บทความวิจัย

ตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษที่ได้มาโดยพีชคณิต

สิทธิกรณ์ คำรอด และ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร*

บทคัดย่อ

Teerapabolarn และ Thornsri [3] ได้ใช้วิธีพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ q $(q \geq 0)$ หน่วย แต่ตัวแบบนี้ไม่สามารถประยุกต์ใช้กับกรณีที่มีสินค้าขาดแคลน งานวิจัยนี้ใช้วิธีพีชคณิตปรับปรุงตัวแบบ EOQ ใน [3] โดยเพิ่มสมมุติฐานที่ยอมให้มีสินค้าขาดแคลนเข้าไปในระบบสินค้าคงคลังของตัวแบบนี้ สุดท้ายได้ยกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ต่างๆ ที่ได้มา

คำสำคัญ: ตัวแบบ EOQ สินค้าขาดแคลน การลดราคาสินค้าแบบพิเศษ วิธีพีชคณิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา 20131

*ผู้นิพนธ์ประสานงาน, email: kanint@buu.ac.th

EOQ Model with Shortage and Special Sales Price Derived Algebraically

Sittikorn Khamrod and Kanint Teerapabolarn*

ABSTRACT

Teerapabolarn and Thornsri [3] used algebraic method to determine the EOQ model with special sales price by assuming the level of inventory, while a special order is placed, to be q $(q \geq 0)$ units. However, it does not apply to the shortage case. This research uses the algebraic method to improve the EOQ model in [3] by adding the shortage assumption into the inventory system of this model. Finally, the numerical example is provided to illustrate applications of the results obtained.

Keywords: EOQ model, shortage, special sales price, algebraic method.

Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University 20131

*Corresponding author, e-mail: kanint@buu.ac.th

บทนำ

การศึกษาระบบสินค้าคงคลังในรูปแบบเชิงทฤษฎีสินค้าคงคลัง ปรากฏขึ้นเป็นครั้งแรกจากหลักฐานในงานวิจัยของ Harris [1] ซึ่งท่านได้ตีพิมพ์เผยแพร่การหาตัวแบบ EOQ (Economic Order Quantity) ของระบบสินค้าคงคลังพื้นฐาน และเป็นตัวแบบแรกที่อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) ต่อจากนั้นเป็นต้นมา ตัวแบบ EOQ พื้นฐานนี้ได้นำไปสู่การพัฒนาและปรับปรุงเป็นตัวแบบ EOQ อื่นๆ อีกมากมาย ซึ่งแต่ละตัวแบบได้มีการปรับปรุงหรือเพิ่มสมมุติฐานให้มีความสอดคล้องกับความเป็นจริงมากขึ้น และตัวแบบ EOQ ที่ได้รับการพัฒนาและปรับปรุงมาจากตัวแบบพื้นฐานตัวแบบหนึ่ง คือ ตัวแบบ EOQ ที่สามารถประยุกต์ใช้กับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ (special sales price) ซึ่งมีรายละเอียดพอสังเขปดังนี้ สมมุติว่าในขณะนี้ราคาของสินค้าเท่ากับ c บาทต่อหน่วยสินค้า และผู้จำหน่ายสินค้าได้ประกาศลดราคาสินค้าแบบพิเศษในอีก 1 เดือนข้างหน้า ซึ่งทำให้ราคาของสินค้ามีค่าลดลง k บาทต่อหน่วยสินค้า $(0<k<c)$ ทำให้ราคาใหม่ในช่วงเวลาที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ c-k บาทต่อหน่วยสินค้า และเมื่อเลยช่วงเวลาที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษดังกล่าว ราคาสินค้าจะกลับมามีราคาเท่าเดิมเหมือนก่อนการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ จะเห็นได้ว่าราคาของสินค้าที่กล่าวมานั้นอาจมีค่าลดลงในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นราคาของสินค้าจะกลับมาเท่าเดิม ดังนั้นสมมุติฐานเบื้องต้นเกี่ยวกับราคาของสินค้าจะไม่คงตัวเหมือนที่อยู่ในสมมุติฐานของตัวแบบ EOQ พื้นฐาน ระบบสินค้าคงคลังดังที่ได้กล่าวมานี้ได้มีการศึกษาปรับปรุงโดย Tersine [2] นอกจากนี้ท่านได้ใช้วิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (differential calculus) หาตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย ซึ่งจะเห็นว่าระดับสินค้าคงคลัง ณ จุดนี้ไม่ครอบคลุมระดับสินค้าคงคลังอื่นๆ ต่อมา Teerapabolarn และ Thorsri [3] ได้ปรับปรุงตัวแบบ EOQ ใน Tersine [2] โดยสมมุติให้ได้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ $q(q\geq 0)$ หน่วย และในการหาตัวแบบ EOQ ดังกล่าว Teerapabolarn และ Thorsri [3] ได้ใช้วิธีพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström [4] หาตัวแบบเหมาะที่สุดที่ต้องการ

พิจารณาตัวแบบ EOQ ในงานวิจัยของ Teerapabolarn และ Thornsri [3] จะพบว่าตัวแบบนี้เหมาะสำหรับกรณีที่ไม่มีสินค้าขาดแคลน ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับกรณีที่ระบบสินค้าคงคลังมีสินค้าขาดแคลนเกิดขึ้น ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้เราต้องการปรับปรุงตัวแบบ EOQ ใน [3] โดยเพิ่มสมมุติฐานที่ยอมให้มีสินค้าขาดแคลนเข้าไปในระบบสินค้าคงคลังนี้ และสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ q หน่วย เมื่อ $0\leq q\leq S^*$ และ S^*-$Q^*<q<0$ โดยที่ Q^* คือ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนและหลังช่วงเวลาที่ลดราคาสินค้าแบบพิเศษ และ S^* คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดก่อนและหลังลดราคาสินค้า และวิธีที่ใช้ในการหาตัวแบบที่ต้องการ คือ วิธีพีชคณิตเช่นเดียวกับที่ใช้ใน [3]

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษโดยใช้วิธีพีชคณิต

สมมุติฐานของตัวแบบ (Model Assumptions)

ในการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีสินค้าคงคลัง ตัวแบบ EOQ ที่สนใจศึกษา คือ ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและลดราคาสินค้าแบบพิเศษ ซึ่งมีสมมุติฐานดังนี้

1. ความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลามีค่าคงตัว และทราบค่าแน่นอน
2. ระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อสินค้าจนได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำมีค่าเท่ากับศูนย์
3. การได้รับสินค้าที่สั่งซื้อ จะได้รับทีเดียวทั้งหมดทันทีที่สั่งซื้อสินค้า
4. จะทำการสั่งซื้อสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับจุดสั่งซื้อหรือเท่ากับจุดที่กำหนด
5. ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อในแต่ละครั้งมีค่าไม่คงตัว
6. ราคาสินค้าต่อหน่วยไม่คงตัวตลอดเวลา
7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปเรื่อยๆ อย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด
8. ยอมให้มีสินค้าขาดแคลน หรือระดับสินค้าคงคลังมีค่าต่ำกว่าศูนย์

สัญกรณ์ของตัวแบบ (Model Notation)

สัญกรณ์ของตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลนและมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ มีดังนี้

D แทน อัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา

A แทน ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อครั้ง

c แทน ราคาสินค้าที่สั่งซื้อต่อหน่วยสินค้า

i แทน ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรผันไปตามราคาสินค้า

k แทน ผลต่างของราคาสินค้าปกติและราคาสินค้าใหม่

p แทน ค่าใช้จ่ายที่มีการขาดแคลนสินค้าที่แปรผันไปตามราคาสินค้า

q แทน ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

Q^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนและหลังช่วงเวลาที่ลดราคาสินค้าแบบพิเศษ

S^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนและหลังช่วงเวลาที่ลดราคาสินค้าแบบพิเศษ

Q_0 แทน ปริมาณสินค้าขาดแคลนก่อนและหลังช่วงเวลาที่ลดราคาสินค้าแบบพิเศษรวมกับระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

S_0 แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

S_0^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

Q_K แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

Q_K^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด

C_s แทน ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

C_n แทน ค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

G^* แทน ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ

วิธีดำเนินการศึกษา

การศึกษาครั้งนี้เป็นการหาตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยใช้วิธีพีชคณิตมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษารายละเอียดของระบบสินค้าคงคลังที่มีการลดราคาสินค้าในหนังสือของ Tersine [2] และงานวิจัยของ Teerapabolarn และ Thornsri [3]

2. ใช้วิธีพีชคณิตหาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายในระบบสินค้าคงคลังที่สนใจให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง (quadratic form) ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด ซึ่งวิธีที่ใช้หาตัวแบบ EOQ คือ วิธีพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström [4] ซึ่งหลักการของวิธีนี้มีดังนี้

ให้ a_1 และ a_2 เป็นจำนวนจริงบวก และ x เป็นตัวแปรตัดสินใจ จากนั้นจัดฟังก์ชัน a_1x^2-a_2x ในรูปแบบ $a_1\left(x^2-\frac{2a_2x}{2a_1}+\left(\frac{a_2}{2a_1}\right)^2\right)-\frac{a_2^2}{4a_1}=a_1\left(x-\frac{a_2}{2a_1}\right)^2-\frac{a_2^2}{4a_1}$ ซึ่งเรียกว่ารูปแบบกำลังสอง

3. ยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับตัวแบบ EOQ ที่หาได้ในขั้นตอนที่ 2 เพื่อแสดงการประยุกต์ผลลัพธ์ต่างๆ ที่ได้มา

ผลการศึกษา

ผลลัพธ์หลักที่ต้องการหา คือ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษ สามารถหาได้โดยใช้วิธีพีชคณิตดังนี้

บทตั้ง 1. ถ้า $Q^{**}=\sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$ และ $S^{**}=\sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$ แล้วจะได้ว่า

$$\frac{ic\left(S^{**}\right)^2+pc\left(Q^{**}-S^{**}\right)^2}{2Q^{**}}=\frac{AD}{Q^{**}} \tag{1}$$

พิสูจน์ แทนค่า Q^{**} และ S^{**} ใน $\frac{ic\left(S^{**}\right)^2+pc\left(Q^{**}-S^{**}\right)^2}{2Q^{**}}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{ic\left(S^{**}\right)^2+pc\left(Q^{**}-S^{**}\right)^2}{2Q^{**}} &= \frac{ic\left[\frac{2AD}{ic}\left(\frac{p}{i+p}\right)\right]+pc\frac{2ADi}{c(i+p)p}}{2Q^{**}}\\ &= \frac{\frac{2ADp}{i+p}+\frac{2ADi}{i+p}}{2Q^{**}}\\ &= \frac{AD}{Q^{**}}\end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 1. ให้ Q_0-S_0=Q^*-S^* และ q แทนระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ

$$S_0^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right) \tag{2}$$

หน่วย ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ

$$Q_K^* = S_0^* - q \tag{3}$$

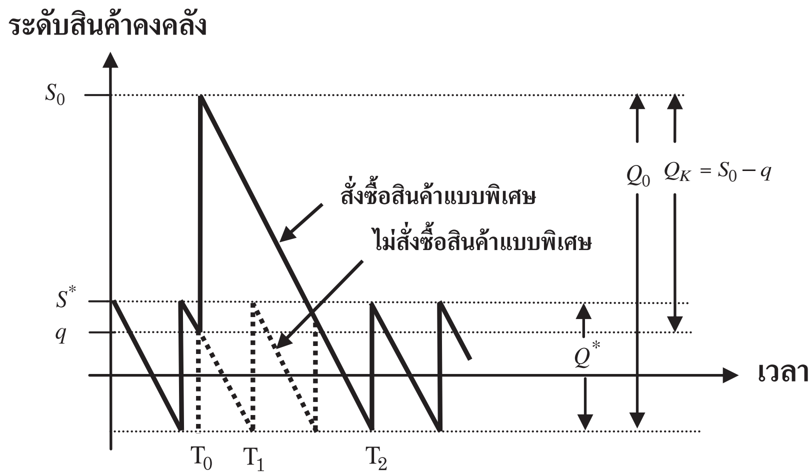
หน่วย และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าดังนี้

$$G^* = \begin{cases} \dfrac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\dfrac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \dfrac{c}{c-k}\right\} + Z_1 & ; 0 \le q \le S^* \\ \dfrac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\dfrac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \left(\dfrac{q}{Q^*}\right)^2 - \dfrac{c}{c-k}\right\} + Z_2 & ; S^* - Q^* < q < 0 \end{cases} \tag{4}$$

โดยที่ $Z_1 = \frac{pc}{2D}(Q^* - S^*)^2$ และ $Z_2 = \frac{pc}{2D}(Q^* - S^* + q)^2 - \frac{p(c-k)}{2D}(Q^* - S^*)^2$ เมื่อ $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$ และ $S^* = \frac{pQ^*}{i+p}$

พิสูจน์ การพิสูจน์ทฤษฎีบทแบ่งออกได้เป็นสองกรณีตามค่าของ q ดังนี้

กรณีที่ 1 $0 \le q \le S^*$



รูปที่ 1 ระบบสินค้าคงคลังที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษสำหรับกรณี $0 \le q \le S^*$

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังในรูปที่ 1 เมื่อราคาสินค้ามีการปรับลดลงชั่วคราวจาก c บาทต่อหน่วยสินค้า เป็น c-k บาทต่อหน่วยสินค้า ซึ่งการปรับราคาสินค้าลดลงจะเกิดขึ้น ณ จุดเวลา T_0 ซึ่งอาจมีหรือไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ และเมื่อเลยจุดเวลานี้ไปแล้วสินค้าก็จะมีราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าเท่าเดิม จากรูปที่ 1 จะเห็นได้ว่าก่อนถึงจุดเวลาลดราคาสินค้าแบบพิเศษและหลังการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 สามารถดำเนินการจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \tag{5}$$

หน่วย ซึ่งเป็นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบปรกติเหมาะที่สุด และระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปรกติเหมาะที่สุดมีค่าเท่ากับ

$$S^* = \frac{pQ^*}{i+p} \tag{6}$$

หน่วย ถ้ามีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 หรือมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเมื่อระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ q $(0 \le q \le S^*)$ หน่วย ในปริมาณ Q_K หน่วย ดังรูปที่ 1 ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ Q_K มีค่าเท่ากับ $A + (c - k)Q_K$ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถแบ่งพิจารณาออกได้เป็นสองช่วงดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 หาได้จากค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง $\frac{q}{D}$ มีค่าเท่ากับ $ic\int_0^{\frac{q}{D}}(q-Dx)dx + i(c-k)\int_0^{\frac{q}{D}} Q_K dx = \frac{icq^2}{2D} + \frac{i(c-k)qQ_K}{D}$ และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{q}{D}$ ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$i(c-k)\int_0^{\frac{Q^*-S^*}{D}} \left(Q_K - Dx\right) dx = i(c-k)\left[\frac{2(Q^*-S^*)Q_K}{2D} - \frac{(Q^*-S^*)^2}{2D}\right]$ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$i(c-k)\int_0^{\frac{Q_K^*-Q^*+S^*}{D}} \left[\left(Q_K^* - Q^* + S^*\right) - Dx\right]dx = i(c-k)\frac{\left(Q_K^* - Q^* + S^*\right)^2}{2D}$ และค่าใช้จ่ายเมื่อมีสินค้าขาดแคลนที่แปรไปราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ $p(c-k)\frac{(Q_0 - S_0)^2}{2D} = p(c-k)\frac{(S^* - Q^*)^2}{2D}$

ดังนั้น จะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อแบบพิเศษที่จุดเวลา T_0 โดยแทนค่า $Q_K = S_0 - q$ มีค่าเท่ากับ

$$C_s = A + (c-k)\big(S_0 - q\big) + \frac{icq^2}{2D} + i(c-k)\frac{q\big(S_0 - q\big)}{D} + i(c-k)\frac{\Big[\big(S_0 - q\big) - Q^* + S^*\Big]^2}{2D}$$
$$+ p\big(c-k\big)\frac{\Big(Q^* - S^*\Big)^2}{2D} + i(c-k)\left[\frac{2(Q^* - S^*)(S_0 - q)}{2D} - \frac{(Q^* - S^*)^2}{2D}\right]$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปรกติในปริมาณ Q^* หน่วย ณ จุดเวลา T_1 (พิจารณาเส้นปะในรูปที่ 1) ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถหาได้ดังนี้

เนื่องจากปริมาณสินค้าในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ Q_K หน่วย และจำนวนครั้งในการสั่งซื้อมีค่าเท่ากับ $\frac{Q_K}{Q^*}$ ครั้ง ดังนั้นจะสามารถหาค่าใช้จ่ายต่างๆ ในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 ได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าปริมาณ Q_K หน่วยมีค่าเท่ากับ $\frac{Q_K}{Q^*}A + cQ_K$ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถแบ่งพิจารณาออกได้เป็นสองช่วงดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ $ic\int_0^{\frac{q}{D}}(q - Dx)dx = \frac{icq^2}{2D}$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ $ic\frac{Q_K}{Q^*}\int_0^{\frac{S^*}{D}}(S^* - Dx)dx = ic\frac{\big(S^*\big)^2 Q_K}{2Q^*D}$

ค่าใช้จ่ายเมื่อมีสินค้าขาดแคลนในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถแบ่งพิจารณาออกได้เป็นสองช่วงดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่มีสินค้าขาดแคลนในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$pc\int_0^{\frac{Q^* - S^*}{D}}\Big((Q^* - S^*) - Dx\Big)dx = pc\frac{\Big(Q^* - S^*\Big)^2}{2D}$$

ค่าใช้จ่ายเมื่อมีสินค้าขาดแคลนในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ $pc\frac{Q_K(Q_0 - S_0)^2}{2QD} = pc\frac{Q_K^*\Big(Q^* - S^*\Big)^2}{2Q^*D}$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 โดยแทนค่า $Q_K = S_0 - q$ มีค่าเท่ากับ

$$C_n = \frac{S_0 - q}{Q^*}A + c\big(S_0 - q\big) + \frac{icq^2}{2D} + \frac{\big(S_0 - q\big)}{D}\left(\frac{ic\big(S^*\big)^2}{2Q^*} + \frac{pc\big(Q^* - S^*\big)^2}{2Q^*}\right) + \frac{pc}{2D}\Big(Q^* - S^*\Big)^2$$

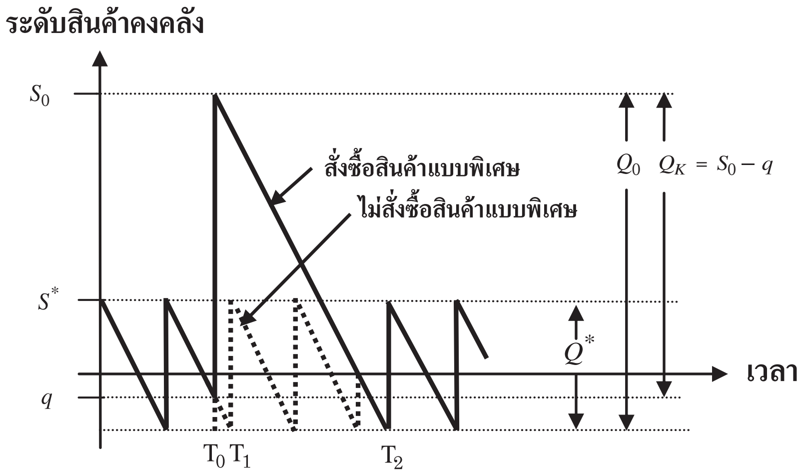
ดังนั้น ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้เมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
G &= C_n - C_s \\
&= \frac{A}{Q^*}\left(S_0-q\right)+c\left(S_0-q\right)+\frac{ic}{2D}q^2+\frac{\left(S_0-q\right)}{D}\left(\frac{ic\left(S^*\right)^2}{2Q^*}+\frac{pc\left(Q^*-S^*\right)^2}{2Q^*}\right)+\frac{pc}{2D}\left(Q^*-S^*\right)^2 \\
&\quad -A-(c-k)\left(S_0-q\right)-\frac{ic}{2D}q^2-\frac{i(c-k)q}{D}\left(S_0-q\right)-\frac{i(c-k)}{2D}\left(2(Q^*-S^*)\left(S_0-q\right)-\left(Q^*-S^*\right)^2\right) \\
&\quad -\frac{i(c-k)}{2D}\left((S_0-q)-(Q^*-S^*)\right)^2 \\
&= k\left(S_0-q\right)+\frac{A}{Q^*}\left(S_0-q\right)+\frac{ic}{2D}q^2+\frac{\left(S_0-q\right)}{D}\left(\frac{AD}{Q^*}\right)+\frac{pc}{2D}\left(Q^*-S^*\right)^2-\frac{ic}{2D}q^2 \\
&\quad -\frac{i(c-k)q}{D}\left(S_0-q\right)-2\frac{i(c-k)}{2D}(Q^*-S^*)\left(S_0-q\right)+\frac{i(c-k)}{2D}\left(Q^*-S^*\right)^2 \\
&\quad -\frac{i(c-k)}{2D}\left(S_0-q\right)^2+2\frac{i(c-k)}{2D}\left(S_0-q\right)\left(Q^*-S^*\right)-\frac{i(c-k)}{2D}\left(Q^*-S^*\right)^2-A \\
&= k\left(S_0-q\right)+\left(S_0-q\right)\left(\frac{2A}{Q^*}\right)-\frac{i(c-k)q}{D}\left(S_0-q\right)-\frac{i(c-k)}{2D}\left(S_0-q\right)^2+\frac{pc}{2D}\left(Q^*-S^*\right)^2-A \quad \text{(โดยบทตั้ง 1)} \\
&= \left(S_0-q\right)\left(\frac{2A}{Q^*}+k-\frac{qi(c-k)}{D}\right)-\frac{i(c-k)}{2D}(S_0-q)^2+Z_1-A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}\left((S_0-q)^2-2\left(S_0-q\right)\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)\right)+Z_1-A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}\left((S_0-q)^2-2\left(S_0-q\right)\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)+\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)^2\right) \\
&\quad +\frac{i(c-k)}{2D}\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)^2+Z_1-A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}\left(\left(S_0-q\right)-\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)\right)^2+\frac{i(c-k)}{2D}\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)^2+Z_1-A \qquad (7)
\end{aligned}
$$

ซึ่ง G ในสมการ (7) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $(S_0-q)-\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)=0$ หรือ $S_0=\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}$ ดังนั้น ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ $S_0^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)$ หน่วย และปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ $Q_K^* = S_0^* - q$ หน่วย ต่อไปแทนค่า $S_0=\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}$ ในสมการ (7) จะได้ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเป็น

$$
\begin{aligned}
G^* &= \frac{i(c-k)}{2D}\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}-q\right)^2+Z_1-A \\
&= \frac{i(c-k)}{2D}\left(Q_K^*\right)^2+Z_1-A \\
&= \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2+Z_1-A \\
&= A\left\{\frac{(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2-1\right\}+Z_1 \\
&= \frac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2-\frac{c}{c-k}\right\}+Z_1
\end{aligned}
$$

กรณีที่ 2 $S^*-Q^* < q < 0$



รูปที่ 2 ระบบสินค้าคงคลังที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษสำหรับกรณี $S^*-Q^* < q < 0$

ระบบสินค้าคงคลังในกรณีนี้จะเหมือนกับในกรณีที่ $0 \le q \le S^*$ ยกเว้นเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ q อยู่ระหว่าง S^*-Q^* และ 0 (S^*-$Q^* < q < 0$) หน่วย ดังรูปที่ 2 ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ Q_K มีค่าเท่ากับ $A+(c-k)Q_K$ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่ไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ $i(c-k)\int_0^{\frac{S_0}{D}}(S_0-Dx)dx = i(c-k)\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)$ ค่าใช้จ่ายเมื่อมีสินค้าขาดแคลนที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ $p\left(c-k\right)\int_0^{\frac{Q^*-S^*}{D}}\left((Q^*-S^*)-Dx\right)dx = p\left(c-k\right)\frac{\left(Q^*-S^*\right)^2}{2D}$

ดังนั้น จะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อแบบพิเศษที่จุดเวลา T_0 โดยการแทนค่า $Q_K = S_0 - q$ มีค่าเท่ากับ

$$C_s = A + (c-k)\left(S_0 - q\right) + i(c-k)\frac{S_0^2}{2D} + p\left(c-k\right)\frac{\left(Q^* - S^*\right)^2}{2D}$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปรกติในปริมาณ Q^* หน่วย ณ จุดเวลา T_1 (พิจารณาเส้นประในรูปที่ 2) ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถหาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายเพียงส่วนเดียว คือ ค่าใช้จ่ายเมื่อมีสินค้าขาดแคลน มีค่าเท่ากับ $pc\int_0^{\frac{Q^*-S^*+q}{D}} \left[\left(Q^* - S^* + q\right) - Dx\right]dx = pc\frac{\left(Q^* - S^* + q\right)^2}{2D}$

เนื่องจากปริมาณสินค้าในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ Q_K หน่วย และจำนวนครั้งในการสั่งซื้อมีค่าเท่ากับ $\frac{Q_K}{Q^*}$ ครั้ง ดังนั้นจะสามารถหาค่าใช้จ่ายต่างๆ ในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 ได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าปริมาณ Q_K หน่วยมีค่าเท่ากับ $\frac{Q_K}{Q^*}A + cQ_K$ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{S^*}{D}$ มีค่าเท่ากับ $ic\frac{Q_K}{Q^*}\int_0^{\frac{S^*}{D}}(S^* - Dx)dx = ic\frac{Q_K\left(S^*\right)^2}{2Q^*D}$ ค่าใช้จ่ายเมื่อมีสินค้าขาดแคลนในช่วงเวลา $\frac{Q_K}{D}$ มีค่าเท่ากับ $pc\frac{Q_K(Q_0 - S_0)^2}{2Q^*D} = pc\frac{Q_K\left(Q^* - S^*\right)^2}{2Q^*D}$ ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 โดยแทนค่า $Q_K = S_0 - q$ มีค่าเท่ากับ

$$C_n = \frac{S_0 - q}{Q^*}A + c\left(S_0 - q\right) + \frac{ic\left(S^*\right)^2}{2Q^*D}\left(S_0 - q\right) + pc\frac{\left(Q^* - S^* + q\right)^2}{2D} + pc\frac{\left(Q^* - S^*\right)^2}{2Q^*D}\left(S_0 - q\right)$$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้เมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
G &= C_n - C_s \\
&= \frac{S_0 - q}{Q^*}A + c\left(S_0 - q\right) + \frac{ic\left(S^*\right)^2}{2Q^*D}\left(S_0 - q\right) + \frac{pc}{2D}\left(Q^* - S^* + q\right)^2 + \frac{pc}{2Q^*D}\left(Q^* - S^*\right)^2\left(S_0 - q\right) \\
&\quad - A - (c-k)\left(S_0 - q\right) - \frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 - \frac{p(c-k)}{2D}\left(Q^* - S^*\right)^2 \\
&= \frac{2AD}{2Q^*D}(S_0 - q) + \frac{ic\left(S^*\right)^2}{2Q^*D}(S_0 - q) + \frac{pc}{2D}\left(Q^* - S^* + q\right)^2 + \frac{pc}{2Q^*D}\left(Q^* - S^*\right)^2(S_0 - q) \\
&\quad - A + k(S_0 - q) - \frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 - \frac{p(c-k)}{2D}\left(Q^* - S^*\right)^2 \\
&= k(S_0 - q) + \frac{2AD(S_0 - q) + ic\left(S^*\right)^2(S_0 - q) + pc\left(Q^* - S^*\right)^2(S_0 - q)}{2Q^*D} - \frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 \\
&\quad + \frac{pc}{2D}\left(Q^* - S^* + q\right)^2 - \frac{p(c-k)}{2D}\left(Q^* - S^*\right)^2 - A \\
&= k(S_0 - q) + \frac{S_0 - q}{D}\left(\frac{2AD + ic\left(S^*\right)^2 + pc\left(Q^* - S^*\right)^2}{2Q^*D}\right) - \frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 + \frac{pc}{2D}\left(Q^* - S^* + q\right)^2 \\
&\quad - \frac{p(c-k)}{2D}\left(Q^* - S^*\right)^2 - A \\
&= k(S_0 - q) + \frac{2A}{Q^*}\left(S_0 - q\right) - \frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 + Z_2 - A \quad \text{(โดยบทตั้ง 1)} \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 + (S_0 - q)\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) + Z_2 - A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}S_0^2 + S_0\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) - q\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) + Z_2 - A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}\left[S_0^2 - 2S_0\left(\frac{2AD}{icQ^*} + \frac{kD}{ic}\right)\right] - q\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) + Z_2 - A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}\left[S_0^2 - 2S_0\left(\frac{2AD}{icQ^*} + \frac{kD}{ic}\right) + \left(\frac{2AD}{icQ^*} + \frac{kD}{ic}\right)^2\right] + \frac{i(c-k)}{2D}\left(\frac{2AD}{icQ^*} + \frac{kD}{ic}\right)^2 \\
&\quad - q\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) + Z_2 - A \\
&= -\frac{i(c-k)}{2D}\left[S_0 - \left(\frac{2AD}{icQ^*} + \frac{kD}{ic}\right)\right]^2 + \frac{i(c-k)}{2D}\left(\frac{2AD}{icQ^*} + \frac{kD}{ic}\right)^2 - q\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) + Z_2 - A \qquad (8)
\end{aligned}
$$

ซึ่ง G ในสมการ (8) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $S_0 = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)$ ดังนั้นระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ $S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)$ หน่วย และปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ $Q_K^* = S_0^* - q$ หน่วย ต่อไปแทนค่า $S_0 = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)$ ในสมการ (8) จะได้ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเป็น

$$
\begin{aligned}
G^* &= \frac{i(c-k)}{2D}\left(\frac{2AD}{icQ^*}+\frac{kD}{ic}\right)^2 - q\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)+Z_2-A \\
&= \frac{i(c-k)}{2D}\left(S_0^*\right)^2 - q\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)+Z_2-A \\
&= \frac{i(c-k)}{2D}\left(\left(S_0^*\right)^2 - 2q\left(\frac{2AD}{i(c-k)Q^*}+\frac{kD}{i(c-k)}\right)\right)+Z_2-A \\
&= \frac{i(c-k)}{2D}\left(\left(S_0^*\right)^2 - 2qS_0^*+q^2\right)-\frac{i(c-k)q^2}{2D}+Z_2-A \\
&= \frac{i(c-k)}{2D}\left(S_0^*-q\right)^2-\frac{i(c-k)q^2}{2D}+Z_2-A \\
&= \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2-\frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{q}{Q^*}\right)^2+Z_2-A \\
&= \frac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2-\left(\frac{q}{Q^*}\right)^2-\frac{c}{c-k}\right\}+Z_2
\end{aligned}
$$

บทแทรก 1. ถ้า $Q_0 - S_0 = Q^* - S^* = 0$ แล้วปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดมีค่าเท่ากับ

$$Q_K^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)-q$$

หน่วย และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ

$$
G^* = \begin{cases} A\left\{\frac{(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2-1\right\} & ; 0 \le q \le S^* \\ \frac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)-1\right\}^2 & ; q = 0 \end{cases}
$$

พิสูจน์ เนื่องจากในกรณีที่ $0 \le q \le S^*$ จะเห็นได้ชัดว่า $G^* = A\left\{\frac{(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2-1\right\}$ ดังนั้นต่อไปจะแสดงการพิสูจน์ในกรณีที่ $q = 0$ ซึ่งในกรณีนี้

$$G^* = A\left\{\frac{(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - 1\right\} - kQ^* - \frac{kA}{c}$$

$$= \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - 2A - kQ^* - \frac{kA}{c} + A$$

$$= \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - Q^*\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) + A\left(1 - \frac{k}{c}\right)$$

$$= \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \frac{(c-k)Q^*Q_K^*}{D} + \frac{A(c-k)}{c}$$

$$= \frac{A(c-k)}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \frac{icQ^*Q_K^*}{AD} + 1\right\}$$

$$= \frac{A(c-k)}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right) - 1\right\}^2$$

ตัวอย่างการประยุกต์ใช้ผลการวิจัย

ในหัวข้อนี้เป็นการยกตัวอย่างเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ต่างๆ ในทฤษฎีบท 1

ตัวอย่าง ศูนย์จำหน่ายโทรศัพท์แห่งหนึ่งได้สั่งซื้อโทรศัพท์มือถือรุ่น M7 จากบริษัท HW-Company ในราคา 15,500 บาทต่อเครื่อง ต่อมาทราบว่าบริษัท HW-Company ประกาศจะลดราคาโทรศัพท์มือถือเหลือเครื่องละ 14,500 บาท ในอีก 2 สัปดาห์ข้างหน้า สมมุติว่าปัจจุบันศูนย์จำหน่ายโทรศัพท์แห่งนี้จำหน่ายโทรศัพท์มือถือรุ่น M7 ได้ปีละ 20,000 เครื่อง ซึ่งในแต่ละครั้งที่ทำการสั่งซื้อโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้จะต้องเสียค่าใช้จ่าย 2,800 บาท ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้เท่ากับ 15% ของราคาโทรศัพท์ต่อเครื่องต่อปี และถ้ามีโทรศัพท์จำหน่ายไม่เพียงพอให้กับลูกค้าจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้ 15% ของราคาโทรศัพท์ต่อเครื่องต่อปี อยากทราบว่าก่อนสิ้นสุดการลดราคาแบบพิเศษของบริษัท HW-Company ศูนย์จำหน่ายโทรศัพท์แห่งนี้ควรสั่งซื้อโทรศัพท์มือถือรุ่น M7 มาจำหน่ายจำนวนเท่าใด จึงจะทำให้สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุดและมีค่าเท่าใด ถ้าในขณะที่มีการสั่งซื้อโทรศัพท์มือถือรุ่น M7 นี้ มีจำนวนโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้เท่ากับ 100 เครื่อง และ -100 เครื่อง ตามลำดับ

จากโจทย์ D = 20,000 เครื่องต่อปี
A = 2,800 บาทต่อครั้ง
p = 15% ของราคาโทรศัพท์ต่อเครื่องต่อปี
i = 15% ของราคาโทรศัพท์ต่อเครื่องต่อปี
c = 15,500 บาทต่อเครื่อง
k = 1,000 บาทต่อเครื่อง

หา Q^* จากสมการ
$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$$
$$= \sqrt{\frac{2(2,800)(20,000)}{(0.15)(15,500)}}\sqrt{\frac{0.15+0.15}{0.15}}$$
$$= 310.3934 \text{ เครื่อง}$$

หา S^* จากสมการ
$$S^* = \frac{pQ^*}{i+p}$$
$$= \frac{(0.15)(310.3934)}{0.15+0.15}$$
$$= 155.1967 \text{ เครื่อง}$$

หา S_0^* จากสมการ
$$S_0^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)$$
$$= \frac{20,000}{(0.15)(15,500-1,000)}\left(\frac{2(2,800)}{310.3934}+1,000\right)$$
$$= 9,361.3023 \text{ เครื่อง}$$

1. ถ้าจำนวนโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้ $q = 100$ เครื่อง

หา Z_1 จากสมการ
$$Z_1 = \frac{pc}{2D}(Q^* - S^*)^2$$
$$= \frac{(0.15)(15,500)}{2(20,000)}(310.3934-155.1967)^2$$
$$= 1,400 \text{ บาท}$$

หา Q_K^* จากสมการ
$$Q_K^* = S_0^* - q$$
$$= 9,361.3023 - 100$$
$$= 9,261.3023 \text{ เครื่อง}$$

จะหา G^* จากสมการ
$$G^* = \frac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \frac{c}{c-k}\right\} + Z_1$$
$$= \frac{(15,500-1,000)(2,800)}{15,500}\left\{\left(\frac{9,261.3022}{310.3934}\right)^2 - \frac{15,500}{15,500-1,000}\right\} + 1,400$$
$$= 2,330,519.158 \text{ บาท}$$

ดังนั้น ศูนย์จำหน่ายโทรศัพท์มือถือแห่งนี้ควรสั่งซื้อโทรศัพท์มือถือรุ่น M7 จากบริษัท HW-Company จำนวน 9,261.3023 เครื่อง จึงจะทำให้สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุดเท่ากับ 2,330,519.158 บาท

2. ถ้าจำนวนโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้ q = -100 เครื่อง

หา Z_2 จากสมการ

$$\begin{aligned} Z_2 &= \frac{pc}{2D}(Q^* - S^* + q)^2 - \frac{p(c-k)}{2D}(Q^* - S^*)^2 \\ &= \frac{(0.15)(15,500)}{2(20,000)}(310.3934 - 155.1967 - 100)^2 - \frac{(0.15)(15,500-1,000)}{2(20,000)}(310.3934 - 155.1967)^2 \\ &= -1,132.5891 \text{ บาท} \end{aligned}$$

หา Q_K^* จากสมการ

$$\begin{aligned} Q_K^* &= S_0^* - q \\ &= 9,361.3023 - (-100) \\ &= 9,461.3023 \text{ เครื่อง} \end{aligned}$$

หา G^* จากสมการ

$$\begin{aligned} G^* &= \frac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\frac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \left(\frac{q}{Q^*}\right)^2 - \frac{c}{c-k}\right\} + Z_2 \\ &= \frac{(15,500-1,000)(2,800)}{15,500}\left\{\left(\frac{9,461.3023}{310.3934}\right)^2 - \left(\frac{-100}{310.3934}\right)^2 - \frac{15,500}{15,500-1,000}\right\} + (-1,132.5891) \\ &= 2,429,518.313 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น ศูนย์จำหน่ายโทรศัพท์มือถือแห่งนี้ควรสั่งซื้อโทรศัพท์มือถือรุ่น M7 จากบริษัท HW-Company จำนวน 9,461.3023 เครื่อง จึงจะทำให้สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุดเท่ากับ 2,429,518.313 บาท

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้ได้ปรับปรุงตัวแบบของระบบสินค้าคงคลังที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษในงานวิจัยของ Teerapabolarn และ Thornsri [3] โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ q หน่วย เมื่อ $0 \le q \le S^*$ และ $S^* - Q^* < q < 0$ และได้ใช้วิธีพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström [4] หาตัวแบบ EOQ ของระบบสินค้าคงคลังที่ต้องการ ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด ซึ่งวิธีนี้สามารถหาตัวแบบได้จากการจัดรูปของค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองคล้ายกับที่ใช้ใน [3] และในการศึกษาครั้งนี้ ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ $Q_K^* = S_0^* - q$ หน่วย โดยที่ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ $S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$ หน่วย และสามารถหาค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดดังสมการ (4)

เอกสารอ้างอิง

1. Harris, F. W. 1913. How Many Parts to Make at Once, Factory. *The Magazine of Management* 10: p. 135-136.
2. Tersine, R. J. 1994. *Principles of Inventory and Materials Management.* 4th Edition. New Jersey. Prentice-Hall. p. 117-120.
3. Teerapabolarn, K., and Thornsri, N. 2014. Determination of the EOQ Model with Special Sales Price by Algebraic Method. *Srinakharinwirot Science Journal* 30 (1): 193-207. (in Thai)
4. Grubbström, R. W. 1996. Material Requirements Planning and Manufacturing Resource Planning. *International Encyclopedia of Business and Management.* London. Routledge. p. 3410-3411.

ได้รับบทความวันที่ 8 เมษายน 2558
ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 25 พฤษภาคม 2558