บทความวิจัย

การใช้วิธีอย่างง่ายหาตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว

คณินทร์ ธีรภาพโอพาร* และ **ดนุสรณ์ ธนะปาละ**

บทคัดย่อ

การวิจัยฉบับนี้ใช้วิธี AGM (Arithmetic-geometric mean) และ CBS (Cauchy-Bunyakovsky-Schwarz) ที่นำเสนอโดย Cárdenas-Barrón [9] หาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว สุดท้ายได้ยกตัวอย่างเพื่อแสดงการประยุกต์ของผลลัพธ์ที่ได้

คำสำคัญ: ตัวแบบ EPQ การขาดแคลนสินค้า ช่วงเวลานำคงตัว วิธี AGM วิธี CBS

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

*ผู้นิพนธ์ประสานงาน, email: kanint@buu.ac.th

Using Simple Methods to Determine the EPQ Model with Shortage and Constant Lead Time

Kanint Teerapabolarn* **and Danusorn Thanapala**

ABSTRACT

This paper uses AGM (Arithmetic-geometric mean) and CBS (Cauchy-Bunyakovsky-Schwarz) methods, proposed by Cárdenas-Barrón [9], to determine the optimal solutions for the EPQ model with shortage and constant lead time. Finally, some examples have been given to illustrate applications of the results obtained.

Keywords: EPQ model, shortage, constant lead time, AGM method, CBS method.

Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University
*Corresponding author, email: kanint@buu.ac.th

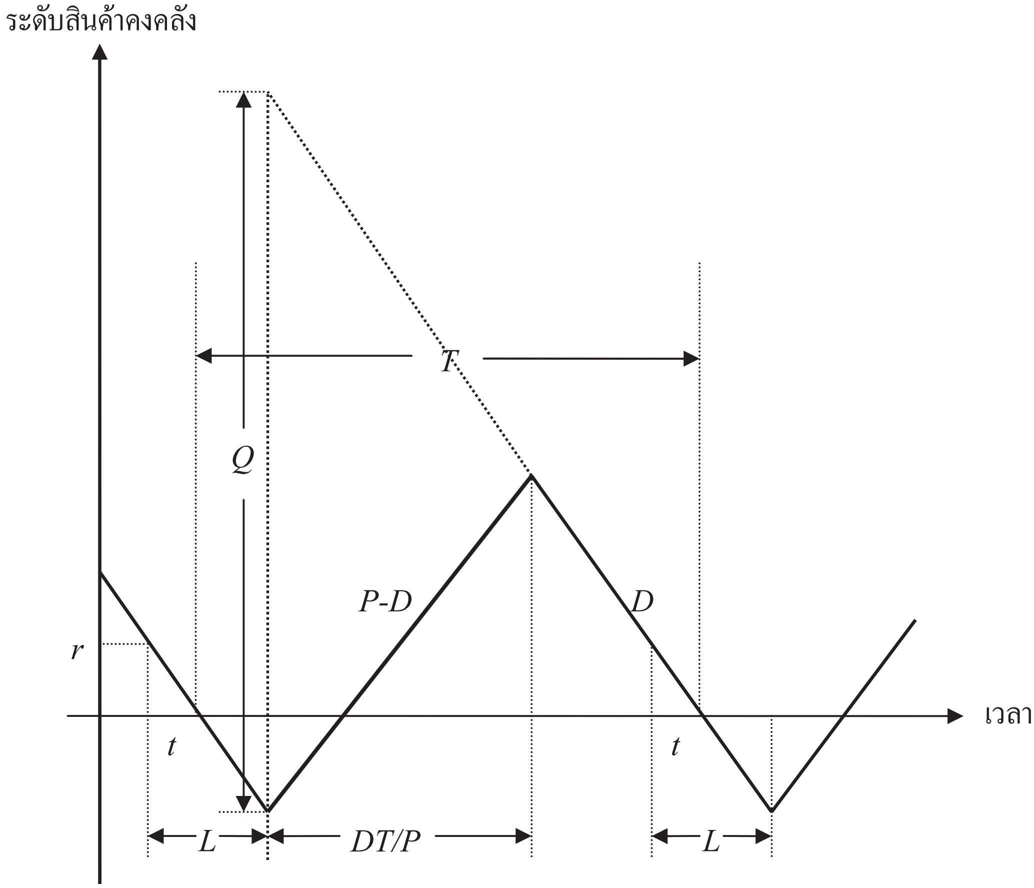
บทนำ

Economic Order Quantity (EOQ) เป็นเรื่องที่รู้จักกันเป็นอย่างดีในทฤษฎีสินค้าคงคลัง (theory of inventory) ซึ่งตัวแบบ EOQ ตัวแบบแรกที่ได้มีการศึกษา คือ ตัวแบบพื้นฐานที่ศึกษาโดย Haris [1] หลังจากนั้นเป็นต้นมา ตัวแบบนี้ได้ถูกพัฒนาและปรับปรุงจนได้ตัวแบบ EOQ อื่นๆ อีกมากมาย เช่น ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า ตัวแบบ EOQ ที่มีการเพิ่มสินค้าต่อเนื่อง ตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้า เป็นต้น สำหรับเนื้อหาของทฤษฎีสินค้าคงคลังในส่วนที่เกี่ยวกับ Economic Production Quantity (EPQ) เป็นเรื่องที่มีการศึกษาและพัฒนาขึ้นมาในภายหลังเพื่อให้มีความสอดคล้องกับการผลิตสินค้าขึ้นมาเองโดยไม่ได้สั่งซื้อมาจากที่อื่น ซึ่งผู้ที่ได้ศึกษาและนำเสนอเป็นคนแรก คือ Taft [2] และเป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปว่าทั้งตัวแบบ EOQ และตัวแบบ EPQ (EOQ/EPQ) ถูกพัฒนาและนำไปประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลายในวงการอุตสาหกรรม นอกจากนี้ตัวแบบ EOQ/EPQ ที่มีและไม่มีการขาดแคลนสินค้าสามารถพบได้ในงานวิจัยและตำราจำนวนมาก ซึ่งในการหาตัวแบบ EOQ/EPQ ที่มีและไม่มีการขาดแคลนสินค้าโดยใช้วิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (differential calculus) นั้นมีความยุ่งยาก นั่นคือ ในการหาตัวแบบที่เหมาะสมโดยวิธีนี้จะต้องพิจารณาจากอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอนุพันธ์อันดับที่สอง ซึ่งอาจไม่เหมาะสำหรับผู้ที่เริ่มต้นศึกษาระบบสินค้าคงคลังและไม่มีความรู้ด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ ในเวลาต่อมา Grubbström [3] เป็นบุคคลแรกที่ได้นำเสนอวิธีแบบใหม่ในการหาตัวแบบพื้นฐาน EOQ โดยไม่ต้องใช้อนุพันธ์ หรือแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ วิธีนี้เรียกว่า วิธีพีชคณิต (algebraic method) ซึ่งภายหลังวิธีนี้ถูกนำไปใช้หาตัวแบบ EOQ อื่นๆ อีกหลายตัวแบบ ตัวอย่างเช่น Grubbström และ Erdem [4] ใช้วิธีพีชคณิตในการหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า Cárdenas-Barrón [5] ใช้วิธีพีชคณิตในการหาตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า และ Chang [6] ใช้วิธีพีชคณิตในการหาตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและมีช่วงเวลานำ (lead time) ไม่คงตัว เป็นต้น

นอกจากวิธีพีชคณิตที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังมีวิธีที่ไม่ใช้อนุพันธ์วิธีอื่นๆ ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อหาตัวแบบ EOQ ต่างๆ ได้แก่ วิธีเปรียบเทียบค่าใช้จ่าย (cost comparisons) พัฒนาโดย Minner [7] วิธี AGM (arithmetic-geometric mean) นำเสนอโดย Teng [8] ซึ่งเป็นวิธีง่ายในการหาตัวแบบ EOQ แต่วิธีนี้ไม่เหมาะสำหรับการหาตัวแบบ EOQ ที่มีตัวแปรที่เกี่ยวข้องหลายตัวแปร ต่อมา Cárdenas-Barrón [9] ได้ปรับปรุงวิธีของ Teng [8] เพื่อใช้หาตัวแบบ EOQ ที่มีตัวแปรหลายตัว โดยนำอสมการ Cauchy-Schwarz-Bunyakovsky (CBS) มาใช้ร่วมกับอสมการ AGM และได้ใช้อสมการ CBS และ AGM หาตัวแบบ EOQ/EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า นอกจากนี้ Tu et al. [10] ได้ใช้วิธี AGM และ CBS นี้หาตัวแบบ EOQ/EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีตำหนิ ซึ่งวิธีนี้เป็นวิธีที่เหมาะสำหรับผู้ที่เริ่มต้นศึกษาทฤษฎีสินค้าคงคลัง และไม่มีความรู้ด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์

ตัวแบบที่สนใจในการวิจัยฉบับนี้ คือ ตัวแบบของ Chang [6] ซึ่งเป็นตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำมีค่าไม่คงตัวหรือมีการเปลี่ยนแปลง โดยที่ Chang [6] ได้สมมุติให้ช่วงเวลานำเป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งการกำหนดหรือสมมุติให้ช่วงเวลานำมีค่าไม่คงตัวเช่นนี้ ถึงแม้ว่าจะสอดคล้องกับความเป็นจริงของระบบสินค้าคงคลัง แต่ถ้าพิจารณาของการนำไปประยุกต์ใช้จะมีความยุ่งยากมาก กล่าวคือ เราไม่ทราบว่าช่วงเวลานำมีการแจกแจงแบบใด และถึงแม้จะทราบว่าช่วงเวลานำมีการแจกแจงแบบใด แต่เวลานำไปประยุกต์ก็ใช้เพียงค่าเฉลี่ยของช่วงเวลานำเท่านั้น ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการนำไปประยุกต์ใช้

ในการศึกษานี้จึงสนใจศึกษากรณีที่ช่วงเวลานำมีค่าคงตัวหรือช่วงเวลานำคงตัวเท่านั้น (ถ้าช่วงเวลานำมีค่าไม่คงตัวก็ให้แก้ไขโดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของช่วงเวลานำทั้งหมด) ซึ่งสามารถแสดงระบบสินค้าคลังของตัวแบบ EPQ ที่ขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัวได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว

จากรูปที่ 1 เมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับ r หน่วย ระบบจะสั่งผลิตสินค้าในปริมาณ Q หน่วย ซึ่งจะไม่ได้รับทันทีแต่ต้องรอรับสินค้าที่ผลิตเป็นเวลา L หน่วยเวลา $(0 < L < T)$ เมื่อครบ L หน่วยเวลา สินค้าที่สั่งผลิตจะทยอยจัดส่งเข้ามาในระบบ (ไม่ได้รับทีเดียวทั้งหมด) ในอัตรา P หน่วยต่อหน่วยเวลา และระดับสินค้าคงคลังจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ในอัตรา P-D หน่วยต่อหน่วยเวลา $(P > D)$ (ขณะที่สินค้าทยอยจัดส่งเข้ามาก็มีความต้องการสินค้าเกิดขึ้นด้วย) จนกระทั่งระดับสินค้าคงคลังถึงระดับสูงสุดเมื่อสินค้าที่ผลิตจัดส่งเข้ามาในระบบครบแล้ว จากนั้นระดับสินค้าคงคลังจะลดลงด้วยอัตราความต้องการ D หน่วยต่อหน่วยเวลา เมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับ r หน่วย ระบบจะสั่งผลิตสินค้าในปริมาณ Q หน่วย เป็นเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ และจากรูปที่ 1 T คือ คาบของสินค้าคงคลัง

สำหรับวิธีการหรือวิธีที่จะใช้ในการหาตัวแบบ EPQ ที่ต้องการในงานวิจัยนี้ คือ วิธี AGM และ CBS ที่นำเสนอโดย Cárdenas-Barrón [9] เนื่องจากวิธีนี้เป็นวิธีที่เหมาะสำหรับผู้ที่เริ่มต้นศึกษาทฤษฎีสินค้าคงคลังและไม่มีความรู้ด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ และ Tu et al. [10] ได้กล่าวว่าวิธีนี้ง่ายกว่าวิธีพีชคณิตและไม่ทำให้เกิดปัญหาเหมือนการใช้วิธีพีชคณิตที่ปรากฏใน [4-6] ดังนั้นการศึกษานี้จึงใช้วิธี AGM และ CBS หาตัวแบบ EPQ ที่ขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว

วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อหาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว โดยใช้วิธี AGM และ CBS

สมมุติฐานของตัวแบบ (model assumption)

ตัวแบบ EPQ ที่สนใจศึกษา คือ ตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว ซึ่งมีสมมุติฐานดังนี้

1. อัตราความต้องการสินค้าทราบค่าและมีค่าคงตัว
2. ระยะเวลาที่สั่งผลิตสินค้าจนกระทั่งได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำมีค่าคงตัวไม่เท่ากับศูนย์
3. การได้รับสินค้าที่สั่งผลิต จะไม่ได้รับสินค้าทีเดียวทั้งหมดทันที แต่จะมีการส่งมอบสินค้าที่ผลิตหลายๆ ครั้งอย่างต่อเนื่องจนครบจำนวนตามที่ต้องการ
4. จะทำการสั่งผลิตสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับระดับสั่งผลิตสินค้า
5. ปริมาณสินค้าที่สั่งผลิตแต่ละครั้งเป็นปริมาณคงตัวและเท่ากัน
6. ราคาสินค้าที่ผลิตต่อหน่วยมีค่าคงตัวและเท่ากันตลอดเวลา
7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปเรื่อยๆ อย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด
8. ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า

สัญกรณ์ของตัวแบบ (model notation)

สัญกรณ์ที่ใช้ในการศึกษาตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว มีดังนี้

D อัตราความต้องการสินค้า

P อัตราการผลิตสินค้า

K ค่าใช้จ่ายในการผลิตสินค้า

h ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยสินค้า

b ค่าใช้จ่ายที่มีการขาดแคลนสินค้าต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยสินค้า

r ระดับสินค้าคงคลังขณะสั่งผลิตสินค้า

r^* ระดับสินค้าคงคลังขณะสั่งผลิตสินค้าเหมาะที่สุด

t ช่วงเวลาที่สั่งผลิตสินค้า

t^* ช่วงเวลาที่สั่งผลิตสินค้าเหมาะที่สุด

T คาบของสินค้าคงคลัง

Q ปริมาณการผลิตสินค้า

Q^* ปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะที่สุด

L ช่วงเวลานำ

C^* ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาที่มีค่าต่ำสุด

วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว คือ วิธี AGM และ CBS [9] ซึ่งแต่ละวิธีสามารถสรุปเป็นสังเขปได้ดังนี้

1. วิธี AGM

ให้ $a_1, a_2, ..., a_n$ เป็นจำนวนจริงบวก n พจน์ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{\sum_{k=1}^{n} a_k}{n} \geq \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} a_k}$$

ซึ่ง

$$\frac{\sum_{k=1}^{n} a_k}{n} = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} a_k} \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } a_1 = a_2 = \cdots = a_n$$

2. วิธี CBS

ให้ $a_1, a_2, ..., a_n$ และ $b_1, b_2, ..., b_n$ เป็นจำนวนจริงใดๆ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\sum_{k=1}^{n} a_k^2 \sum_{k=1}^{n} b_k^2 \geq \left(\sum_{k=1}^{n} a_k b_k \right)^2$$

ซึ่ง

$$\sum_{k=1}^{n} a_k^2 \sum_{k=1}^{n} b_k^2 = \left(\sum_{k=1}^{n} a_k b_k \right)^2 \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n}$$

ผลการวิจัย

ผลลัพธ์ที่ต้องการหา คือ ผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัวโดยใช้วิธี AGM และ CBS ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1. ให้ $0 < L < T$ แล้วปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะที่สุด คือ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD(h+b)}{hb\rho}} \tag{1}$$

ระดับสินค้าคงคลังขณะสั่งผลิตสินค้าเหมาะที่สุด คือ

$$r^* = LD - \frac{Q^* h\rho}{h+b} \tag{2}$$

และค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาเหมาะที่สุด คือ

$$C^* = \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}} \tag{3}$$

พิสูจน์ ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาของระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลานำคงตัว ใน Chang [6] ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งผลิตสินค้า ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า และค่าใช้จ่ายในการขาดแคลนสินค้า ซึ่งจะได้ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลา C เป็นดังนี้

$$C = \frac{K}{T} + h\left\{\frac{D}{2T}\left[T\left(1-D/P\right)-\left(L-t\right)\right]\left[T-\frac{\left(L-t\right)}{\left(1-D/P\right)}\right]\right\} + b\frac{D\left(L-t\right)^2}{2T\left(1-D/P\right)} \tag{4}$$

ให้ $\rho = 1 - D/P$ และแทน $T = Q/D$ ในสมการ (4) จะได้

$$\begin{aligned}
C &= \frac{KD}{Q} + \frac{hD^2}{2Q\rho}\left[\frac{Q}{D}\rho-\left(L-t\right)\right]^2 + \frac{bD^2\left(L-t\right)^2}{2Q\rho} \\
&= \frac{KD}{Q} + \frac{hD}{2\frac{Q}{D}\rho}\left[\frac{Q}{D}\rho-\left(L-t\right)\right]^2 + \frac{bD\left(L-t\right)^2}{2\frac{Q}{D}\rho} \\
&= \frac{KD}{Q} + \frac{Q\rho}{2}\left\{h\left(1-\frac{\left(L-t\right)}{\frac{Q}{D}\rho}\right)^2 + b\left(\frac{L-t}{\frac{Q}{D}\rho}\right)^2\right\} \\
&= \frac{KD}{Q} + \frac{Q\rho}{2}\left\{\left[\sqrt{h}\left(1-\frac{\left(L-t\right)}{\frac{Q}{D}\rho}\right)\right]^2 + \left[\sqrt{b}\left(\frac{L-t}{\frac{Q}{D}\rho}\right)\right]^2\right\}\left\{\left[\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{h+b}}\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{h+b}}\right]^2\right\}
\end{aligned} \tag{5}$$

ใช้วิธี CBS ประยุกต์เข้ากับสมการ (5) จะได้ว่า

$$C \geq \frac{KD}{Q} + \frac{Q\rho}{2}\left\{\left(\frac{\sqrt{hb}}{\sqrt{h+b}}\right)\left(1-\frac{(L-t)}{\frac{Q}{D}\rho}\right)+\left(\frac{\sqrt{hb}}{\sqrt{h+b}}\right)\left(\frac{L-t}{\frac{Q}{D}\rho}\right)\right\}^2 \tag{6}$$

โดยที่ C จะมีค่าต่ำสุดเมื่ออสมการ (6) อยู่ในรูปสมการ และโดยใช้วิธี CBS (เมื่ออสมการ (6) อยู่ในรูปสมการ) จะได้ว่า

$$\frac{\sqrt{h}\left(1-\frac{(L-t)}{\frac{Q}{D}\rho}\right)}{\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{h+b}}} = \frac{\sqrt{b}\left(\frac{L-t}{\frac{Q}{D}\rho}\right)}{\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{h+b}}} \tag{7}$$

และ

$$C = \frac{KD}{Q} + \frac{Q\rho}{2}\left(\frac{hb}{h+b}\right) \tag{8}$$

ต่อไปใช้วิธี AGM ประยุกต์เข้ากับสมการ (8) (จะทำได้ก็ต่อเมื่อผลคูณของ $\frac{KD}{Q}$ และ $\frac{Q\rho}{2}\left(\frac{hb}{h+b}\right)$ เป็นค่าคงตัว ซึ่งในที่นี้ผลคูณดังกล่าวเป็นค่าคงตัว) จะได้ว่า

$$C \geq \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}} \tag{9}$$

โดยที่ C จะมีค่าต่ำสุดเมื่ออสมการ (9) อยู่ในรูปสมการ และโดยใช้อสมการ AGM (เมื่ออสมการ (9) อยู่ในรูปสมการ) จะได้ว่า

$$\frac{KD}{Q} = \frac{Q\rho}{2}\left(\frac{hb}{h+b}\right) \tag{10}$$

และได้

$$C = \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}} \tag{11}$$

ดังนั้นจากสมการ (10) จะได้ปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะที่สุดมีค่าเท่ากับ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD(h+b)}{hb\rho}}$$

จากสมการ (7) ระดับสินค้าคงคลังขณะสั่งผลิตสินค้าเหมาะที่สุด ($r^* = t^* D$) มีค่าเท่ากับ

$$r^* = -\frac{Q^* h\rho}{h+b}$$

และจากสมการ (11) ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุดมีค่าเท่ากับ

$$C^* = \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}}$$

ซึ่งทำให้เราได้ผลลัพธ์ดังสมการ (1) (2) และ (3)

บทแทรก 1. ถ้า $L = 0$ แล้วปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะที่สุด คือ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD(h+b)}{hb\rho}}$$

ระดับสินค้าคงคลังขณะสั่งผลิตสินค้าเหมาะที่สุด คือ

$$r^* = -\frac{Q^* h\rho}{h+b}$$

และค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาเหมาะที่สุด คือ

$$C^* = \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}}$$

การประยุกต์ใช้ผลการวิจัย

ในหัวข้อนี้เป็นการยกตัวอย่างเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลการวิจัยที่ได้ในทฤษฎีบท 1

ตัวอย่าง 1. บริษัทผลิตพัดลมตั้งโต๊ะแห่งหนึ่งได้ผลิตมอเตอร์พัดลมเอง ในปัจจุบันบริษัทแห่งนี้ต้องการมอเตอร์เพื่อมาผลิตเป็นพัดลมตั้งโต๊ะปีละ 15,000 เครื่อง ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษามอเตอร์เท่ากับ 50 บาทต่อเครื่องต่อปี และมีค่าใช้จ่ายในการดำเนินการผลิตมอเตอร์ครั้งละ 1,500 บาท บริษัทแห่งนี้มีอัตราการผลิตมอเตอร์ต่อปี 18,000 เครื่อง ระยะเวลาตั้งแต่สั่งผลิตมอเตอร์จนกระทั่งได้รับมอเตอร์มาผลิตเป็นพัดลมโดยเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 1 เดือน และถ้าบริษัทมีมอเตอร์ไม่พอสำหรับผลิตพัดลมจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้คิดเป็นเงิน 30 บาทต่อเครื่องต่อปี อยากทราบว่าบริษัทแห่งนี้ควรผลิตมอเตอร์พัดลมกี่เครื่อง และควรสั่งผลิตมอเตอร์เมื่อมีจำนวนมอเตอร์เหลืออยู่กี่เครื่อง จึงจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่อปีมีค่าต่ำสุด

วิธีทำ จากโจทย์ $D = 15{,}000$ เครื่องต่อปี

$P = 18{,}000$ เครื่องต่อปี

$K = 1{,}500$ บาทต่อครั้ง

$L = \frac{1}{2}$ ปี

$h = 50$ บาทต่อเครื่องต่อปี

$b = 30$ บาทต่อเครื่องต่อปี

จะหา Q^* จากสมการ Q^*

$$= \sqrt{\frac{2KD(h+b)}{hb\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1,500)(15,000)(50+30)}{(50)(30)\left(1-\frac{15,000}{18,000}\right)}}$$

$$= 3,794.7332 \text{ เครื่อง}$$

จะหา r^* จากสมการ r^*

$$= LD - \frac{Q^* h\rho}{h+b}$$

$$= \frac{15,000}{12} - \frac{(3,794.7332)(50)\left(1-\frac{15,000}{18,000}\right)}{50+30}$$

$$= 854.7153 \text{ เครื่อง}$$

และหา C^* จากสมการ C^*

$$= \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1,500)(15,000)\left(1-\frac{15,000}{18,000}\right)(50)(30)}{50+30}}$$

$$= 11,858.5412 \text{ บาทต่อปี}$$

ดังนั้นบริษัทผลิตพัดลมตั้งโต๊ะแห่งนี้ควรสั่งผลิตมอเตอร์ครั้งละ 3,794.7332 เครื่อง เมื่อมีจำนวนมอเตอร์เหลืออยู่ในบริษัท 854.7153 เครื่อง จึงจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 11,858.54 บาทต่อปี

ตัวอย่าง 2. บริษัทผลิตรถยนต์แห่งหนึ่งได้ผลิตเพลารถยนต์เองในปัจจุบันบริษัทแห่งนี้ต้องการเพลารถยนต์ปีละ 50,000 ชิ้น ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาเพลารถยนต์เท่ากับ 400 บาทต่อชิ้นต่อปี และค่าใช้จ่ายในการผลิตเพลารถยนต์ต่อครั้งเท่ากับ 150,000 บาท บริษัทแห่งนี้มีอัตราการผลิตเพลารถยนต์ต่อปี 58,000 ชิ้น ระยะเวลาตั้งแต่สั่งผลิตเพลารถยนต์จนกระทั่งได้รับเพลารถยนต์โดยเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 2 เดือน และถ้าบริษัทมีเพลารถยนต์ไม่พอสำหรับผลิตรถยนต์ จะต้องเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้คิดเป็นเงิน 300 บาทต่อชิ้นต่อปี อยากทราบว่าบริษัทแห่งนี้ควรสั่งผลิตเพลารถยนต์เป็นจำนวนเท่าใด และควรสั่งผลิตเพลารถยนต์เมื่อมีเพลารถยนต์เหลืออยู่ในบริษัทเท่าใด จึงจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่อปีมีค่าต่ำสุดและมีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์

$D = 50{,}000$ ชิ้นต่อปี

$P = 58{,}000$ ชิ้นต่อปี

$K = 150{,}000$ บาทต่อครั้ง

$L = \frac{2}{12}$ ปี

$h = 400$ บาทต่อชิ้นต่อปี

$b = 30$ บาทต่อชิ้นต่อปี

จะหา Q^* จากสมการ Q^*

$$= \sqrt{\frac{2KD(h+b)}{hb\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(150,000)(50,000)(400+300)}{(400)(300)\left(1-\frac{50,000}{58,000}\right)}}$$

$$= 25,186.8021 \text{ ชิ้น}$$

จะหา r^* จากสมการ r^*

$$= LD - \frac{Q^* h\rho}{h+b}$$

$$= \frac{2(50,000)}{12} - \frac{(25,186.8021)(400)\left(1-\frac{50,000}{58,000}\right)}{400+300}$$

$$= 6348.1667 \text{ ชิ้น}$$

และหา C^* จากสมการ C^*

$$= \sqrt{\frac{2KD\rho hb}{h+b}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(150,000)(50,000)\left(1-\frac{50,000}{58,000}\right)(400)(300)}{400+300}}$$

$$= 595,550.0004 \text{ บาทต่อปี}$$

ดังนั้น บริษัทผลิตพัดลมตั้งโต๊ะแห่งนี้ควรสั่งผลิตมอเตอร์ครั้งละ 25,186.8021 ชิ้น เมื่อมีเพลารถยนต์เหลืออยู่ในบริษัท 6348.1667 ชิ้น จึงจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 595,550.0004 บาทต่อปี

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้เป็นการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลาคงตัว ซึ่งปรับมาจากตัวแบบ EPQ ของ Chang [6] และวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดดังกล่าว คือ วิธี AGM และ CBS ที่นำเสนอโดย Cárdenas-Barrón [9] วิธีนี้เป็นวิธีที่เข้าใจง่ายและไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้ทางด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ นอกจากนี้ยังไม่ทำให้เกิดปัญหาเหมือนกับการใช้วิธีพีชคณิตดังปรากฏใน [4-6] และในการศึกษาครั้งนี้ผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EPQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและช่วงเวลาคงตัว คือ ปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะที่สุด $Q^* = \sqrt{\dfrac{2KD(h+b)}{hb\rho}}$ หน่วย ระดับสินค้าคงคลังขณะสั่งผลิตสินค้าเหมาะที่สุดมีค่าเท่ากับ $r^* = LD - \dfrac{Q^* h\rho}{h+b}$ หน่วย และค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาเหมาะที่สุดมีค่าเท่ากับ $C^* = \sqrt{\dfrac{2KD\rho hb}{h+b}}$

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณกรรมการผู้อ่านผลงานวิจัยที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนทำให้ผลงานวิจัยนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

1. Harris, F. W. 1913. How Many Parts to Make at Once, Factory. *The Magazine of Management* 10: 135-136.
2. Taft, E. W. 1918. The Most Economical Production Lot. *The Iron Age* 101: 1410-1412.
3. Grubbström, R. W. 1996. Material Requirements Planning and Manufacturing Resource Planning. *International Encyclopedia of Business and Management.* London. Routledge.
4. Grubbström, R. W., and Erdem, A. 1999. The EOQ with Backlogging Derived without Derivatives. *International Journal of Production Economics* 59: 529-530.
5. Cárdenas-Barrón, L. E. 2001. The Economic Production Quantity (EPQ) with Shortage Derived Algebraically. *International Journal of Production Economics* 70: 289-292.
6. Chang, H. C. 2004. A Note on the EPQ Model with Shortages and Variable Lead Time. *Information and Management Sciences* 1: 61-67.

7. Minner, S. 2007. A Note on How to Compute Eeconomic Order Quantities Without Derivatives by Cost Comparisons. *International Journal of Production Economics* 105: 293-296.
8. Teng, J. T. 2009. A Simple Method to Compute Economic Order Quantities. *European Journal of Operational Research* 198: 351-353.
9. Cárdenas-Barrón, L. E. 2010. An Easy Method to Derive EOQ and EPQ Inventory Models with Backorders. *Computers and Mathematics with Applications* 59: 948-952.
10. Tu, Y. C., Huang, Y. F., Chen, Y. C., and Chen, H. F. 2011. Using Simple Method to Derive EOQ and EPQ Models with Shortage and Imperfect Quality. *Journal of Statistics and Management Systems* 32: 1333-1340.

ได้รับบทความวันที่ 14 ธันวาคม 2556
ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 4 กุมภาพันธ์ 2557