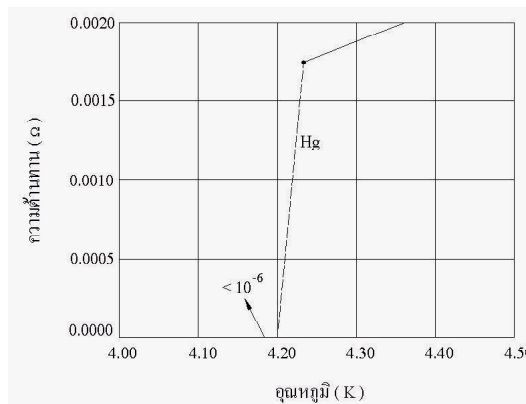
บทความวิชาการ

ผลสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง Effect of Impurities on Critical Temperature of Superconductors

พงษ์แก้ว อุดมสมุทรธีรณ* และ รัตนสุดา สุภคณัยสร
Pongkaew Udomsamuthirun* and Rattanasuda Supadanaisorn

บทนำ

เป็นที่ทราบกันดีว่าตัวนำยวดยิ่ง คือตัวนำที่ไม่มีความต้านทานอยู่เลย ณ อุณหภูมิหนึ่ง ถูกพบครั้งแรกในปรอทโดย Kamerlingh Onnes ในปี 1911 [1] โดยอุณหภูมิจุดเริ่มที่ทำให้ปรอทมีความต้านทานเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดมีค่าประมาณ 4 K เรียกอุณหภูมิจุดเริ่มที่ทำให้ตัวนำนั้นมีความต้านทานเป็นศูนย์ว่าอุณหภูมิวิกฤต (T_c)



รูปที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้าและอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์ [1]

ปรากฏการณ์ดังกล่าวเป็นที่สนใจของนักฟิสิกส์อย่างมากทำให้นักฟิสิกส์หลายคนพยายามศึกษาสมบัติของตัวนำยวดยิ่ง [2] อาทิเช่น ความจุความร้อน ช่องว่างพลังงาน สนามแม่เหล็ก สภาพ

ด้านทานไฟฟ้า เป็นต้น และทฤษฎีที่เป็นที่ยอมรับในการอธิบายปรากฏการณ์นำยิ่งยวดนี้ก็คือทฤษฎีของ บาร์ดีน คูเปอร์ และชริฟเฟอร์ [3] หรือเรียกสั้นๆ ว่าทฤษฎี BCS โดยเริ่มจากแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ดังนี้

$$H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} - \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \dots\dots\dots (1)$$

เมื่อ ϵ_k คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน $C_{k\sigma}^+, C_{k\sigma}$ คือตัวดำเนินการสร้าง ทำลาย และ $V_{kk'}$ คือพลังงานศักย์ดึงดูดของอิเล็กตรอนสองตัวซึ่งจะเรียกอิเล็กตรอนทั้งสองตัวนี้ว่าคู่อุปเปอร์

จากแฮมิลโทเนียนสามารถคำนวณหา Green's functions ได้ดังนี้

$$G_0(k, \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_k \tau_3 + \Delta_k \tau_1)^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

เมื่อ ω_n คือความถี่มาตรฐาน โดยที่ $\omega_n = (2n+1)\pi T$, τ_i คือเมทริกซ์ของเพาลี โดย $i = 0, 1, 2, 3$ และ Δ_k คือช่องว่างพลังงาน จาก Green's functions ได้สมการของช่องว่างพลังงาน เป็น

$$\Delta_k = \sum_k V_{kk'} G_{21}(k, \omega_n)$$

เมื่อ G_{21} คือธาตุมุมของเมทริกซ์ฟังก์ชันกรีน $G_0(k, \omega_n)$ ในแถวที่ 2 และหลักที่ 1 และภายใต้ การประมาณการควบคู่แบบอ่อนจะได้สมการพื้นฐานที่อธิบายตัวนำยวดยิ่งตามทฤษฎี BCS คือ

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_k^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_k^2}} d\epsilon_k \dots\dots\dots (3)$$

เมื่อ $\lambda = N_0 V$ เป็นค่าคงตัวของการควบคู่อย่างอ่อน โดยที่ N_0 คือความหนาแน่นสถานะ อิเล็กตรอนต่อสปินที่พื้นผิวเฟอร์มี (electronic density of states per spin at Fermi surface) V คืออันตรกิริยาการจับคู่อิเล็กตรอนแบบคลื่นเอส ภายในชั้นพลังงาน $2\omega_D$ รอบผิวเฟอร์มี และ ω_D คือความถี่ cut - off ของ Debye

จากสมการดังกล่าวสามารถคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต และช่องว่างพลังงานได้ดังนี้

$$T_c = 1.13\omega_D \exp\left[-\frac{1}{\lambda}\right] \dots\dots\dots (4)$$

และ
$$\Delta_0(0) = 2\omega_D \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right) \dots\dots\dots (5)$$

ในตอนเริ่มต้นนักฟิสิกส์พบว่าสารที่สามารถแสดงปรากฏการณ์นำยิ่งยวดได้ จะมีอุณหภูมิวิกฤตที่ค่อนข้างต่ำ กล่าวคือประมาณ 23 K ในสารประกอบ Nb ซึ่งไม่สะดวกในการทดลองหรือประยุกต์ใช้งานเพราะต้องใช้ฮีเลียมเหลวเป็นสารหล่อเย็น ต่อมานักฟิสิกส์ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงๆ ในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O [4] ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 90 K ทำให้สามารถใช้ไนโตรเจนเหลวเป็นสารหล่อเย็นได้ ซึ่งไนโตรเจนเหลวมีราคาเพียง 10 เปรอร์เซ็นต์ ของราคาฮีเลียมเหลวเท่านั้น และทำให้การประยุกต์ใช้งานในปัจจุบัน มีความเป็นไปได้มางานประยุกต์สำคัญ และกำลังดำเนินการอยู่ก็คือการทำแม่เหล็กไฟฟ้าที่ให้สนามแม่เหล็กสูงถ้าใช้ตัวนำธรรมดาจะเกิดความร้อนสูงมาก ขดลวดอาจจะละลายได้

ในการอธิบายปรากฏการณ์ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงซึ่งต่อมาเรียกว่าตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง นั้นไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎี BCS เนื่องจากมีการค้นพบว่าทฤษฎี BCS จะให้ผลการคำนวณในบางประการเช่น ค่าดัชนีของปรากฏการณ์ไอโซโทป ความจุความร้อน และช่องว่างพลังงาน เป็นต้น ไม่ตรงกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงนี้ จึงทำให้นักฟิสิกส์พยายามที่จะหาทฤษฎีใหม่เพื่อมาอธิบายตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงนี้ให้ได้ ซึ่งในการศึกษาตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงปรากฏการณ์หนึ่งที่เป็นที่น่าสนใจคือการใส่สารเจือลงในตัวนำยวดยิ่งแล้วมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤตลดลง และเมื่อเพิ่มปริมาณของสารเจือจะทำให้ตัวนำยวดยิ่งนั้นมีอุณหภูมิวิกฤตยิ่งลดลงทำให้เสียด้านะนำยิ่งยวดได้ ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าสารเจือมีผลต่อสถานะ นำยิ่งยวดเป็นอย่างมาก ซึ่งอิทธิพลของสารเจือนี้ทำให้นักฟิสิกส์ในปัจจุบันให้ความสนใจที่จะศึกษาต่อไป

เนื้อหา

ปัจจุบันได้มีการแบ่งประเภทของสารเจือเป็น 2 ประเภท คือสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก (non-magnetic impurities) และสารเจือประเภทแม่เหล็ก (magnetic impurities) ซึ่งจะได้กล่าวในรายละเอียดดังนี้

1. สารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก จะมีโมเมนต์ลัทธิของอะตอมหักล้างกันพอดี จึงไม่มีผลเนื่องจากสปิน ดังนั้นเมื่อเติมสารเจือประเภทนี้ลงไปในตัวนำยวดยิ่งจึงไม่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งเพียงแต่ทำให้มีช่องว่างพลังงานมากขึ้น การคำนวณหาสมบัติของตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้ ไม่ต้องคิดตำแหน่งของสปินหรือเรียกการคำนวณแบบนี้ว่า randomly distributing impurities และมี Green's functions เป็น

$$G(\mathbf{k}, \omega_n) = (i\tilde{\omega}_n - \tilde{\epsilon}_k \tau_3 + \tilde{\Delta}_k \tau_1)^{-1} \quad \dots\dots\dots (6)$$

เมื่อ $G(\mathbf{k}, \omega_n)$ คือ Green's function แบบมีสารเจือ $\tilde{\omega}_n$ คือความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือและ $\tilde{\Delta}_k$ คือช่องว่างพลังงานกรณีมีสารเจือ

ในปี ค.ศ. 1995 ชันและมากิ [5] ได้ศึกษาผลของสารเจือในตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี ซึ่งมีสมการของช่องว่างพลังงานดังนี้

$$\Delta_k = -T \sum_n \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} V_{kk'} \text{Tr}(\tau_1 G(\mathbf{k}, \omega_n)) \quad \dots\dots\dots (7)$$

เมื่อ Tr คือผลรวมของปริมาณในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์จัตุรัส V_{kk} คือค่าคงที่ของอันตรกิริยาจากการเข้าสู่ของอิเล็กตรอน ซึ่งในการคำนวณหาค่าอุณหภูมิวิกฤตสามารถหาได้จากสมการไดสัน (Dyson's equation) ดังนี้

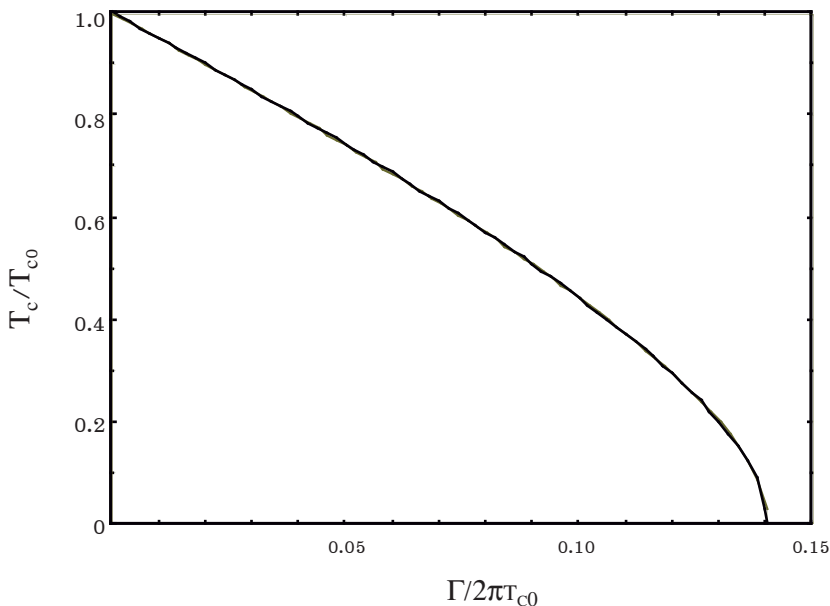
$$G^{-1}(k, \tilde{\omega}_n) = G_0^{-1}(k, \tilde{\omega}_n) - \Sigma(k, \tilde{\omega}_n) \dots\dots\dots (8)$$

โดย $\Sigma(k, \tilde{\omega}_n)$ คือพลังงานในตนเอง (self energy)

ดังนั้นกรณีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กที่มีการจัดเรียงของสารเจือแบบ random และเป็นตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นดี คลื่นเอฟ คลื่นพี (ยกเว้นคลื่นแบบคลื่นเอส ซึ่งสารเจือไม่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตทำให้ได้ $T_c = T_{c0}$) และในกรณีนี้สามารถคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตได้เป็น

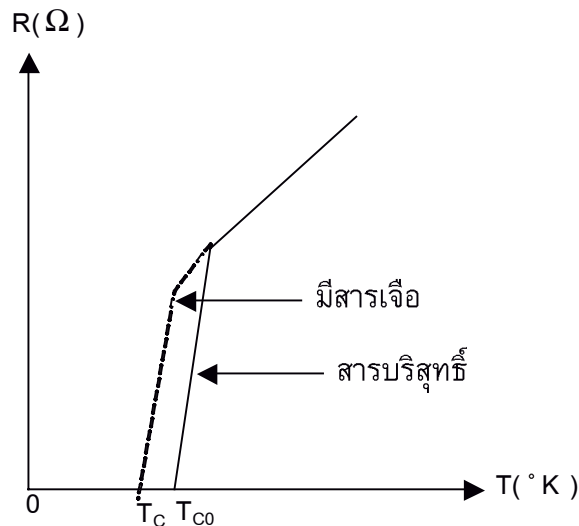
$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_c}\right) \dots\dots\dots (9)$$

เมื่อ $\Psi(x)$ คือฟังก์ชันไคแกมมา T_c คืออุณหภูมิวิกฤตกรณีตัวนำยวดยิ่งมีสารเจือ T_{c0} คืออุณหภูมิวิกฤตกรณีตัวนำยวดยิ่งไม่มีสารเจือ และ Γ คือความเข้มข้นของสารเจือ จากสมการ (9) สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นของสารเจือและอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกรณีมีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก



รูปที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นของสารเจือและอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกรณีมีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก

2. สารเจือประเภทแม่เหล็ก ถ้าความเข้มข้นของสารเจือประเภทแม่เหล็กมีค่าต่ำจะมีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดซึ่งอาจใช้การประมาณคำนวณหาสมการของอุณหภูมิวิกฤตโดยใช้ Green's function ที่ได้จากการคำนวณเฉลี่ยของ impurity spin configuration ซึ่งจะได้ผลเช่นเดียวกับกรณีตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กซึ่งจะได้สมการของอุณหภูมิวิกฤตตามสมการที่ 9 แต่ในกรณีที่ความเข้มข้นของสารเจือเพิ่มขึ้นจะทำให้ตัวนำยิ่งยวดมีอุณหภูมิวิกฤตลดลง [6] และเมื่อความเข้มข้นมากพอจะทำให้ตัวนำยิ่งยวดกลับสภาพเป็นตัวนำปกติได้ เนื่องจากสารเจือประเภทนี้มีโมเมนต์แม่เหล็กซึ่งจะมีอันตรกิริยากับสปินของอิเล็กตรอนในคู่คูเปอร์ ทำให้อิเล็กตรอนตัวใดตัวหนึ่งในคู่คูเปอร์กลับทิศของสปินส่งผลให้คู่คูเปอร์ถูกทำลาย และเมื่อจำนวนคู่คูเปอร์ลดลง อุณหภูมิวิกฤตและช่องว่างพลังงานจึงลดลงด้วย



รูปที่ 3 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าอุณหภูมิวิกฤตของสารบริสุทธิ์ และสารที่ผสมด้วยสารเจือ

ดังนั้นในการอธิบายตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือประเภทแม่เหล็กนี้จึงต้องคิดผลเนื่องจากสปินด้วยโดยจะใช้แบบจำลองของแอนเดอร์สัน [7] พิจารณาผลเนื่องจากสปินที่มีการจัดเรียงของสารเจือแบบ Non random และสภาพแม่เหล็กในขอบเขตจำกัดขึ้นอยู่กับแรงปฏิสัมพันธ์แบบคูอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนในอะตอมของสารเจือ ซึ่งแรงคูอมบ์นี้มีบทบาทสำคัญในปัญหานี้ แอนเดอร์สันอธิบายว่าในตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือจะมีอิเล็กตรอนอยู่สองชนิดที่มีอันตรกิริยากันคืออิเล็กตรอนอิสระที่อยู่ในตัวนำยิ่งยวดเรียกว่า เอส-อิเล็กตรอน กับอิเล็กตรอนของอะตอมที่มีสารเจือเรียกว่าดี-อิเล็กตรอน สำหรับการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต และช่องว่างพลังงานนั้น แอนเดอร์สันได้กำหนดแฮมิลโทเนียนดังนี้

$$H_A = H_s + H_{sd} + H_d + H_U \quad \dots\dots\dots (10)$$

เมื่อ H_s คือแฮมิลโทเนียนของสถานะปกติของอิเล็กตรอนอิสระ โดยที่

$$H_s = \sum_k \epsilon_k C_{k\uparrow}^+ C_{k\uparrow} + \sum_k \epsilon_k C_{-k\downarrow}^+ C_{-k\downarrow} \dots\dots\dots (11)$$

โดยที่แอนเดอร์สันสันถือว่าความหนาแน่นสถานะมีผลกระทบน้อยจึงกำหนดให้อิเล็กตรอนอิสระมีความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวเพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์

H_{sd} คือแฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาระหว่างเอส-อิเล็กตรอนและดี-อิเล็กตรอนหรือระหว่าง อิเล็กตรอนตัวนำ ซึ่งเป็นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยอิสระกับดี-อิเล็กตรอนในขอบเขตจำกัด ซึ่งเป็นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ไปมาได้รอบๆ อะตอมของสารเจือเท่านั้น ซึ่ง

$$H_{sd} = \sum_{k\sigma} (V_{sd} a_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c.) + \sum_{k\sigma} (V_{Dd} D_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c.) \dots\dots\dots (12)$$

เมื่อ V_{sd} หรือ V_{Dd} คือศักย์ของอันตรกิริยาผสมกัน (the mixing in interaction) ระหว่างเอส-อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยเสรีและดี-อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่อยู่ในอะตอมของสารเจือปนซึ่งในแบบจำลองของแอนเดอร์สันจะถือว่าเป็นค่าคงตัวเพื่อสะดวกต่อการคำนวณ

H_d คือแฮมิลโทเนียนของดี-อิเล็กตรอนที่อยู่ในอะตอมของสารเจือปนซึ่ง

$$H_d = \sum_{\sigma} E_d n_{\sigma} \dots\dots\dots (13)$$

เมื่อ E_d คือพลังงานของดี-อิเล็กตรอนอิสระ และ n_{σ} คือความหนาแน่นเชิงจำนวนของดี-อิเล็กตรอน

และ H_U คือแฮมิลโทเนียนของแรงผลักระหว่างดี-อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้ามในที่นี้คือแรงผลักแบบคูโลมบ์ โดยที่

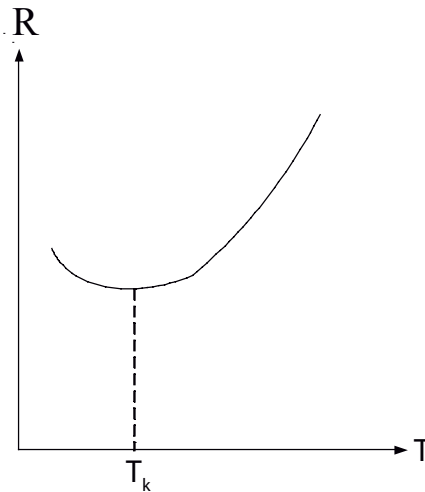
$$H_U = U n_{\uparrow} n_{\downarrow} \dots\dots\dots (14)$$

เมื่อ U คือพลังงานที่เกิดขึ้นจากอันตรกิริยาแบบผลักระหว่างดี-อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้ามมีค่าเป็น

$$U = \int |\psi_d(\vec{r}_1)|^2 |\psi_d(\vec{r}_2)|^2 e^2 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^{-1} dt_1 dt_2 \dots\dots\dots (15)$$

โดยที่ $\psi(\vec{r})$ คือฟังก์ชันคลื่นของดี-อิเล็กตรอนอยู่ที่ \vec{r} เมื่อ U คือพลังงานแลกเปลี่ยนในตนเอง (exchange self energy) ระหว่างดี-อิเล็กตรอนที่มีฟังก์ชันคลื่นอยู่ในสถานะ ψ_d และ $n_{\uparrow} n_{\downarrow}$ คือความหนาแน่นของจำนวนดี-อิเล็กตรอนที่มีสปินขึ้นและลงตามลำดับ

พิจารณาสภาพต้านทานที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนอิสระและโมเมนต์แม่เหล็ก ในบริเวณอะตอมของสารเจือ จากการคำนวณของคอนโดพบว่าเมื่ออุณหภูมิลด สภาพต้านทานจะลดลงเรื่อยๆ จนถึงอุณหภูมิต่ำๆ หนึ่งความต้านทานจะเพิ่มขึ้นอีก [8] อุณหภูมิที่ทำให้สภาพต้านทานมีค่าต่ำสุดเรียกว่า อุณหภูมิกอนโด (T_k) และเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า “ผลของคอนโด” แสดงได้ดังรูป



รูปที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ของความต้านทานไฟฟ้า (R) กับอุณหภูมิสัมบูรณ์ (T) และอุณหภูมิกอนโด (T_k)

สิ่งสำคัญในปรากฏการณ์คอนโดก็คือสารเจือจะมีพฤติกรรมต่างๆ กัน โดยขึ้นกับอุณหภูมิ (T) และพลังงาน (E) นั่นคือ

1) เมื่อ $T \gg T_k$ จะมีปรากฏการณ์แตกคู่อันเนื่องมาจากการกระเจิงเชิงแม่เหล็กของอิเล็กตรอน ซึ่งในช่วงนี้พารามิเตอร์การแตกคู่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิและพลังงาน สารเจือจะมีพฤติกรรมเป็นสารเจือประเภทแม่เหล็กโดยอันตรกิริยาระหว่างสารเจือปนกับอิเล็กตรอนอิสระ

2) เมื่อ $T \ll T_k$ ปรากฏการณ์การแตกคู่เกือบจะหมดไป และจะปรากฏอันตรกิริยาซึ่งผลแบบผลักระหว่างคู่เปอร์ที่มีพลังงาน $|E| < T_k$ ขึ้นแทน อันตรกิริยาแบบผลักรูปนี้เป็นผลมาจากประจุ ดังนั้นผลของคอนโดจึงแสดงให้เห็นว่าโมเมนต์แม่เหล็กในขอบเขตจำกัดของสารเจือปนแบบแม่เหล็กจะค่อยๆ จางหายไปทีละน้อยๆ เมื่ออุณหภูมิต่ำลงๆ สารเจือจะมีประพฤติกรรมเป็นสารเจือประเภทแม่เหล็ก

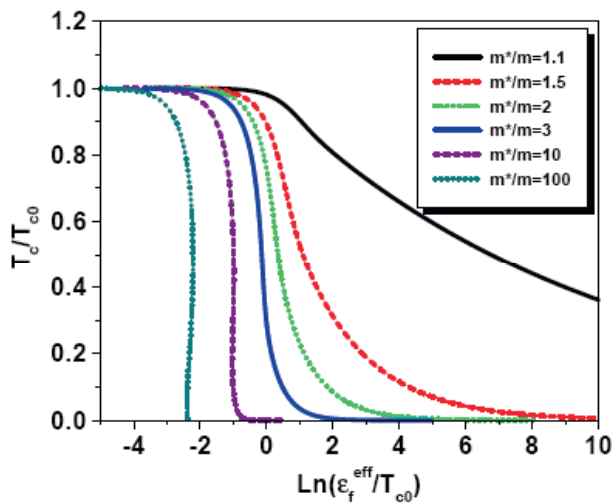
ในปี 2006 วิคเตอร์ บาซินิกิน (Victor Barzykin) [9] ใช้แบบจำลองของแอนเดอร์สันซึ่งสมการที่ 10 คำนวณผลของคอนโดที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดซึ่งอุณหภูมิกอนโดมีสารเจือประเภทแม่เหล็ก ได้ดังนี้

$$\left[\frac{m^*}{m^* - m} \right] \ln \left[\frac{T_c}{T_{co}} \right] = \psi \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \psi \left(\frac{1}{2} + i \frac{A}{2\pi T_c} \right) - \frac{1}{2} \psi \left(\frac{1}{2} - i \frac{A}{2\pi T_c} \right) \dots \dots \dots (16)$$

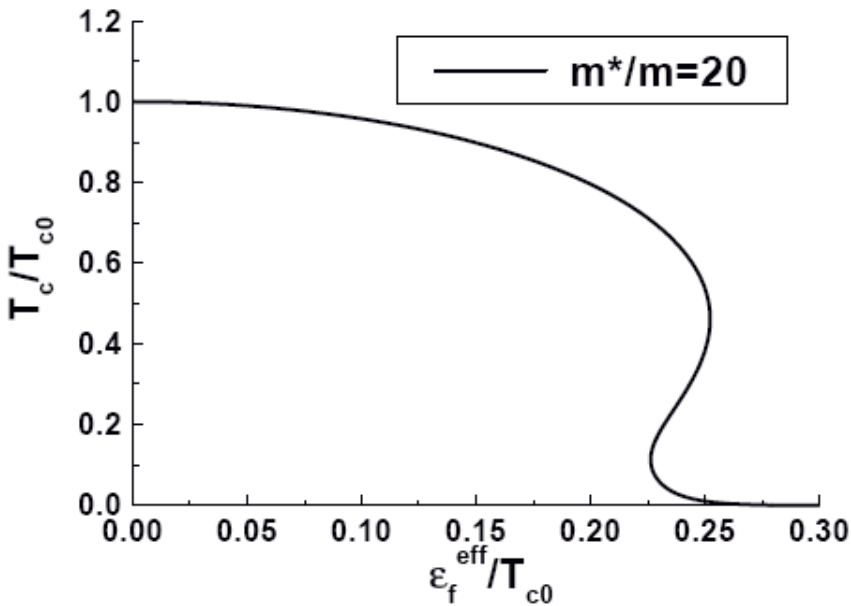
เมื่อ ϵ_f^{ff} คือพลังงานของอิเล็กตรอนที่รวมสารเจือแล้วเทียบกับผิวเฟอร์มิ, m^* คือมวลยังผลของอิเล็กตรอน, m คือมวลของอิเล็กตรอนและกำหนดให้ A เป็นค่าคงตัวโดย $A = \mu_B B$ และ $t \equiv \frac{T_c}{T_{co}}$, $\tilde{A} \equiv \frac{A}{T_{co}}$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\left[\frac{m^*}{m^* - m} \right] \ln t = \psi \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \psi \left(\frac{1}{2} + i \frac{\tilde{A}}{2\pi t} \right) - \frac{1}{2} \psi \left(\frac{1}{2} - i \frac{\tilde{A}}{2\pi t} \right) \dots \dots \dots (17)$$

จากสมการ 17 สามารถแสดงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งที่เป็นฟังก์ชันของ m^*/m และ ϵ_f^{ff}/T_{co} ได้ดังรูปที่ 4 และความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งที่เป็นฟังก์ชันของ ϵ_f^{eff}/T_{co} ได้ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 แสดงการเปลี่ยนอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งที่เป็นฟังก์ชันของ m^*/m และ ϵ_f^{ff}/T_{co}



รูปที่ 6 แสดงการเปลี่ยนอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งที่เป็นฟังก์ชันของ $\epsilon_f^{\text{eff}}/T_{c0}$

จากรูปจะเห็นว่าเมื่อเพิ่มปริมาณสารเจือในฟังก์ชันของ ϵ_f^{eff} สารเจือจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งลดลง

แอนเดอร์สันอาศัยวิธีเซลฟ์คอนซิสเทนท์ (self-consistent) ของ ฮาร์ตรี-ฟ็อคคำนวณหาเงื่อนไขของการเกิดและการทำลายโมเมนต์แม่เหล็กในตัวนำยวดยิ่ง ซึ่งจะเป็นตัวบอกการเปลี่ยนจากสถานะที่เป็นแม่เหล็กไปเป็นสถานะที่ไม่เป็นแม่เหล็ก หรืออาจกล่าวได้ว่าวิธีการนี้สามารถบอกได้ว่าเมื่อใดสารเจือปนที่ใส่ลงไปในตัวนำยวดยิ่งจะเป็นประเภทแม่เหล็กหรือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก

Udomsamuthirun และคณะ [10] ได้ศึกษาผลของสารเจือที่มีต่อตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง โดยใช้ทฤษฎีของ Haran และ Nagi [11] ซึ่งเป็นวิธีการศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบไม่เป็นแม่เหล็ก และแบบที่เป็นแม่เหล็กที่มีต่อตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง แบบขึ้นกับทิศทางในขอบเขตการประมาณแบบ Born โดยเริ่มจาก Green's function ดังนี้

$$G(\omega, k) = -\frac{i\tilde{\omega} + \epsilon_k}{\tilde{\omega}^2 + \epsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}_k|^2} \dots\dots\dots (18)$$

และ

$$F(\omega, k) = \frac{\tilde{\Delta}_k}{\tilde{\omega}^2 + \epsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}_k|^2} \dots\dots\dots (19)$$

จะได้สมการของอุณหภูมิวิกฤตกรณีสารเจือเป็นแบบแม่เหล็กเป็น

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{T_c}{T_{co}}\right) = & (1 - \langle e \rangle^2 + \langle ef \rangle^2) \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right)\right) \right] \\ & + \langle e \rangle^2 \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{2G_0}{2\pi T_c}\right) \right] \\ & + \langle ef \rangle^2 \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0 - G_1 - \Gamma_1}{2\pi T_c}\right)\right) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (20)$$

เมื่อ $e(k)$ เป็น Basis function ที่ขึ้นกับเวกเตอร์คลื่น และมีเงื่อนไขการ normalized เป็น $\langle e \rangle^2 = 1$, $\Gamma_0 = \pi n_i N_0 v_0^2$, $\Gamma_1 = \pi n_i N_0 v_1^2$, $G_0 = \pi n_i N_0 J_0^2 S(S+1)$, $G_1 = \pi n_i N_0 J_1^2 S(S+1)$ จากสมการที่ 20 สามารถลดรูปเป็นสมการของอุณหภูมิกรณีสารเจือเป็นแบบแม่เหล็กได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{T_c}{T_{co}}\right) = & (\langle e \rangle^2 + \langle ef \rangle^2 - 1) \left[\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0}{2\pi T_c}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right] \\ & + \langle ef \rangle^2 \left\{ \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 - \Gamma_1}{2\pi T_c}\right) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21)$$

สมการ 20 เป็นสมการการหาค่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกรณีมีสารเจือประเภทเป็นแม่เหล็กโดยคำนึงถึงผลของการขึ้นกับโมเมนต์ของศักย์กระเจิงและลักษณะของฟิวเฟร์มีด้วย สำหรับสมการที่ 17 ซึ่งเป็นสมการหาค่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกรณีมีสารเจือประเภทแม่เหล็กเช่นเดียวกันแต่จะคำนึงถึงลักษณะการวางตัวของสปินของสารเจือตามแบบจำลองของแอนเดอร์สันแต่จะไม่คำนึงถึงผลของการขึ้นกับโมเมนต์ของศักย์กระเจิงและลักษณะของฟิวเฟร์มี ซึ่งถ้าไม่คำนึงถึงผลของโมเมนต์ของศักย์กระเจิงและลักษณะของฟิวเฟร์มีสมการที่ 20 ก็สามารถลดรูปเป็นสมการ 9 ได้ในทำนองเดียวกันถ้าไม่คำนึงถึงผลของลักษณะการวางตัวของสปินของสารเจือจะสามารถลดรูปสมการที่ 17 เป็นสมการที่ 9 ได้เช่นเดียวกัน ดังนั้นงานวิจัยที่น่าจะทำได้ในอนาคตก็คือการนำแบบจำลองทั้งสองมารวมกัน ซึ่งจะสามารถอธิบายผลของสารเจือที่มีต่อตัวนำยวดยิ่งได้มากขึ้น

สรุป

เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง เป็นตัวนำที่มีผลของสารเจือค่อนข้างมากและไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีของ BCS ดังนั้นนักฟิสิกส์จึงพยายามหาทฤษฎีเพื่อมาใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าว ปัจจุบันสารเจือในตัวนำยวดยิ่งมี 2 ประเภทคือสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กและสารเจือประเภทแม่เหล็กซึ่งสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กจะไม่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำ

ยวดยิ่งเมื่อสถานะการจับคู่อิเล็กตรอนเป็นแบบคลื่นเอสเนื่องจากสารเจือประเภทนี้ไม่มีโมเมนต์ดังนั้น การคำนวณจึงไม่ต้องคิดตำแหน่งของสปินและในการหาค่าอุณหภูมิวิกฤต หรือช่องว่างพลังงานนั้นจะใช้วิธีการแบบ randomly distributing impurities สำหรับสารเจือประเภทแม่เหล็กนั้นเนื่องจากสารเจือประเภทนี้มีโมเมนต์แม่เหล็กซึ่งจะมีอันตรกิริยากับสปินของอิเล็กตรอนในคู่อิเล็กตรอน ทำให้ อิเล็กตรอนตัวใดตัวหนึ่งในคู่อิเล็กตรอนกลับทิศของสปินส่งผลให้คู่อิเล็กตรอนถูกทำลาย และเมื่อจำนวนคู่อิเล็กตรอนลดลง อุณหภูมิวิกฤตและช่องว่างพลังงานจึงลดลงด้วย ดังนั้นวิธีการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต หรือช่องว่างพลังงานจึงไม่สามารถคำนวณโดยวิธี randomly distributing impurities ได้เหมือนกับ สารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กเพราะต้องคิดตำแหน่งของสปินด้วยซึ่งในการคำนวณจะต้องใช้แบบจำลองของแอนเดอร์สันหรือคอนโดซึ่งเป็นแบบจำลองที่คำนึงถึงตำแหน่งของสปิน ซึ่งวิธีนี้เรียกว่า non-randomly distributing impurities โดยที่วิธีการนี้สามารถนำไปใช้กับตัวนำยวดยิ่งกรณีมีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กได้ด้วย

เอกสารอ้างอิง

1. Onnes, K. H. 1911. The Disappearance of the Resistivity of Mercury. *Communication - Laboratory of Leiden*: 120b, 122b, 124c.
2. Buckel, W. 1991. Superconductivity: Fundamental and Applications. New York. VCH Publisher Inc.
3. Bardeen, J., Cooper, L. N. and Schrieffer, J. R. 1957. Theory of Superconductivity. *Physical Review* 108: 1175-1204.
4. Chu, C. W., Wu, M. K., Ashburn, J. R., Torng, C. J., Hor, P. H., Meng, R. L., Gao, L., Huang, Z. J. and Wang, Y. Q. 1987. Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Yb-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure. *Physical Review Letter* 58: 908-910.
5. Sun, Y. and Maki, K. 1995. Impurity Effects in D-Wave Superconductors. *Physical Review B* 51: 6059-6063.
6. Matthias, B. T. 1955. Empirical Relation between Superconductivity and the Number of Valence Electrons per Atom. *Physical Review* 97: 74-76.
7. Alastalo, A. T., Joynt, R. J. and Salomaa, M. M. 1998. The Anderson Model in a Superconductor: -Derivable Theory. *Journal of Physics: Condensed Matter* 10(3): L63-L68.
8. Kondo, J. 1964. Resistance Minimum in Dilute Magnetic Alloys. *Progress of Theoretical Physics* 32: 37-49.
9. Barzykin, V. and Gorkov, L. P. 2005. Competition between Phonon Superconductivity and Kondo Screening in Mixed Valence and Heavy Fermion Compounds. *Physical Review B* 71: 214521.

10. Udomsamuthirun, P. 2006. Influence of Impurity on Isotope Coefficient of Superconductors. *Physica C* 449: 100-103.
11. Haran, G. and Nagi, A. D. S. 2001. Combined Potential and Spin Impurity Scattering in Cuprates. *Physical Review B* 63: 012503.

ได้รับบทความวันที่ 26 กุมภาพันธ์ 2550
ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 17 เมษายน 2550