

## บทความวิจัย

# ฟีดโคเฮียเรนซ์ที่บริเวณอุณหภูมิกฤตในตัวยาวดิ่ง ชนิดคลื่นดี

จิรัฐติگانต์ หวังหุ่นกลาง\* และ พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ

### บทคัดย่อ

มีความเชื่อว่าฟีดโคเฮียเรนซ์ของอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยาวดิ่งจะพบในตัวยาวดิ่งชนิดคลื่นเอสเท่านั้น สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้คณะผู้วิจัยได้คำนวณหาอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยาวดิ่งของตัวยาวดิ่งชนิดคลื่นดีโดยตรงจากสมการของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำยาวดิ่งของตัวยาวดิ่งแบบไม่ตั้งเดิมตามแบบทฤษฎี BCS ภายใต้แรงควบคู่อย่างอ่อน โดยได้แสดงผลการคำนวณเชิงตัวเลขของอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยาวดิ่งและค่าช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ในที่สุดคณะผู้วิจัยได้พบว่าตัวยาวดิ่งชนิดคลื่นดีสามารถเกิดฟีดโคเฮียเรนซ์ที่บริเวณอุณหภูมิกฤตได้

คำสำคัญ: ฟีดโคเฮียเรนซ์ ตัวยาวดิ่งชนิดคลื่นดี

# The Coherence Peak Near $T_c$ in d-wave Superconductors

Jirattikarn Wanghunklang\* and Pongkaew Udomsamuthirun

---

## ABSTRACT

The coherence peak below  $T_c$  in the ratio of normal state to superconducting state relaxation rate in superconducting materials is believed to be a signature of conventional s-wave pairing. In this research, we derive an analytic expression for the ratio of normal state to superconducting state relaxation rate of d-wave superconductors directly from the BCS weak-coupling equation for the nuclear spin lattice relaxation rate for unconventional superconductors. The numerical calculation of the ratio of normal state to superconducting state relaxation rate and temperature-dependence energy gap are shown. Finally, we find the coherence peak near  $T_c$  of d-wave superconductors.

**Keywords:** coherence peak, d-wave superconductors

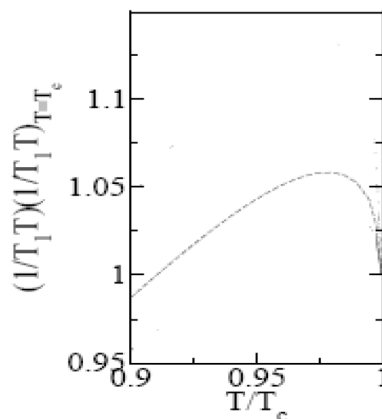
## บทนำ

นิวเคลียร์แมกนีติกเรโซแนนซ์ หรือเรียกย่อๆ ว่า NMR เป็นเครื่องมือที่ใช้วิเคราะห์ความเป็นระเบียบของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะของแข็ง ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ความสมมาตรของ order parameter ที่อยู่ในสภานำยวดยิ่ง [1] และสามารถนำมาใช้วิเคราะห์โครงสร้างของแผนภาพเฟสในระบบที่มีความเป็นระเบียบที่หลากหลายได้อย่างชัดเจน [2]

ในการศึกษาอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง ตามแบบทฤษฎี BCS ภายใต้แรงควบคู่อย่างอ่อน [3] เป็นที่ทราบโดยทั่วกันว่าสำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมชนิดคลื่นเอสจะมีพีคเล็กๆ เกิดขึ้นที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ลักษณะพีคนี้ถูกเรียกว่า พีคโคฮีเรนซ์ (Coherence peak) หรือ Heble-Slichter peak แต่สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะไม่พบพีคในลักษณะนี้ปรากฏขึ้นที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต

ในปี ค.ศ. 1996 Hasegawa [4] ได้ศึกษาความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางที่มีเส้นตัดของ line-nodes ในฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานที่บริเวณผิวเฟอร์มิของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพีซึ่งเป็นปฏิภาคโดยตรงกับ  $E \log(\alpha \Delta_0/E)$  สำหรับกรณี  $|E_0| \ll \Delta$  เมื่อ  $\Delta_0$  คือ ค่าสูงสุดของช่องว่างพลังงาน และ  $\alpha$  คือ ค่าคงตัว ทั้งนี้ในการคำนวณค่าอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งได้กำหนดให้ค่าสูงสุดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นอุณหภูมิ มีรูปแบบตามสมการ  $\Delta_0(T) = 1.76T_c \tanh\left(1.74\sqrt{\frac{T_c}{T}-1}\right)$  ซึ่งเป็นการประมาณค่าสูงสุดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งที่ควบคู่อย่างอ่อนแบบคลื่นเอสเท่านั้น

ในปี ค.ศ. 2007 Parker และ Haas [5] ซึ่งได้ศึกษาการเกิดพีคโคฮีเรนซ์ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต เริ่มจากการพิจารณาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง โดยใช้สมการที่ได้จากทฤษฎี BCS เพื่อหาค่าความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ พบว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะมีพีคเกิดขึ้นที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต ดังแสดงในรูปที่ 1 แต่วิธีการคิดของ Parker และ Haas ใช้วิธีการประมาณในการคำนวณค่าสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต



รูปที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T_c)^{-1}}$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี ตามแบบจำลองของ Parker และ Haas

สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยจะศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลีนดี โดยใช้วิธีการตามแบบจำลองของปาร์กเกอร์และฮาตส์ รวมถึงตามแบบจำลองของฮาเซกาวาให้ละเอียดยิ่งขึ้น เพื่อให้ได้คำตอบที่แน่ชัดว่าตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ตั้งเดิมจะสามารถเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของอัตราส่วนของอัตราการพ่นคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยิ่งยวดที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตได้หรือไม่

### แบบจำลองและการคำนวณ

พิจารณาสมการอัตราส่วนของอัตราการพ่นคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยิ่งยวดของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลีนดี โดยใช้สมการที่ได้จากทฤษฎี BCS แบบควบคู่อย่างอ่อน

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{2T} N^2(\varepsilon) \operatorname{sech}^2\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) \quad (1)$$

เมื่อ	$1/(T_1 T)$	คือ	อัตราการพ่นคลายสปินของนิวเคลียสในสถานะนำยิ่งยวด
	$1/(T_1 T) _{T=T_c}$	คือ	อัตราการพ่นคลายสปินของนิวเคลียสในสถานะนำปกติ
	$N(\varepsilon)$	คือ	ความหนาแน่นสถานะที่มีพลังงาน $\varepsilon$ ในสถานะนำยิ่งยวด
	$T_c$	คือ	อุณหภูมิวิกฤต
	$\omega_D$	คือ	ความถี่เดอบาย

สำหรับความหนาแน่นสถานะสามารถคำนวณได้ตามทฤษฎี BCS มีรูปแบบดังสมการ

$$N(\varepsilon) = \operatorname{Re} \left\langle \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_k^2(T)}} \right\rangle \quad (2)$$

เมื่อ  $\langle \dots \rangle$  คือ ค่าเฉลี่ยบนพื้นผิวเฟอร์มิ

และ  $\Delta_k(T) = \Delta(T)f(k)$

โดย  $f(k)$  เป็นฟังก์ชันที่แสดงถึงชนิดของช่องว่างพลังงาน

สำหรับงานวิจัยนี้จะพิจารณาความหนาแน่นสถานะของตัวนำยิ่งยวดแบบคลีนดีที่มีโครงสร้างแบบ 2 มิติ โดยกำหนดให้  $\Delta_k(T) = \Delta(T)\sin 2\theta$  [6] ดังนั้นสามารถเขียนสมการ (2) ได้เป็น

$$N(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(T)\sin^2 2\theta}} \quad (3)$$

เมื่อทำการคำนวณหาความหนาแน่นสถานะจะได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{2}{\pi} xK(x) & , x < 1 \\ &= \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) & , x > 1 \end{aligned} \quad (4)$$

โดยกำหนดให้  $x = \varepsilon/\Delta(T)$

และ  $K(x)$  คือ ฟังก์ชันอีลลิปติก ชนิดที่ 1 แบบสมบูรณ์

จากนั้นนำสมการ (4) แทนค่าลงในสมการ (1) จะได้สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง ตามสมการ

$$\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}_{|T=T_c}} = \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left( \frac{2}{\pi} xK(x) \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\Delta(T)x}{2T} \right) + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\infty} dx \left( \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \quad (5)$$

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะพิจารณาโดยใช้เงื่อนไข  $\Delta(T) < 2T$  ดังนั้นจะได้สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งเป็น

$$\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}_{|T=T_c}} = 1 + 0.3504 \left( \frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left( \frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \quad (6)$$

โดยใช้การประมาณ

$$\frac{\Delta(T)}{2T} \left\{ \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left( \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left( \frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[ x^2 \left( \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \right] \right\} \cong 0.6680 - 0.2920 \left( \frac{\Delta(T)}{2T} \right)$$

และใช้เงื่อนไขที่  $T = T_c$  ค่าอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งจะมีค่าเท่ากับ 1

สำหรับการคำนวณสมการ  $\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}_{|T=T_c}}$  จะพิจารณาค่าสูงสุดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

ความถี่เดอบาย และอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งตัวแปรทั้ง 3 นี้ มีความสำคัญอย่างยิ่งในการคำนวณ โดยใช้รูปแบบการคำนวณค่าช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามอ้างอิงที่ [7, 8] ซึ่งหาได้จากการศึกษาช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน และช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

สำหรับกรณีช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน

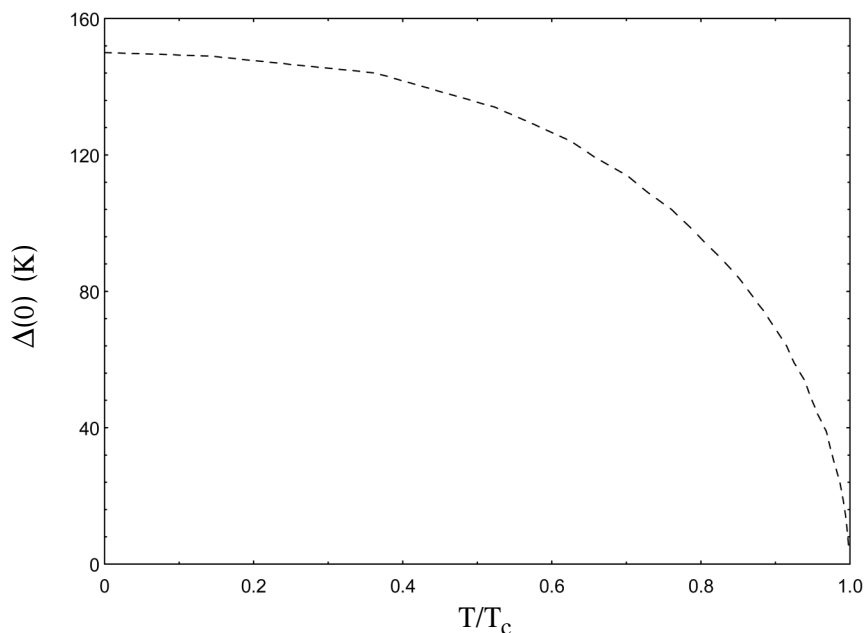
$$\int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{\tanh(\varepsilon/2T)}{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N(\varepsilon)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0) \sin^2 2\theta}} \quad (7)$$

สำหรับกรณีช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่ำๆ

$$\int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{\tanh(\varepsilon/2T)}{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N(\varepsilon) \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T) \sin^2 2\theta}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T) \sin^2 2\theta}} \quad (8)$$

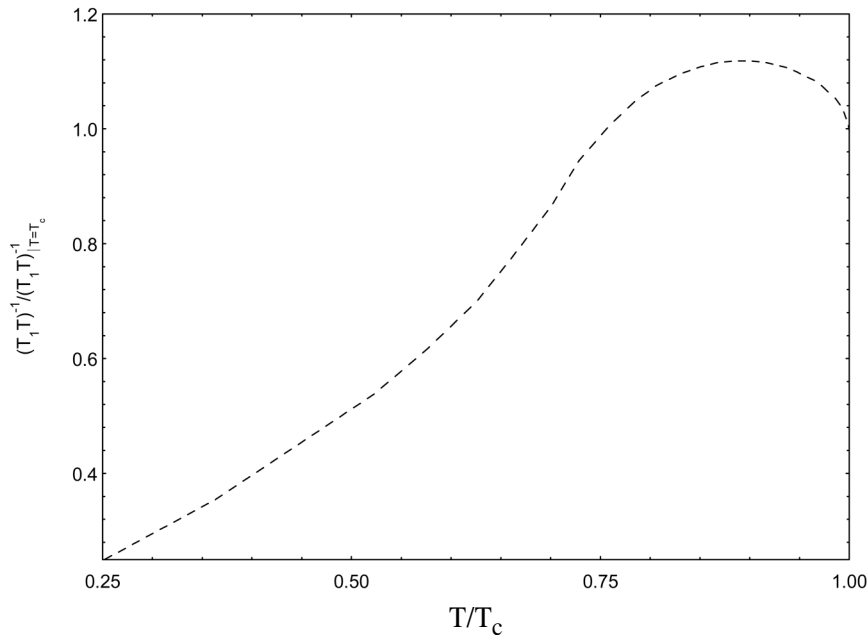
### ผลการคำนวณและอภิปรายผล

นำสมการ (3, 6, 7, 8) มาเขียนโปรแกรมการคำนวณเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica เพื่อคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $\Delta(0)$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  โดยกำหนดให้มีค่าตัวแปรดังนี้  $\omega_D = 700$  K และ  $\Delta(0) = 150$  K ได้ผลการคำนวณดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\Delta(0)$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี

จากรูปที่ 2 แสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่าง  $\Delta(0)$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  ที่คำนวณได้มีความสอดคล้องกับทฤษฎี BCS หลังจากนั้นนำสมการ (6, 7, 8) ไปคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{T=T_c}}$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  โดยกำหนดให้มีค่าตัวแปรดังนี้  $\omega_D = 700$  K และ  $\Delta(0) = 150$  K ซึ่งสามารถคำนวณหา  $T_c$  ได้เท่ากับ 78.81 K ได้ผลการคำนวณดังรูปที่ 3



**รูปที่ 3** ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{T=T_c}}$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี

จากการคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{T=T_c}}$  กับ  $\frac{T}{T_c}$  ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี พบว่าที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นอย่างชัดเจน ซึ่งการคำนวณตามแบบ Parker และ Haas ไม่สามารถเห็นฟิสิกโคเฮียเรนซ์ได้ชัด อาจเป็นเพราะว่าการคำนวณของคณะผู้วิจัยใช้การคำนวณที่มีการประมาณน้อยกว่า และค่าของ  $\Delta(T)$  ที่ใช้มาจากการคำนวณสมการของช่องว่างพลังงานโดยตรงโดยไม่มีกรประมาณ

### สรุปผลการคำนวณ

จากการศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งในตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดีพบว่า ที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นจริงอย่างเห็นได้ชัดซึ่งจะขัดแย้งกับความเชื่อดั้งเดิมที่ว่าที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะไม่พบฟิสิกโคเฮียเรนซ์

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำปริญญาโทสำหรับนิสิตระดับบัณฑิตศึกษาบางส่วนจากงบประมาณเงินรายได้ของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี พ.ศ. 2551

## เอกสารอ้างอิง

1. Lee, I. J., Brown, S. E., Clark, W. G., Strouse, M. J., Naughton, M. J., Kang, W., and Chaikin, P. M. 2002. Triplet Superconductivity in an Organic Superconductor Probed by NMR Knight Shift. *Physical Review Letters* 88: 017004.
2. Lee, I. J., Brown, S. E., Yu, W., Naughton, M. J., and Chaikin, P. M. 2005. Coexistence of Superconductivity and Antiferromagnetism Probed by Simultaneous Nuclear Magnetic Resonance and Electrical Transport in  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$  System. *Physical Review Letters* 94: 197001.
3. Schrieffer, J. R. 1988. Theory of Superconductivity. Addison Wesley: New York.
4. Hasegawa, Y. 2007. Density of States and NMR Relaxation Rate in Anisotropic Superconductivity with Intersecting Line Nodes. *Journal of the Physical Society of Japan* 65(10): 3131-3133.
5. Parker, D., and Haas, S. 2007.  $T_1^{-1}$  peak near  $T_c$  in Unconventional Bardeen-Cooper-Schrieffer Superconductors. *Physical Review B* 75(052501): 1-4.
6. Udomsamuthirun, P. 2006. Influence of impurity on isotope coefficient of superconductors. *Physica C* 449(2): 100-103.
7. Udomsamuthirun, P., Ratanaburi, S., Saentalard, N., and Yoksan, S. 1996. The Ratio  $2\Delta_0/T_c$  in BCS Superconductivity. *Journal of Superconductivity* 9(6): 603-604.
8. Ratanaburi, S., Udomsamuthirun, P., and Yoksan, S. 1996. Ratio  $2\Delta_0/kT_c$  in a van Hove Superconductor. *Journal of Superconductivity* 9(5): 485-486.

ได้รับบทความวันที่ 3 กรกฎาคม 2551

ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 9 กันยายน 2551