บทความวิจัย

การคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว ชนิดโลหะโดยวิธีควอนตัมมอนติคาร์โล

ตะวัน ทองสุข และ ประธาน ศรีวิไล*

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้แสดงการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว ด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล จากผลการคำนวณ พบว่า การเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยขึ้นอยู่กับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง โดยลักษณะการเพิ่มขึ้นของปริมาณดังกล่าวได้สะท้อนผลของปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นในระบบ นอกจากนี้ แผนภาพเสถียรของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถสร้างได้โดยตรงจากภาพฉายของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยบนระนาบของแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง ซึ่งแผนภาพเสถียรดังกล่าวสามารถแสดงเงื่อนไขการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในแต่ละเกาะโลหะ บริเวณการขัดขวางแบบคูลอมบ์และจุดทริปเปิลพอยท์ซึ่งเป็นจุดที่อิเล็กตรอนสามารถครอบครองได้ทั้งสามสถานะ ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ได้ยืนยันความสำเร็จของวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล ในการอธิบายปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์อิเล็กตรอนเดี่ยว

คำสำคัญ: ปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว ปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ ควอนตัมมอนติคาร์โล

หน่วยวิจัยฟิสิกส์ทฤษฎีสสารควบแน่น ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

*ผู้นิพนธ์ประสานงาน, e-mail: prathansrivilai27@gmail.com

Calculation of Average Electron Number on the Metallic Single Electron Pumps using the Quantum Monte Carlo Method

Tawan Thongsuk and Prathan Srivilia*

ABSTRACT

In this research, the calculation of the average electron number on the metallic single electron pump using the quantum Monte Carlo method was undertaken. It was found that a change in the average electron number depends on gate voltages in such a way that the Coulomb blockade effect plays an important role in the system. Furthermore, stability diagrams of the single electron pump were directly constructed by projecting the average electron number into the two gate voltages plane. These stability diagrams showed the conditions of change for the average electron number on each island, Coulomb blockade regime, and triple points, where three adjacent states can be occupied. Therefore, our study confirms the success of the quantum Monte Carlo method as an accurate description of the Coulomb blockade effect in single electron devices.

Keywords: single electron pump, Coulomb blockade, quantum Monte Carlo

Theoretical Condensed Matter Physics Research Unit, Department of Physics, Faculty of Science, Mahasarakham University.

*Corresponding author, e-mail: prathansrivilai27@gmail.com

บทนำ

ศตวรรษที่ผ่านมา อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์มีบทบาทสำคัญต่อชีวิตประจำวันและการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีเป็นอย่างมาก เทคโนโลยีในปัจจุบันสามารถสร้างอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ให้มีขนาดในระดับนาโนเมตร ซึ่งการลดขนาดของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์จนถึงระดับดังกล่าว ส่งผลให้พฤติกรรมทางไฟฟ้าของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เปลี่ยนแปลงไป เช่น อุปกรณ์อิเล็กตรอนเดี่ยว (single electron devices) [1-5] เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่สามารถควบคุมให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ได้ทีละหนึ่งตัว ทำให้สูญเสียพลังงานน้อยและสามารถประยุกต์ใช้งานได้หลากหลาย [4-5]

การศึกษาอุปกรณ์อิเล็กตรอนเดี่ยวได้เริ่มต้นขึ้นในปี ค.ศ. 1987 เมื่อฟูตอนและคณะ (Futon et al) [2] ได้ประสบความสำเร็จในการควบคุมอิเล็กตรอน ในโครงสร้างของสถานะของแข็ง (solid state structure) ให้เคลื่อนที่ทีละหนึ่งตัว ต่อมาในปี ค.ศ. 1991 ลาฟานและคณะ [3] ได้ประดิษฐ์โครงสร้างอิเล็กทรอนิกส์ที่ทำจากอะลูมิเนียมที่เรียกว่า กล่องอิเล็กตรอนเดี่ยว (single electron box) เพื่อใช้ในการศึกษาปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ (Coulomb blockade effect) ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้สามารถควบคุมอิเล็กตรอนได้ทีละหนึ่งตัว การอธิบายพฤติกรรมทางไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในกล่องอิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถอธิบายด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์ (analytical methods) [6-7] โดยวิธีการดังกล่าวสามารถอธิบายได้เฉพาะที่อุณหภูมิสูงซึ่งเป็นช่วงที่ไม่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ แต่หวังและคณะ [8] ได้ประสบความสำเร็จในการอธิบายพฤติกรรมทางไฟฟ้าของกล่องอิเล็กตรอนเดี่ยวในช่วงที่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์โดยใช้วิธีควอนตัมมอนติคาร์โล (quantum Monte Carlo method) [8-10]

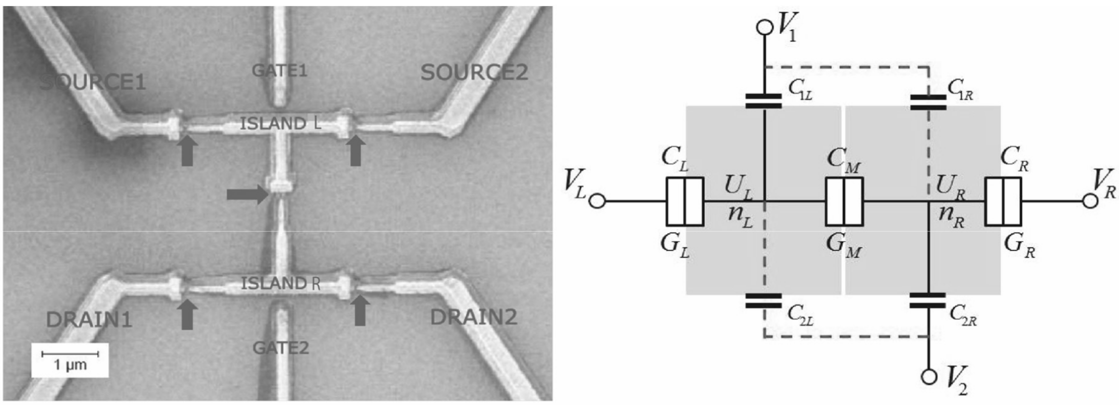
ในปี ค.ศ. 2005 ลิมบัชและคณะ [11] ได้รายงานผลการทดลองของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว (single electron pump) และได้ทำการวัดความนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิค่าต่างๆ เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณจากแบบจำลองซีเควนเชียล (sequential model) [11] พบว่า แบบจำลองดังกล่าวไม่สามารถอธิบายผลการทดลองในช่วงอุณหภูมิ ที่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ ต่อมาในปี ค.ศ. 2012 ศรีวิไล [12] ได้คำนวณความนำไฟฟ้าด้วยวิธีควอนตัมมอนติคาร์โล เพื่ออธิบายผลการทดลองของลิมบัชและคณะพบว่าผลการคำนวณดังกล่าวสามารถอธิบายผลการทดลองได้ทุกช่วงอุณหภูมิ แต่อย่างไรก็ตาม การคำนวณปริมาณดังกล่าวมีความซับซ้อนและไม่สามารถคำนวณได้โดยตรงจากวิธีควอนตัมมอนติคาร์โล

นอกจากนี้ การส่งผ่านอิเล็กตรอนและปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์อิเล็กตรอนเดี่ยวยังสามารถอธิบายได้จากการเปลี่ยนแปลงของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะ เมื่อแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตมีการเปลี่ยนแปลง เช่น ในกรณีของกล่องอิเล็กตรอนเดี่ยว [3] และทรานซิสเตอร์แบบอิเล็กตรอนเดี่ยว [13] ซึ่งปริมาณดังกล่าวสามารถคำนวณได้โดยตรงจากวิธีควอนตัมมอนติคาร์โลและมีความเชื่อมโยงกับแผนภาพเสถียร [14-15] ที่ซึ่งสามารถแสดงเงื่อนไขเบื้องต้นของการเกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงมีวัตถุประสงค์ที่จะอธิบายการส่งผ่านอิเล็กตรอนและปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว ด้วยจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยที่สามารถคำนวณได้โดยตรงจากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล ซึ่งเป็นวิธีการมาตรฐานที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ควอนตัมในอุปกรณ์อิเล็กตรอนเดี่ยว [12, 16]

วิธีดำเนินการวิจัย

1. โครงสร้างและพารามิเตอร์ของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว

โดยทั่วไปปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวประกอบด้วยเกาะโลหะสองเกาะและมีรอยต่อการทะลุผ่าน 3 รอยต่อ แต่โครงสร้างลักษณะดังกล่าวไม่สามารถวัดความจุไฟฟ้าและความนำไฟฟ้าของแต่ละรอยต่อได้ ดังนั้น ลิมบัชและคณะได้ออกแบบปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวที่ประกอบด้วยรอยต่อการทะลุผ่าน 5 รอยต่อ ดังลูกศรในรูปที่ 1 (ก) เพื่อให้สามารถวัดค่าความจุไฟฟ้าและค่าความนำไฟฟ้าของแต่ละรอยต่อได้ แต่ในการศึกษาปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ขั้วซอร์ส หมายเลข 1 กับ 2 และขั้วเดรนหมายเลข 1 กับ 2 จะถูกรวมเข้าด้วยกัน ดังนั้น ระบบที่ลิมบัชและคณะใช้วัดค่าความนำไฟฟ้าเพื่อศึกษาปรากฏการณ์ขัดวางแบบคูลอมบ์สามารถเขียนวงจรสมมูลได้ดังรูปที่ 1 (ข) และค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในวงจรสมมูลได้แสดงไว้ในตารางที่ 1



(ก) (ข)

รูปที่ 1 (ก) โครงสร้างของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวที่ถ่ายด้วยกล้องอิเล็กตรอนแบบส่องกราด (ข) วงจรสมมูลของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว โดยพื้นที่แรเงาแทนเกาะโลหะฝั่งซ้ายและขวาตามลำดับ [11]

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ในวงจรสมมูลของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวเมื่อ g_j เป็นค่าความนำไฟฟ้าของแต่ละรอยต่อการทะลุผ่าน $j \in \{L, M, R\}$ โดยนิยามจาก $g_j = G_j/G_K$ และ $G_K = e^2/h$ และ G_0 เป็นค่าความนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิสูงของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว [11]

พารามิเตอร์	C_L	C_M	C_R	C_{1L}	C_{1R}	C_{2L}	C_{2R}	g_L	g_M	g_R	G_0
ค่าพารามิเตอร์	181	173	236	50.5	18.0	21.5	58.6	0.52	1.32	0.83	10.0
หน่วย	(aF)	(aF)	(aF)	(aF)	(aF)	(aF)	(aF)	-	-	-	(μS)

ผลการทดลองของลิมบัชและคณะได้แสดงให้เห็นว่าความนำไฟฟ้าของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวมีค่าขึ้นกับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง โดยสามารถแบ่งผลการพิจารณาออกได้เป็น 2 กรณี กล่าวคือ ในกรณีอุณหภูมิสูงซึ่งเป็นช่วงที่ไม่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ สังเกตได้จากค่าความนำไฟฟ้าในช่วงดังกล่าวมีค่าคงที่ แต่ในกรณีอุณหภูมิต่ำ การเปลี่ยนแปลงของความนำไฟฟ้าขึ้นอยู่กับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง โดยความนำไฟฟ้าของระบบจะมีค่าสูงสุดเมื่ออิเล็กตรอนได้รับพลังงานจากขั้วเกตทั้งสองเท่ากับพลังงานการเพิ่มประจุ (charging energy) ของระบบ ทำให้อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่จากขั้วซอร์สไปยังขั้วเดรนหรือขั้วเดรนมายังขั้วซอร์สได้ ซึ่งผลการทดลองดังกล่าวเป็นผลอันเนื่องจากปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นภายในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว นอกจากนี้ ในวงจรสมมูลรูปที่ 1 (ข) สามารถเขียนพลังงานการเพิ่มประจุของระบบได้ตามสมการ

$$E_C(n_L,n_R) = E_{CL}(n_L-n_{L0})^2 + E_{CR}(n_R-n_{R0})^2 + 2E_{CM}(n_L-n_{L0})(n_R-n_{R0}) \tag{1}$$

โดยที่

$$E_{CL} = \frac{e^2 C_{\Sigma R}}{2(C_{\Sigma L}C_{\Sigma R}-C_M^2)}\ ,\ E_{CR} = \frac{e^2 C_{\Sigma L}}{2(C_{\Sigma L}C_{\Sigma R}-C_M^2)}\ ,\ E_{CM} = \frac{e^2 C_M}{2(C_{\Sigma L}C_{\Sigma R}-C_M^2)} \tag{2}$$

$$C_{\Sigma i} = C_i + C_M + C_{1i} + C_{2i} \qquad \text{และ} \qquad n_{i0} = \frac{C_i V_i}{e} + \frac{C_{1i}V_1}{e} + \frac{C_{2i}V_2}{e} \tag{3}$$

เมื่อ $i \in \{L,\mathrm{R}\}$ ค่า E_{CL} และ E_{CR} เป็นพลังงานการเพิ่มประจุของเกาะโลหะทางซ้ายและทางขวาตามลำดับ E_{CM} เป็นพลังงานการเพิ่มประจุที่เกิดจากการเชื่อมต่อระหว่างเกาะโลหะทั้งสอง ค่า n_L และ n_R แสดงจำนวนประจุที่อยู่บนเกาะโลหะทางซ้ายและทางขวาตามลำดับ ในงานวิจัยนี้ได้คำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยเฉพาะในกรณีที่ $V_L = V_R = 0$ ดังนั้น จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยจึงขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ที่ขั้วเกตทั้งสอง โดยค่าพารามิเตอร์ n_{L0} และ n_{R0} เป็นจำนวนประจุที่ถูกเหนี่ยวนำจากสนามไฟฟ้าที่ขั้วเกตทางซ้ายและทางขวาตามลำดับ

2. จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยว

จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถนิยามได้จากผลรวมของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งซ้ายและฝั่งขวาตามสมการ [17]

$$<n_{total}> = <n_L> + <n_R> \tag{4}$$

โดยจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งซ้าย

$$\langle n_L \rangle = n_{L0} - \frac{E_{CM}}{E_{CL}}(<n_R> - n_{R0}) + \frac{1}{2\beta E_{CL}}\frac{\partial}{\partial n_{L0}}\ln Z \tag{5}$$

และจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งขวา

$$\langle n_R \rangle = n_{R0} - \frac{E_{CM}}{E_{CR}}(<n_L> - n_{L0}) + \frac{1}{2\beta E_{CR}}\frac{\partial}{\partial n_{R0}}\ln Z \tag{6}$$

โดย $\beta = 1/k_B T$ เมื่อ k_B คือค่าคงที่ของโบลซต์มันน์ (Boltzmann's constant) และ T คืออุณหภูมิของระบบ ฟังก์ชันแบ่งส่วน (partition function; Z) ของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถเขียนในรูปฟังก์ชันนัลอินทิกรัล (functional integral) ได้ตามสมการ [12]

$$Z = \sum_{k_L, k_R = -\infty}^{\infty} \int_{\varphi_L(0)}^{\varphi_L(0)+2\pi k_L} D[\varphi_L(\tau)] \int_{\varphi_R(0)}^{\varphi_R(0)+2\pi k_R} D[\varphi_R(\tau)] e^{-S_{eff}[\boldsymbol{\varphi}(\tau)]} \tag{7}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\int_{\varphi_i(0)}^{\varphi_i(0)+2\pi k_i} D[\varphi_i(\tau)] = \lim_{N \to \infty} \int_{\varphi_i^N(0)}^{\varphi_i^{N-1}(0)+2\pi k_i} d\varphi_i^{N-1} \ldots \int_{\varphi_i^N(0)}^{\varphi_i^{N-1}(0)+2\pi k_i} d\varphi_i^1 \tag{8}$$

โดยเมทริกซ์ $\mathbf{n}_g = (n_{0L}, n_{0R})$ และ $\mathbf{k} = (k_L, k_R)$ ซึ่งค่า k_L และ k_R เป็นตัวเลขไวน์ดิง (winding number) ของเกาะโลหะฝั่งซ้ายและขวา ตามลำดับ ในที่นี้กำหนดให้ $\hbar = 1$ สัญลักษณ์ $S_{eff}[\boldsymbol{\varphi}(\tau)]$ เป็นแอคชันยังผล (effective action) ของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวซึ่งเป็นฟังก์ชันนัลของตัวแปรเฟส $\varphi_L(\tau)$ และ $\varphi_R(\tau)$ ที่เวลาจินตภาพ (imaginary time; τ) นิยามตามสมการ [12]

$$S_{eff}[\boldsymbol{\varphi}(\tau), \mathbf{k}] = S_C[\boldsymbol{\varphi}(\tau), \mathbf{k}] + S_{tun}[\boldsymbol{\varphi}(\tau), \mathbf{k}] \tag{9}$$

เมื่อ $S_C[\boldsymbol{\varphi}(\tau), \mathbf{k}]$ เป็นคูลอมบ์แอคชัน (Coulomb action) แสดงได้ดังสมการ

$$S_C[\boldsymbol{\varphi}(\tau), \mathbf{k}] = \int_0^{\beta E_C} d\tau \dot{\boldsymbol{\varphi}} \mathbf{E} \dot{\boldsymbol{\varphi}}^T + 2\pi i \left(\mathbf{n}_g \mathbf{k}^T\right) \tag{10}$$

เมื่อ

$$\mathbf{E} = \frac{E_C}{2e^2} \begin{pmatrix} C_{\Sigma L} & -C_{\Sigma M} \\ -C_{\Sigma M} & C_{\Sigma R} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} E_L & -E_M \\ -E_M & E_R \end{pmatrix} \tag{11}$$

และเมทริกซ์ $\dot{\boldsymbol{\varphi}} = (\dot{\varphi}_L(\tau), \dot{\varphi}_R(\tau))$ เมื่อ $\dot{\varphi} \equiv d\varphi/d\tau$ พารามิเตอร์ βE_C เป็นอัตราส่วนระหว่างพลังงานการเพิ่มประจุต่อพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน โดยในงานวิจัยได้กำหนดให้พลังงานการเพิ่มประจุอ้างอิงนิยามตามสมการ [12]

$$E_C = g_0 \left(\frac{E_L}{g_L} + \frac{E_M}{g_M} + \frac{E_R}{g_R} \right) \tag{12}$$

เมื่อ $g_0^{-1} = g_L^{-1} + g_M^{-1} + g_R^{-1}$ สำหรับแอคชันของการทะลุผ่าน (tunneling action) $S_{tun}[\boldsymbol{\varphi}(\tau)]$ แสดงได้ตามสมการ

$$S_{tun}[\boldsymbol{\varphi}(\tau)] = -\int_0^{\beta E_C} d\tau \int_0^{\beta E_C} d\tau' \alpha(\tau - \tau') \begin{pmatrix} g_L \cos(\varphi_L(\tau) - \varphi_L(\tau')) + g_R \cos(\varphi_R(\tau) - \varphi_R(\tau')) \\ + g_M \cos(\varphi_L(\tau) - \varphi_R(\tau) - \varphi_L(\tau') + \varphi_R(\tau')) \end{pmatrix} \tag{13}$$

โดยที่

$$\alpha(\tau - \tau') = \left[4(\beta E_C)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{\beta E_C} (\tau - \tau') \right) \right]^{-1} \tag{14}$$

จากนิยามของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในสมการ (4)-(6) และฟังก์ชันแบ่งส่วนในสมการ (7) พบว่า จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยไม่สามารถคำนวณแบบแม่นตรง เนื่องจากค่าแอคชันของระบบไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปกำลังสอง (quadratic form) ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ใช้วิธีควอนตัมมอนติคาร์โลในการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของระบบดังรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

3. วิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล

จากนิยามฟังก์ชันแบ่งส่วนในสมการ (7) พบว่า เงื่อนไขขอบเขตของการหาค่าปริพันธ์มีค่าเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเท่าของ 2π กล่าวคือ $2\pi k_L$ และ $2\pi k_R$ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการประมวลผลเชิงตัวเลข กล่าวคือ เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตของการคำนวณค่าปริพันธ์มีเพียงขอบเขตเดียว ควรกำหนดตัวแปรเฟสใหม่ตามสมการ

$$\xi_L(\tau) = \varphi_L(\tau) - v_{k_L}\tau \text{ และ } \xi_R(\tau) = \varphi_R(\tau) - v_{k_R}\tau \tag{15}$$

เมื่อ $v_{k_L} = 2\pi k_L / (\beta E_C)$ และ $v_{k_R} = 2\pi k_R / (\beta E_C)$ โดยมีเงื่อนไขขอบเขตเป็น $\xi_L(0) = \xi_L(\beta E_C)$ และ $\xi_R(0) = \xi_R(\beta E_C)$ ดังนั้น สมการ (7) สามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการ

$$\tilde{Z} = \sum_{k_L,k_R=-\infty}^{\infty} \oint D[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}] e^{-S_{eff}^0[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}]} e^{-2\pi i\left(\mathbf{n}_g \mathbf{k}^T\right)} \tag{16}$$

จากการเปลี่ยนตัวแปรตามสมการ (15) ทำให้แอคชันยังผลของระบบในสมการ (9) (10) และ (13) สามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการ

$$S_{eff}^0[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}] = S_C^0[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}] + S_{tun}[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}] \tag{17}$$

โดยที่ S_C^0 เป็นคูลอมบ์แอคชันที่มีเฉพาะค่าที่เป็นจำนวนจริง (real number)

$$S_C^0[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}] = \frac{4\pi^2}{\beta E_C}\mathbf{k}\mathbf{E}\mathbf{k}^T + \int_0^{\beta E_C} d\tau \dot{\boldsymbol{\xi}}\mathbf{E}\dot{\boldsymbol{\xi}}^T \tag{18}$$

เมทริกซ์ $\xi = (\xi_L \, \xi_R)$ โดยที่ตัวแปร ξ_L กับ ξ_R สอดคล้องกับตัวแปร φ_L กับ φ_R ตามลำดับ

และ

$$\begin{aligned} S_{tun}[\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}] = &-\int_0^{\beta E_C} d\tau \int_0^{\beta E_C} d\tau' \alpha(\tau-\tau') \\ &\times \begin{pmatrix} g_L \cos(\xi_L(\tau) - \xi_L(\tau') + v_{k_L} k_L) \\ + g_M \cos(\xi_L(\tau) - \xi_R(\tau) - \xi_L(\tau') + \xi_R(\tau') + (v_{k_L} - v_{k_R})(\tau-\tau')) \\ + g_R \cos(\xi_R(\tau) - \xi_R(\tau') + v_{k_R} k_R) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{19}$$

เมื่อแทนสมการ (16) ลงในสมการ (15) และสมการ (6) (จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งซ้าย สามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการ

$$\langle n_L \rangle = n_{L0} - \frac{4i\pi}{\beta E_C}\left(E_L \langle k_L \rangle - E_M \langle k_R \rangle\right) \tag{20}$$

และจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งขวา

$$\langle n_R \rangle = n_{R0} - \frac{4i\pi}{\beta E_C}\left(E_R \langle k_R \rangle - E_M \langle k_L \rangle\right) \tag{21}$$

โดยค่าคาดหมายของจำนวนไวน์ดิงสามารถนิยามได้ตามสมการ

$$\langle k_i \rangle = \frac{1}{\tilde{Z}} \sum_{k_L, k_R = -\infty}^{\infty} \oint D[\xi, \mathbf{k}] e^{-S_{eff}^0[\xi,\mathbf{k}]} k_i \, e^{-2\pi i\left(\mathbf{n}_g \mathbf{k}^T\right)} \tag{22}$$

ค่าคาดหมายในสมการ ไม่สามารถคำนวณคำตอบแบบแม่นตรงได้ แต่อย่างไรก็ตามค่า S_{eff}^0 มีค่าเป็นจำนวนจริง ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงสามารถใช้วิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลในการประมวลผลเชิงตัวเลขของค่าคาดหมาย $\langle k_i \rangle$ ซึ่งค่าดังกล่าวสามารถประมาณด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลดังสมการ

$$\langle k_i \rangle = \frac{\sum_{\{\xi,\mathbf{k}\} \Rightarrow \rho(\xi,\mathbf{k})} k_i \, e^{-2\pi i (k_L n_{0L} + k_R n_{0R})}}{\sum_{\{\xi,\mathbf{k}\} \Rightarrow \rho(\xi,\mathbf{k})} e^{-2\pi i (k_L n_{0L} + k_R n_{0R})}} \tag{23}$$

โดยสัญลักษณ์ $\{\xi,\mathbf{k}\} \Rightarrow \rho(\xi,\mathbf{k})$ หมายถึงการสุ่มตัวแปรเฟส ξ และตัวแปรไวน์ดิง $\mathbf{k}$ ด้วยระเบียบวิธีเมโทรโปลิส (Metropolis algorithm) ตามฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น $\rho(\xi,\mathbf{k}) \propto \exp\left[S_{eff}^0(\xi,\mathbf{k})\right]$ ในการสุ่มตัวแปรดังกล่าว จากการคำนวณค่าคาดหมายของตัวเลขไวน์ดิงพบว่า มีค่าเป็นจำนวนจินตภาพเสมอซึ่งเกิดจากคุณสมบัติความสมมาตรและไม่สมมาตรของฟังก์ชันคู่ (even function) และฟังก์ชันคี่ (odd function) ตามลำดับ นอกจากนี้ ในการคำนวณปริมาณดังกล่าวได้สุ่มตัวอย่าง (sampling) ให้มากพอจนกระทั่งค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่า เมื่อนำค่าคาดหมายที่คำนวณได้ที่อุณหภูมิ (βE_C) ต่างๆ ไปแทนในสมการ และ จะได้ผลการคำนวณดังต่อไปนี้

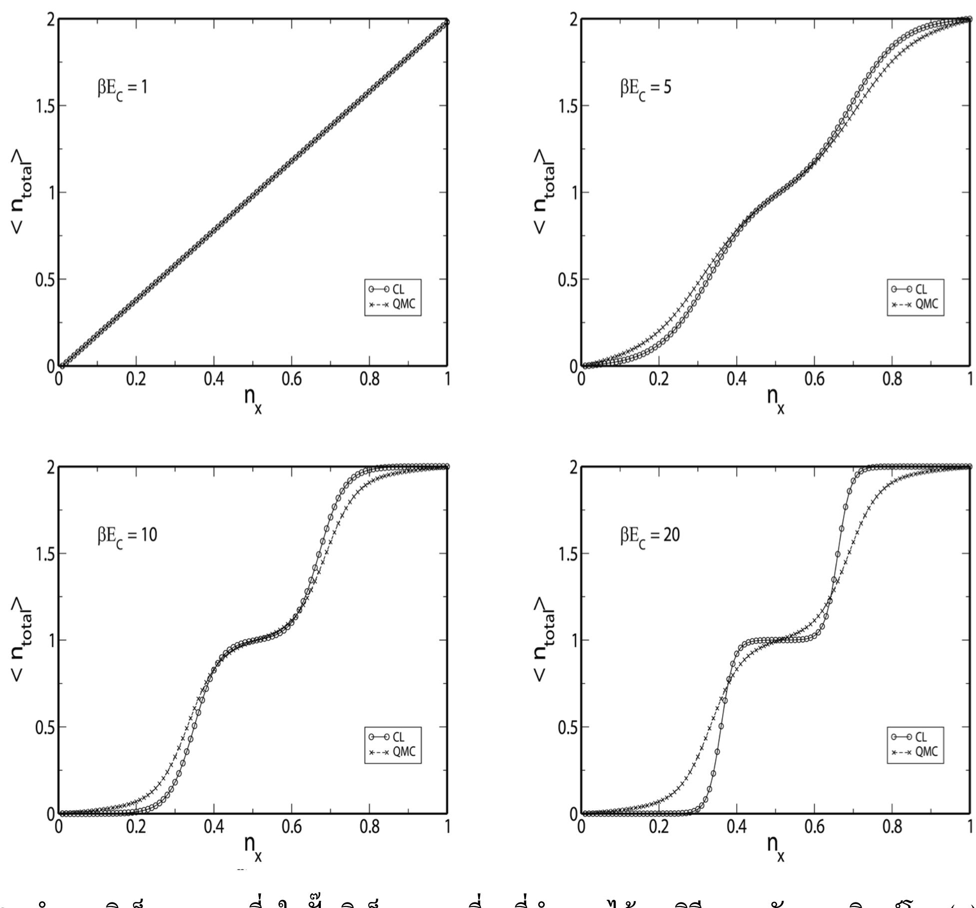
ผลการคำนวณ

1. จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวในกรณีเฉพาะ

เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวในเบื้องต้นงานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบผลการคำนวณปริมาณดังกล่าวที่ได้จากวิธีควอนตัมมอนติคาร์โลกับผลการคำนวณที่ได้จากกรณีเฉพาะ ที่ไม่พิจารณาผลของปรากฏการณ์การทะลุผ่าน กล่าวคือ กำหนดให้แอคชันของการทะลุผ่านมีค่าเท่ากับศูนย์ $S_{tun} = 0$ และเรียกกรณีนี้ว่า กรณีแบบฉบับ [17] ผลการเปรียบเทียบได้แสดงในรูปที่ 2 โดยกำหนดให้ n_{0L} และ n_{0R} มีค่าเท่ากัน วงกลมสีดำ (○) แทนผลการคำนวณจากกรณีแบบฉบับ [17] และกากบาท (x) แทนผลที่ได้จากวิธีควอนตัมมอนติคาร์โล พบว่าในกรณีที่ $\beta E_C = 1$ ผลการคำนวณทั้งสองวิธีมีค่าเท่ากัน กล่าวคือ เมื่อพลังงานจลน์เนื่องจากความร้อนเท่ากับพลังงานการเพิ่มประจุ ช่วงอุณหภูมิดังกล่าวจะไม่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของระบบจึงมีค่าแปรผันตรงกับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง แต่ในกรณีที่อุณหภูมิต่ำ

$\beta E_C > 1$ จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวจะมีค่าเพิ่มขึ้นแบบไม่ต่อเนื่อง เมื่อค่า $n_x = n_{0L} + n_{0R}$ มีค่าเพิ่มขึ้น โดยมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบขั้นบันได เนื่องจากเป็นช่วงอุณหภูมิที่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ ซึ่งในช่วงอุณหภูมิดังกล่าวพลังงานจลน์ของระบบมีค่าน้อยกว่าพลังงานการเพิ่มประจุ จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยจะมีการเปลี่ยนแปลงเมื่ออิเล็กตรอนได้รับพลังงานจลน์เท่ากับพลังงานการเพิ่มประจุ ดังนั้น สามารถกล่าวได้ว่าผลการคำนวณสอดคล้องกับเงื่อนไขของการเกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ กล่าวคือ $\beta E_C > 1$

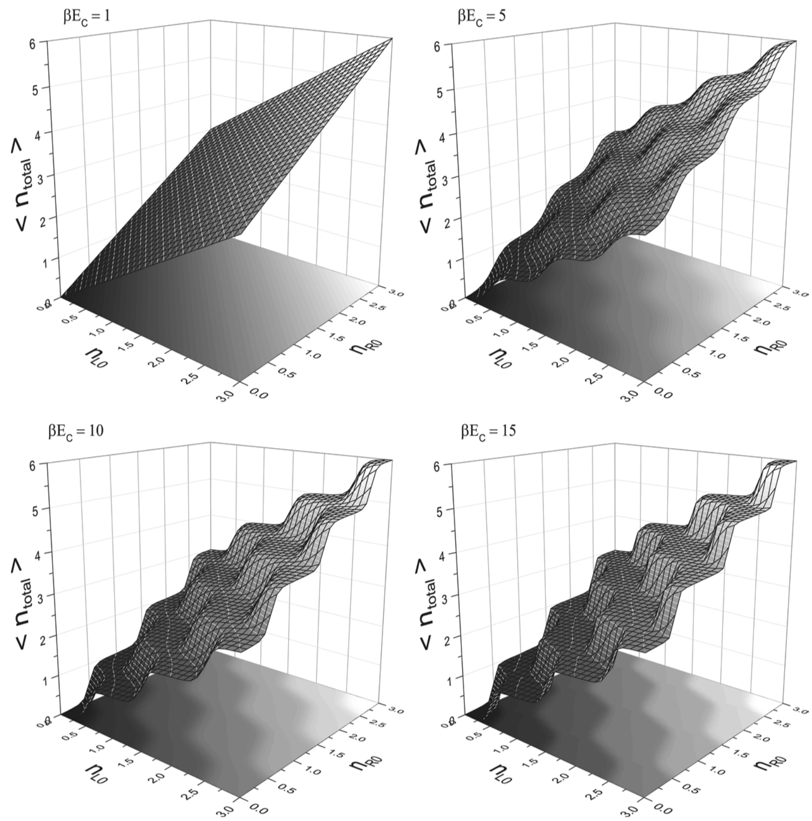
นอกจากนี้ ผลการคำนวณทั้งสองวิธีจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อ βE_C มีค่าเพิ่มมากขึ้น ซึ่งเกิดจากการที่ระบบอยู่ในสภาวะอุณหภูมิต่ำและมีปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ การเพิ่มขึ้นของอิเล็กตรอนจะขึ้นอยู่กับปรากฏการณ์การทะลุผ่านเป็นสำคัญ ซึ่งผลของปรากฏการณ์ดังกล่าวได้ส่งผลให้การเพิ่มขึ้นของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยมีการเพิ่มขึ้นก่อนที่อิเล็กตรอนจะได้รับพลังงานเท่ากับพลังงานการเพิ่มประจุ จากที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าผลการคำนวณด้วยวิธีควอนตัมมอนติคาร์โลสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในระบบได้ทุกช่วงอุณหภูมิ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงของการเกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ซึ่งวิธีการแบบฉบับไม่สามารถอธิบายได้ [17]



รูปที่ 2 จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวที่คำนวณได้จากวิธีควอนตัมมอนติคาร์โล (x) และวิธีแบบฉบับ (○) กำหนดให้ $n_{0L} = n_{0R}$ และพิจารณาในกรณีที่ $\beta E_C = 1, 5, 10$ และ 20 ตามลำดับ

2. จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวในกรณีทั่วไป

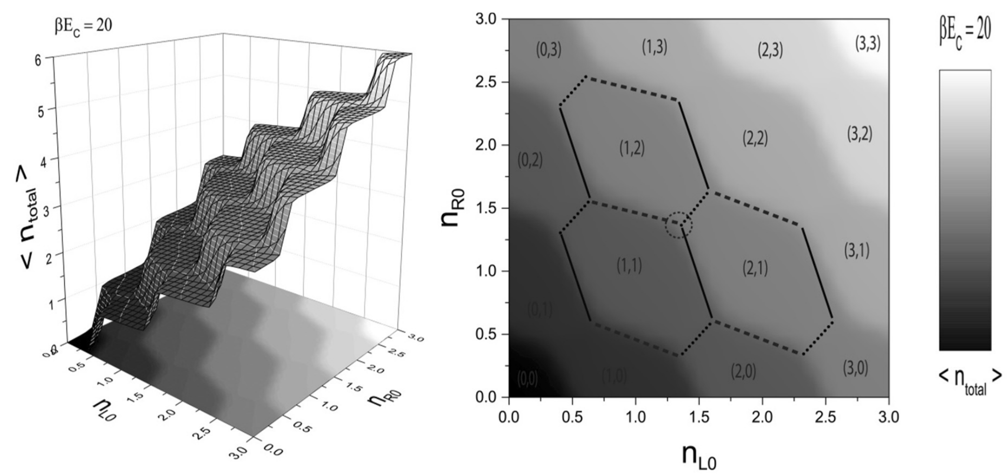
เนื่องจากจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวขึ้นอยู่กับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง ดังนั้นในหัวข้อนี้ได้แสดงผลการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในกรณีที่ค่า n_{L0} และ n_{R0} มีการเปลี่ยนแปลงไปทั้งคู่โดยไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากัน ผลการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลได้แสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวแบบสามมิติและภาพฉายบนระนาบ n_{L0} และ n_{R0} ในกรณี $\beta E_C = 1, 5, 10$ และ 15 ตามลำดับ (รูปที่ 2 เป็นกรณีเฉพาะซึ่งเกิดจากรอยตัดของผิวในรูปที่ 3 กับระนาบ $n_{0L} = n_{0R}$)

จากรูปที่ 3 แสดงให้เห็นว่าจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสองมีค่าเพิ่มขึ้น ในกรณีที่ $\beta E_C = 1$ เมื่อ n_{L0} และ n_{R0} มีค่าเพิ่มขึ้นในกรณีนี้จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยมีค่าแปรผันตรงกับทั้งค่า n_{L0} และ n_{R0} ซึ่งแสดงว่าไม่เกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ แต่เมื่ออุณหภูมิมีค่าลดลง กล่าวคือ βE_C มีค่าเพิ่มมากขึ้น พบว่า จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยมีการเพิ่มเป็นลักษณะขั้นบันไดแบบสามมิติ โดยขอบเขตของการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยจะมีลักษณะเด่นชัด เมื่อ βE_C มีค่าเพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้ ผลการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในรูปแบบสามมิติสามารถแสดงในแบบสองมิติโดยการฉาย (projection) ผลการคำนวณในสามมิติลงบนระนาบ n_{L0} และ n_{R0} ดังแสดงในรูปที่ 3 และ 4 โดยในรูปที่ 4 เป็นกรณีที่ $\beta E_C = 20$ ซึ่งเป็นกรณีที่อุณหภูมิต่ำที่สุด

ในรูปที่ 4 (ก) จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในระบบมีค่าเพิ่มเป็นลักษณะขั้นบันได เมื่อนำผลการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในรูปแบบสามมิติไปสร้างเป็นภาพฉายของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในแบบสองมิติ โดยการฉายผลการคำนวณในสามมิติลงบนระนาบ n_{L0} และ n_{R0} และใช้ความเข้มสีแสดงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยที่เปลี่ยนแปลงในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวดังแสดงในรูปที่ 4 (ข) พบว่า แผนภาพดังกล่าวสามารถแสดงเงื่อนไขของการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในระบบได้ จากระดับสีที่แตกต่างกัน โดยภาพฉายจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในสองมิติได้ถูกนำไปเปรียบเทียบกับแผนภาพเสถียรที่สร้างขึ้นที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน [14-15] พบว่า ภาพฉายจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในสองมิติมีลักษณะเป็นเซลล์หกเหลี่ยมเช่นเดียวกับแผนภาพเสถียรที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน โดยแผนภาพดังกล่าวทั้งสองสามารถระบุขอบเขตเส้นการส่งผ่านของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะได้ เช่น ในบริเวณคู่อันดับ (1, 1) แสดงว่าจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งซ้ายและขวา มีอิเล็กตรอนครอบครองอยู่เกาะละหนึ่งตัว แต่อย่างไรก็ตาม แผนภาพเสถียรในกรณีอุณหภูมิศูนย์เคลวินจะมีลักษณะขอบเขตที่เรียกว่า เส้นการส่งผ่าน (transmission line) ชัดเจนกว่าเพราะไม่ได้พิจารณาผลของการทะลุผ่านร่วมด้วย ดังนั้น สามารถกล่าวได้ว่า ภาพฉายของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในรูปแบบสองมิติสามารถระบุจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในแต่ละเกาะโลหะและบริเวณขอบเขตของการเกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ (Coulomb blockade region) ซึ่งสอดคล้องกับแผนภาพเสถียรที่สร้างขึ้นที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน แต่ในแผนภาพเสถียรที่ได้จากงานวิจัยนี้เป็นแผนภาพเสถียรที่พิจารณาผลของปรากฏการณ์การทะลุผ่านและสามารถกำหนดให้อุณหภูมิเป็นค่าคงที่ต่างๆ ได้



รูปที่ 4 (ก) จำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวแบบสามมิติ (ข) ภาพฉายของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยแบบสองมิติ ในกรณี $\beta E_C = 20$ เปรียบเทียบกับแผนภาพเสถียรในกรณีศูนย์เคลวินที่สร้างจากพลังงานการเพิ่มประจุ [14-15]

จากรูปที่ 4 (ข) พบว่า การเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 กรณี ตามความชันของเส้นการส่งผ่าน กล่าวคือ กรณีที่ 1 เป็นขอบเขตของการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งขวากับขั้วเดรน เช่น เส้นประเป็นขอบเขตของการเปลี่ยนแปลงอิเล็กตรอนจาก $(1,1) \rightarrow (1,2)$ กล่าวคือ อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่จากขั้วเดรนมายังเกาะโลหะฝั่งขวาทำให้มีจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 2 ตัว ในทำนองเดียวกัน กรณีที่ 2 ขอบเขตของการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในเกาะโลหะฝั่งซ้ายกับขั้วซอร์ส เช่น เส้นทึบอิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่จากขั้วซอร์สมายังเกาะโลหะฝั่งซ้ายทำให้เกาะโลหะฝั่งซ้ายมีอิเล็กตรอนเพิ่มหนึ่งตัว กล่าวคือ $(1,1) \rightarrow (2,1)$ ทั้ง 2 กรณีที่กล่าวมาข้างต้น ปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวมีอิเล็กตรอนเฉลี่ยเพิ่มมากขึ้น 1 ตัว แต่กรณีที่ 3 เป็นการเปลี่ยนแปลงของอิเล็กตรอนในระหว่างเกาะโลหะฝั่งซ้ายและขวา เช่น เส้นจุดไข่ปลาเป็นขอบเขตระหว่างการเปลี่ยนแปลงของอิเล็กตรอน $(1,1) \rightarrow (0,2)$ ซึ่งอิเล็กตรอนจากเกาะซ้ายถูกส่งผ่านไปยังเกาะฝั่งขวา นอกจากนี้บริเวณมุมของเซลล์หกเหลี่ยมเป็นจุดที่อิเล็กตรอนสามารถที่จะครอบครองสถานะได้สามสถานะ เช่น บริเวณวงกลมสีดำเป็นบริเวณที่สามารถเกิดสามสถานะ คือ $(1,1)$ $(2,1)$ และ $(1,2)$ ซึ่งจุดดังกล่าวนี้เรียกว่า จุดทริปเปิลพอยท์ (triple point) ที่จุดดังกล่าว อิเล็กตรอนมีโอกาสเป็นไปได้สามสถานะ ส่งผลให้ภายใต้ภาวะดังกล่าว อิเล็กตรอนสามารถส่งผ่านจากขั้วไฟฟ้าด้านหนึ่งผ่านระบบไปยังขั้วไฟฟ้าอีกด้านหนึ่งได้ เมื่อ $|V_L - V_R| \neq 0$ ทำให้เกิดค่าความนำไฟฟ้าสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองของลิมบัชและคณะ [11]

สรุป

จากผลการคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลสามารถสรุปผลการคำนวณได้ ดังต่อไปนี้ ในกรณีที่พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเนื่องจากความร้อนมีค่าเท่ากับพลังงานการเพิ่มประจุของระบบ ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ไม่สามารถเกิดขึ้นได้ สังเกตได้จากการเพิ่มขึ้นของจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของระบบมีค่าแปรผันตรงกับแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วเกตทั้งสอง แต่ในกรณีที่พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเนื่องจากความร้อนมีค่าน้อยกว่าพลังงานการเพิ่มประจุ จะเกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ขึ้นในระบบ ซึ่งสามารถสังเกตได้จากจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยมีการเพิ่มขึ้นในลักษณะขั้นบันได ทั้งในรูปแบบ 2 และ 3 มิติ โดยผลของปรากฏการณ์ดังกล่าวทำให้สามารถควบคุมอิเล็กตรอนให้เพิ่มขึ้นได้ทีละหนึ่งตัว แต่เนื่องจากงานวิจัยนี้พิจารณาเฉพาะที่ $V_L = V_R = 0$ ทำให้ปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวมีพฤติกรรมคล้ายกล่องอิเล็กตรอนเดี่ยว [3] นอกจากนี้ เมื่อนำผลการคำนวณดังกล่าว ไปสร้างแผนภาพในระนาบ n_{L0} และ n_{R0} พบว่าแผนภาพที่สร้างขึ้น สอดคล้องกับแผนภาพเสถียรที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินซึ่งสามารถคำนวณได้จากพลังงานการเพิ่มประจุของระบบ โดยแผนภาพที่ถูกสร้างขึ้นดังกล่าว สามารถแสดงเงื่อนไขการเปลี่ยนแปลงจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยของแต่ละเกาะโลหะ ขอบเขตของบริเวณการขัดขวางแบบคูลอมบ์และจุดทริปเปิลพอยท์ ซึ่งเป็นจุดที่แสดงเงื่อนไขที่ทำให้สามารถส่งผ่านอิเล็กตรอนจากขั้วไฟฟ้าด้านหนึ่งผ่านระบบไปยังขั้วไฟฟ้าอีกด้านหนึ่งได้ ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าแผนภาพดังกล่าวเป็นแผนภาพเสถียรในกรณีทั่วไป กล่าวคือ ได้พิจารณาผลของอุณหภูมิและปรากฏการณ์การทะลุผ่านร่วมด้วย จากที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่า สามารถใช้การคำนวณจำนวนอิเล็กตรอนเฉลี่ยในการศึกษาปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์และการส่งผ่านอิเล็กตรอนในระบบปั๊มอิเล็กตรอนเดี่ยวได้

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากเงินทุนอุดหนุนการวิจัยงบประมาณเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ 2557 มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

เอกสารอ้างอิง

1. Grabert, H., and Devoret, M. 1992. Single charge tunneling. New York. Plenum Press. p. 1-12.
2. Fulton, T., and Dolan, G. 1987. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Physical Review Letters.* 59(1): 109-112.
3. Lafarge, P., Pothier, H., Williams, E., Esteve, D., Urbina, C., and Devoret, M. 1991. Direct observation of macroscopic charge quantization. *Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter,* 85(3): 327-332.
4. Kakade, S. 2012. Supersensitive Electrometer and Electrostatic Data Storage Using Single Electron Transistor. *International Journal of Electronics and Communication Engineering* : 591-596
5. Likharev, K. 1999. Single-electron devices and their applications. *Proceedings of the IEEE,* 87(4): p. 606-632.
6. Panyukov, S., and Zaikin, A. 1991. Coulomb blockade and nonperturbative ground-state properties of ultrasmall tunnel junctions. *Physical Review Letters,* 67(22): 3168-3171.
7. Göppert, G., Grabert, H., Prokofev, N., and Svistunov, B. 1998. Effect of Tunneling Conductance on the Coulomb Staircase. *Physical Review Letters,* 81(11): 2324-2327.
8. Wang, X., Egger, R., and Grabert, H. 1997. Coulomb charging energy for arbitrary tunneling strength. *Europhysics Letters.* 38(7): 545-550.
9. Wallisser, C., Limbach, B., Stein, P.V, Schafer, R., Theis, C., Göppert, G., and Grabert, H. 2002. Conductance of the single-electron transistor: A comparison of experimental data with Monte Carlo calculations. *Physical Review B,* 66(12): 1-8.
10. Metropolis, N. and Ulam, S. 1949. The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association.* 44(247): 335-341.
11. Limbach, B., vom Stein, P., Wallisser, C., and Schäfer, R. 2005. Coulomb blockade in two-island systems with highly conductive junctions. Physical Review B, 72(045316): 1-7.
12. Srivilai, P. 2012. Quantum Monte Carlo Study of the Metallic Single Electron Pump. Doctoral dissertation. Freiburg. Albert Ludwigs University Freiburg. p. 92-132.
13. Thongsuk, T. 2013. Calculation of average electron numbers on the metallic single electron transistor by Quantum Monte Carlo. Undergraduate dissertation. Mahasarakham. Mahasarakham University. p. 32-39.

14. Van der Wiel, W., De Franceschi, S., Elzerman, J., Fujisawa, T., Tarucha, S., and Kouwenhoven, L. 2002. Electron transport through double quantum dots. *Reviews of Modern Physics,* 75(1): 1-22.
15. Rungsri, P., Boonruesi, W., and Sampanapai, S. 2014. Quantum Monte Carlo Study of the Metallic Single Electron Pump. Undergraduate dissertation. Mahasarakham. Mahasarakham University. p. 25-39.
16. Theis, C. 2004. Conductance of Single Electron Devices from Imaginary-Time Path Integrals. Doctoral dissertation, Freiburg. Albert Ludwigs University Freiburg. p. 85-112.
17. Thongsuk, T. 2016. Calculation of average electron number on the metallic single electron pumps using the quantum Monte Carlo method. Graduate dissertation (preprint). Mahasarakham. Mahasarakham University. p. 26-37.

ได้รับบทความวันที่ 14 ธันวาคม 2558
ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 29 กุมภาพันธ์ 2559