

เทคนิคการวัดความหนืดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม: บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอด

หทัยชนก เพ็ชรมาตศรี ธีรณพ นิลกำจร และ สุพิชญ์ แคมมณี*

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ ได้นำหลักการของความไม่แน่นอนในการวัดมาใช้อย่างเคร่งครัด เพื่อพิจารณาการทดลองการตกของวัตถุทรงกลมในของเหลวชนิดนิวโทเนียนซึ่งบรรจุอยู่ในหลอดรูปทรงกระบอก ในการทดลองนี้ ได้ใช้วัตถุทรงกลมและหลอดรูปทรงกระบอกหลายๆ ขนาด เพื่อให้สามารถประเมินปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดได้ ของเหลวที่ใช้ในการทดลองเป็นของเหลวที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อให้มีความหนืดที่เหมาะสม สำหรับการสังเกตการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุทรงกลมที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยสายตามนุษย์ได้โดยง่าย ซึ่งเป็นผลให้สามารถใช้นาฬิกาจับเวลาที่ควบคุมโดยมนุษย์เพื่อจับเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ในช่วงหนึ่งๆ ได้ โดยมีความไม่แน่นอนในการวัดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ นอกจากนี้ จะใช้มาตรวัดความหนืดชนิดหมุน (บรุคฟิลด์) สำหรับวัดค่าความหนืดของของเหลวที่ไม่มีอิทธิพลของผนังหลอด และตรวจสอบความเป็นนิวโทเนียนของของเหลว ที่ความถี่ของการหมุนถึง 20 รอบต่อนาที จากการทดลองพบว่า ปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดมีความสอดคล้องกับทฤษฎีที่เสนอโดย ฮาเบอร์แมนและเชรี ซึ่งปัจจัยดังกล่าวเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดรูปทรงกระบอก เป็นอย่างดี ยกเว้นที่บางอัตราส่วนของการทดลอง

ประโยชน์หนึ่งของอิทธิพลของผนังหลอด คือทำให้สามารถวัดความหนืดของกลีเซอรินได้ด้วยการทดลองการตกของวัตถุทรงกลมนี้ ซึ่งปกติวัตถุจะเคลื่อนที่ลงเร็วมากหากไม่มีอิทธิพลของผนังหลอด อันเป็นผลให้เกิดความไม่แน่นอนในการวัดสูงหากใช้สายตามนุษย์ในการทดลอง เมื่อทำการเลือกเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมเป็น 4 มิลลิเมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของหลอดรูปทรงกระบอกเป็น 4.48 มิลลิเมตร ความหนืดของกลีเซอรินสามารถคำนวณได้โดยอาศัยปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดที่ได้จากการทดลองเป็น 782 ± 49 cps ที่อุณหภูมิ 24°C ซึ่งไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญกับความหนืดที่วัดได้จากมาตรวัดความหนืดบรุคฟิลด์ คือ 722.3 ± 6.0 cps ที่อุณหภูมิเดียวกัน อย่างไรก็ตาม หารู้ได้อย่างไรที่เห็นได้ชัดว่าความไม่แน่นอนในการวัดของการทดลองที่อาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ในกรณีนี้จะมีค่าประมาณ 8 เท่า ของค่าที่ได้จากมาตรวัดความหนืดบรุคฟิลด์

คำสำคัญ: ของเหลวชนิดนิวโทเนียน ความหนืด มาตรวัดความหนืดชนิดหมุน บรุคฟิลด์ อิทธิพลของผนังหลอด กลีเซอริน ความไม่แน่นอนในการวัด การเคลื่อนที่ลงของวัตถุทรงกลม

The Technique of Viscosity Measurement by Falling Sphere: Role of Wall Effect

Hataichanok Phetmatsri, Tunyanop Nilkamjon and Supitch Khemmani*

ABSTRACT

In this thesis, the principle of uncertainty in measurement is used rigorously to investigate the experiment of falling spheres in Newtonian fluids containing in cylindrical tubes. The experiment is done by using various sizes of sphere and cylindrical tube so that the wall effect factor can be determined. In this experiment, our invented fluid with appropriate viscosity is used so that any space variation of falling sphere is easily captured by human eyes. As a result, a stop clock controlled by a human can be used to detect any time duration of the sphere moving within an interval with acceptable uncertainty in measurement. Moreover, the rotational viscometer (Brookfield) is used here to measure the viscosity of the fluid without wall effect and also used to verify the Newtonian behavior of our fluid up to 20 rpm of the rotational frequency. The experimental result of the wall effect factors are in good agreement with the theory proposed by Haberman and Sayre, where the factor is the function of the ratio of sphere diameter to cylindrical tube diameter, except some of our ratio settings.

One of advantages of the wall effect is that it allows us to measure the viscosity of glycerin by this simple falling sphere experiment. Without the wall effect, the sphere falls too fast so that human eyes capture leads to a huge uncertainty in measurement. By choosing the sphere diameter of about 4 mm and the (inner) cylindrical tube diameter of about 4.48 mm, the known wall effect factor from our experiment can then be used to calculate the viscosity of glycerin which is 782 ± 49 cps at 24°C . This result does not differ significantly from the one obtained by Brookfield viscometer, i.e. 722.3 ± 6.0 cps at the same temperature. However, it is clear in this case that the uncertainty associated with falling sphere technique is about 8 times of the one associated with Brookfield viscometer.

Keywords: Newtonian fluids, viscosity, rotational viscometer, Brookfield, wall effect, glycerin, uncertainty in measurement, falling sphere

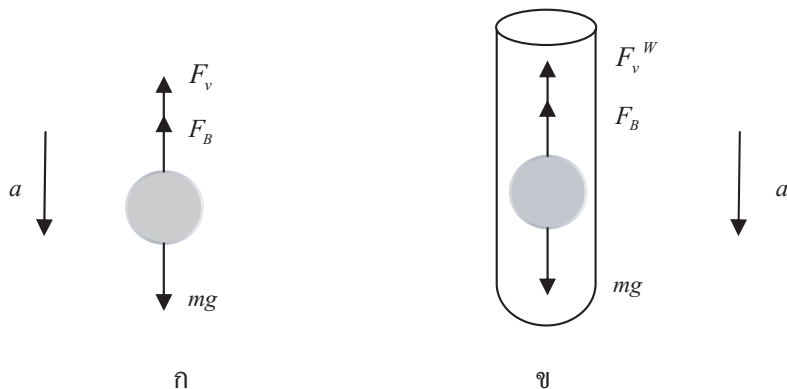
บทนำ

ของเหลวเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์ นับตั้งแต่การใช้อุปโภคและบริโภค ตลอดจนการใช้งานในเครื่องมือหรือเครื่องจักรประเภทต่างๆ คุณสมบัติหนึ่งที่สำคัญของของเหลวคือ “ความหนืดของของเหลว” ความหนืดเป็นคุณสมบัติของของเหลวซึ่งใช้ต้านทานแรงเฉือนระหว่างชั้นของของเหลว โดยความต้านทานแรงเฉือนจะขึ้นอยู่กับแรงยึดเหนี่ยวและอัตราการถ่ายเทโมเมนตัมของของเหลว นั้น [1] โดยทั่วไปค่าความหนืดจะขึ้นกับอุณหภูมิของของเหลว ในกรณีที่ความหนืดมีค่าคงที่ที่อุณหภูมิหนึ่งๆ เรียกของเหลวชนิดนี้ว่า นิวโทเนียน (Newtonian) แต่หากมีค่าความหนืดไม่คงที่แต่ขึ้นกับอัตราเฉือน จะเรียกของเหลวชนิดนี้ว่า นอนนิวโทเนียน (Non newtonian) ของเหลวชนิดนอนนิวโทเนียนนี้อาจมองง่าย ๆ ว่าเป็นของเหลวซึ่งเมื่อเอามากวนให้มากพอแล้วจะมีความหนืดเปลี่ยนไป

ในปัจจุบันอุปกรณ์ที่ใช้วัดความหนืดของของเหลวมีอยู่หลายชนิดด้วยกัน แต่ในงานวิจัยนี้จะใช้อุปกรณ์วัดอยู่สองแบบ คือ มาตรฐานวัดความหนืดชนิดหมุนและเครื่องมือวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม สำหรับมาตรฐานวัดความหนืดชนิดหมุนมีข้อดีหลายประการ อาทิ ใช้ได้กับทั้งของเหลวที่มีความหนืดน้อยๆ และมากๆ ใช้ได้กับทั้งของเหลวชนิดนิวโทเนียนและนอนนิวโทเนียน มีความแม่นยำในการวัดและสะดวกในการใช้งาน แต่อย่างไรก็ดีเครื่องนี้มีราคาค่อนข้างสูงและอาจต้องใช้ของเหลวที่ทำารทดลองในปริมาณที่มากพอสมควร จึงไม่เหมาะสมกับของเหลวที่มีราคาค่อนข้างสูงหรือหายาก สำหรับมาตรฐานวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันในห้องปฏิบัติการพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอนนั้น ประกอบด้วยภาชนะที่ใส่ของเหลว (มักนิยมเป็นทรงกระบอกใส และวัตถุทรงกลม (มักนิยมเป็นลูกเหล็กทรงกลม) โดยเมื่อทำการปล่อยวัตถุทรงกลมลงในของเหลว ในแนวดิ่งแล้วจับเวลาที่วัตถุทรงกลมเคลื่อนที่ผ่านช่วงใดช่วงหนึ่งที่เหมาะสมจะทำให้คำนวณหาค่าความหนืดของของเหลวได้ ข้อเสียของเครื่องมือวัดความหนืดประเภทนี้มีอยู่หลายประการ อย่างเช่น ความไม่แม่นยำในการวัดของผู้วัด โดยเฉพาะเมื่อของเหลวมีความหนืดต่ำซึ่งจะทำให้วัตถุทรงกลมตกลงเร็วเกินไปจนทำให้การจับเวลาโดยใช้สายตาคาดเคลื่อน ไม่สามารถใช้ได้กับของเหลวที่ทึบแสงเพราะจะทำให้มองเห็นวัตถุทรงกลมได้ยาก อาจต้องใช้ของเหลวในปริมาณมากเนื่องจากภาชนะที่ใช้ใส่ของเหลวต้องใหญ่กว่าวัตถุทรงกลมพอสมควร ทั้งในด้านแนวนอนและแนวดิ่ง โดยเฉพาะในแนวดิ่งที่ซึ่งวัตถุทรงกลมต้องการระยะในการเคลื่อนที่ลง

ในงานวิจัยนี้จะทำการปรับปรุงมาตรฐานวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ให้มีข้อเสียน้อยลงและใช้งานได้กว้างขวางมากขึ้น โดยอาศัยอิทธิพลของผนังภาชนะที่บรรจุของเหลว โดยปกติแล้วภาชนะบรรจุของเหลว ซึ่งในที่นี้จะกำหนดให้เป็นหลอดทรงกระบอกใส จะนิยมเลือกให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางใหญ่กว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมหลายๆ เพื่อหลีกเลี่ยงอิทธิพลของผนังหลอด ซึ่งจะทำให้สมการในการคำนวณมีความยุ่งยากมากขึ้น แต่ในทางกลับกันหากลดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอกลงให้ใกล้เคียงกับเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลม แม้ว่าสมการที่ใช้ในการคำนวณจะยุ่งยากขึ้น แต่อิทธิพลของผนังหลอดจะทำให้วัตถุทรงกลมตกช้าลงมาก ซึ่งเป็นผลดีต่อการจับเวลาด้วยสายตาแม้ว่าของเหลวจะมีความหนืดค่อนข้างต่ำ และผลพลอยได้อีกประการก็คือเมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดมีค่าน้อยปริมาตรของของเหลวที่จะนำมาใส่ในหลอดก็น้อยลงไปด้วย งานวิจัยนี้มุ่งหมายที่จะสร้างมาตรฐานวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ซึ่งใช้ต้นทุนต่ำโดยอาศัยหลักการของอิทธิพลของผนังหลอดที่ได้กล่าวมานี้ เพื่อปรับปรุงให้สามารถใช้งานได้ใกล้เคียงกับมาตรฐานวัดความหนืดชนิดหมุนสำหรับของเหลวชนิดนิวโทเนียนซึ่งมีราคาค่อนข้างสูง

เพื่อศึกษาอิทธิพลของผนังหลอด ให้เริ่มพิจารณาการเคลื่อนที่ลงของวัตถุทรงกลมในของเหลว ซึ่งบรรจุอยู่ในภาชนะที่สมมติว่ามีขนาดใหญ่เป็นอนันต์ก่อนดังนี้ เมื่อวัตถุทรงกลมตกอย่างอิสระในของเหลว วัตถุทรงกลมนี้จะค่อยๆ เคลื่อนที่ลงในของเหลว โดยของเหลวที่อยู่ด้านหน้าของวัตถุทรงกลมจะไหลเข้าแทนที่ช่องว่างที่วัตถุทรงกลมวิ่งผ่าน โดยที่ของเหลวนั้นไม่มีการหมุนวน แรงโน้มถ่วงจะทำให้วัตถุทรงกลมตกลงมาในทิศพุ่งลง โดยมีแรงสองแรง คือแรงลอยตัว (Buoyant force, F_B) และแรงต้านเนื่องจากความหนืด (Viscous drag force, F_v) ซึ่งมีค่าขึ้นกับอัตราเร็ว v ของวัตถุทรงกลม กระทำต่อวัตถุทรงกลมในทิศทางพุ่งขึ้น ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ก. แสดงแรงทั้งหมดที่กระทำต่อทรงกลมขณะตกลงในของเหลวซึ่งบรรจุอยู่ในภาชนะที่มีขนาดใหญ่เป็นอนันต์
 ข. แสดงแรงทั้งหมดที่กระทำต่อทรงกลมขณะเคลื่อนที่ลงในของเหลวซึ่งบรรจุอยู่ในภาชนะรูปทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในไม่มากกว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมมากนัก (ด้วย W) บนแรง $F_v^{(W)}$ หมายถึงแรงกระทำที่พิจารณาผลจากอิทธิพลของผนังหลอด (wall effect) ร่วมด้วย)

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมคือ

$$mg - F_B - F_v = ma \tag{1}$$

เมื่อ m คือ มวลของวัตถุทรงกลม

a คือ ความเร่งของวัตถุทรงกลมในของเหลว

g คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก

จาก กฎของสโตกส์ (Stoke) แรงต้านเนื่องจากความหนืดจะแปรผันตรงกับอัตราเร็ว ซึ่งกรณีนี้วัตถุมีรูปร่างเป็นทรงกลม F_v จะมีรูปแบบดังสมการ (2)

$$F_v = 6\pi\mu r v \tag{2}$$

เมื่อ r คือ รัศมีของวัตถุทรงกลม
 v คือ อัตราเร็วของวัตถุที่เวลาใดๆ
 μ คือ ความหนืดของของเหลว

สำหรับแรงลอยตัว F_B จากกฎของอาร์คิมิดีส (Archimedes) แรงลอยตัวจะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุทรงกลม เนื่องจากในกรณีที่เราสงใจนี้วัตถุทรงกลมจมอยู่ในของเหลวทั้งหมด นั่นคือ

$$F_B = \rho' V g = \rho' \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) g \quad (3)$$

เมื่อ ρ' คือ ความหนาแน่นของของเหลว
 V คือ ปริมาตรของวัตถุทรงกลม

ในขณะที่วัตถุทรงกลมเคลื่อนที่ลงมาด้วยอัตราเร่ง แรงต้านจากความหนืดซึ่งเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เมื่ออัตราเร็วของวัตถุทรงกลมเพิ่มขึ้น และแรงลอยตัว จะหน่วงให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งที่ลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งไม่มีอัตราเร่ง หรือ วัตถุทรงกลมเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ ซึ่งเรียกว่าอัตราเร็วปลาย (Terminal speed) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ v_t จากสมการ (1) เมื่ออัตราเร่งเป็นศูนย์ จะเขียนได้เป็น

$$mg - F_B - F_v = 0$$

แทนค่า F_B และ F_v ตามสมการ (2) และ (3) จะได้

$$\rho \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) g - \rho' \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) g - 6\pi \mu r v_t = 0 \quad (4)$$

$$\mu = \frac{2(\rho - \rho')}{9v_t} g r^2$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของวัตถุทรงกลม
 v_t คือ อัตราเร็วปลายของวัตถุทรงกลม (Terminal speed)

ความหนืดตามสมการ (4) นั้นนอกจากจะใช้ได้กับกรณีที่ภาชนะบรรจุของเหลวมีขนาดเป็นอนันต์แล้ว ยังมีข้อจำกัดอีกดังนี้ (1) วัตถุทรงกลมจะต้องมีความเร็วน้อยพอที่ทำให้ของเหลวไหลผ่านวัตถุทรงกลมแบบราบเรียบ ซึ่งอาจทำได้ในทางปฏิบัติโดยเลือกวัตถุทรงกลมให้มีน้ำหนักเบาพอ (2) ผิวสัมผัสของของเหลวกับวัตถุทรงกลมต้องไม่มีการสั่นไถล และ (3) ของไหลต้องมีพฤติกรรมการไหลเป็นแบบนิวโทเนียน และเป็นของไหลแบบไม่สามารถบีบอัดได้ (Incompressible fluid)

ในกรณีที่ภาชนะไม่ได้มีขนาดเป็นอนันต์ เช่น ภาชนะรูปทรงกระบอกที่ใช้ในกายวิจันี้ (ดูรูปที่ 1ข) ผลของการมีผนังหลอดจะทำให้เกิดแรงต่อวัตถุทรงกลมในทิศสวนทางกับการเคลื่อนที่ ซึ่งจะเป็นเหตุให้วัตถุทรงกลมตกด้วยอัตราเร็วที่น้อยลง จากการศึกษาของฮาเบอร์แมนและเซรี (Haberman and Sayre) [2] พบว่าแรงเนื่องจากผนังหลอดนี้สามารถเขียนไปรวมในเทอมของแรงต้านเนื่องจากความหนืดได้ โดยคิดเสมือนว่าผนังหลอดไม่มี แต่ของเหลวมีความหนืดเพิ่มเป็น k เท่า ซึ่งเราเรียกความหนืดนี้ว่า ความหนืดยังผล (effective viscosity) เขียนแทนสัญลักษณ์ μ_{eff} จากสมการ (2) แรงต้านเนื่องจากความหนืดยังผล $F_v^{(w)}$ สามารถเขียนได้เป็น

$$F_v^{(w)} = 6\pi\mu_{eff}rv \text{ เมื่อ } \mu_{eff} = k\mu \quad (5)$$

โดย $k = k(\lambda)$ คือ พจน์ที่แสดงถึงอิทธิพลของผนังหลอดซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราส่วน $\lambda = \frac{r}{R} = \frac{d}{D}$ ($0 < \frac{r}{R} < 1$) ในรูป

$$k(\lambda) = \left[\frac{1 - 2.105\lambda + 2.0865\lambda^3 - 1.7068\lambda^5 + 0.72603\lambda^6}{1 - 0.75857\lambda^5} \right]^{-1} \quad (6)$$

เมื่อ $r(d)$ คือ รัศมี (เส้นผ่านศูนย์กลาง) ของวัตถุทรงกลม

$R(D)$ คือ รัศมี (เส้นผ่านศูนย์กลาง) ของหลอดรูปทรงกระบอก

จากหลักการของแรงต้านเนื่องจากความหนืดยังผล $F_v^{(w)}$ นี้ เมื่อวัตถุทรงกลมตกลงในของเหลวตามรูปที่ 1ข จนกระทั่งถึงอัตราเร็วปลายแล้ว ความหนืดยังผลนี้สามารถหาได้ในทำนองเดียวกับสมการ (4) คือ

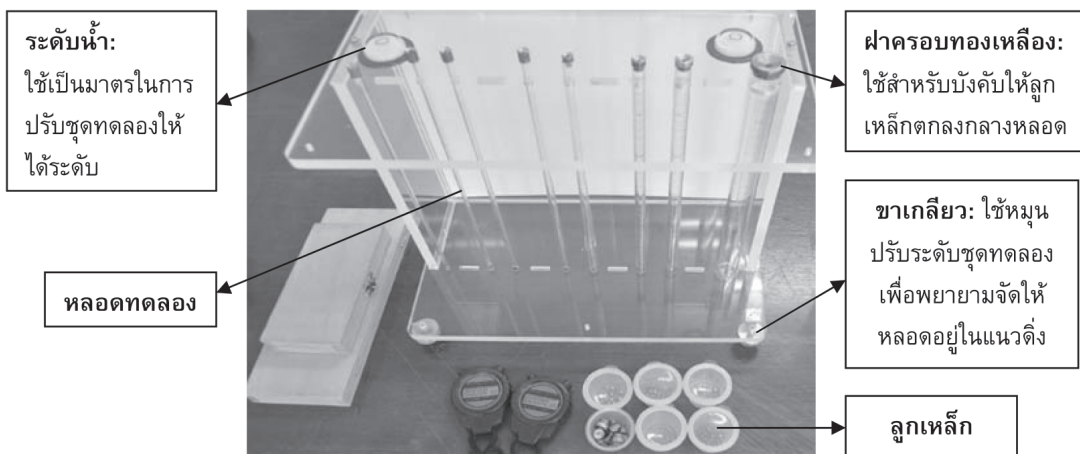
$$\mu_{eff} = \frac{2(\rho - \rho')}{9v_t} gr^2 \text{ โดยที่ } \mu = \frac{\mu_{eff}}{k(\lambda)} \quad (7)$$

สำหรับการทดลองเราจะใช้สมการ (7) ในการหา μ_{eff} โดยผลของอิทธิพลของผนังหลอดจะปรากฏผ่านอัตราเร็วปลาย v_t ที่คำนวณได้จากการทดลอง และค่าความหนืดจริงๆ หาได้โดยความสัมพันธ์ $\mu = \mu_{eff} / k$ เมื่อค่า k หาได้จากสูตรตามสมการ (6) หรือหาได้โดยตรงจากการทดลองการตกของวัตถุทรงกลมในของเหลวที่ทราบความหนืดอยู่แล้ว

อุปกรณ์และวิธีการทดลอง

วัสดุ

- วัสดุที่ใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย (ดูรูปที่ 2 และ 3)
- ของเหลวที่ผสมขึ้นเอง
 - กลีเซอริน
 - ลูกเหล็กขนาดต่างๆ
 - หลอดทดลองทรงกระบอกขนาดต่างๆ
 - นาฬิกาจับเวลา
 - เวอร์เนียคาลิเปอร์
 - ชุดมาตรวัดความหนืดชนิดหมุนแบบดิจิตอล (บรุคฟิลด์)
 - อื่นๆ



รูปที่ 2 แสดงชุดอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 3 แสดงมาตรวัดความหนืดชนิดหมุนแบบดิจิตอล (บรุคฟิลด์) ที่พร้อมใช้งานและหัววัดแต่ละขนาด

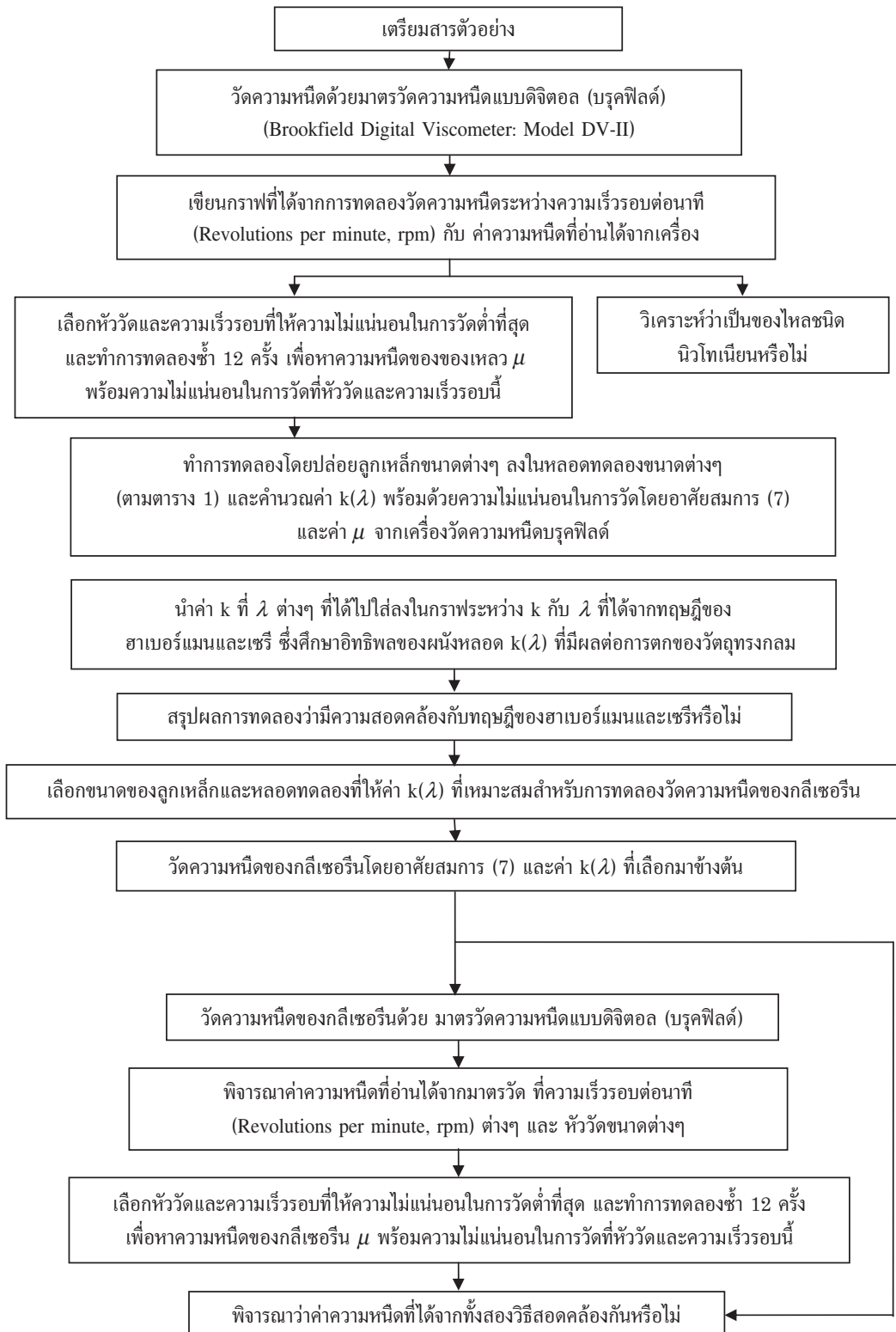
ในงานวิจัยนี้ เราได้เลือกวัตถุทรงกลม (ลูกเหล็ก) และหลอดทดลองขนาดต่างๆ ซึ่งทำให้ได้ค่าอัตราส่วนระหว่างรัศมีลูกเหล็กต่อรัศมีภายในของหลอดทดลอง เป็น 0.1, 0.20, 0.31, 0.41, 0.52, 0.66, 0.70, 0.80, 0.83, 0.89, 0.90 และ 0.92 ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงขนาดของวัตถุทรงกลมและหลอดทดลองที่ทำให้ได้ค่าอัตราส่วน $\lambda = \frac{d}{D}$ ต่างๆ กัน

λ	$d(2r)$ (มิลลิเมตร)	$D(2R)$ (มิลลิเมตร)	λ	$d(2r)$ (มิลลิเมตร)	$D(2R)$ (มิลลิเมตร)
0.10	2.00	19.86	0.70	5.01	7.12
0.20	3.99	19.86	0.80	2.00	2.50
0.31	3.00	9.64	0.83	5.01	6.06
0.41	3.99	9.64	0.89	3.99	4.48
0.52	5.01	9.64	0.90	3.00	3.33
0.66	3.99	6.06	0.92	3.00	3.26

ขั้นตอนการทดลอง

ขั้นตอนของการทดลองทั้งหมดสามารถนำมาเขียนเป็นแผนผัง (flow chart) ได้ดังนี้



ผลการทดลองและวิจารณ์ผลการทดลอง

การวัดความหนืดของของเหลวโดยใช้มาตรวัดความหนืดชนิดหมุนแบบดิจิทัล (บรูคฟิลด์)

เมื่อนำของเหลวที่ผสมขึ้น มาวัดความหนืดด้วยมาตรวัดความหนืดบรูคฟิลด์ ที่หัววัด (spindle) และรอบของการหมุนต่างๆ จะได้ผลดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด ด้วยเครื่องบรูคฟิลด์

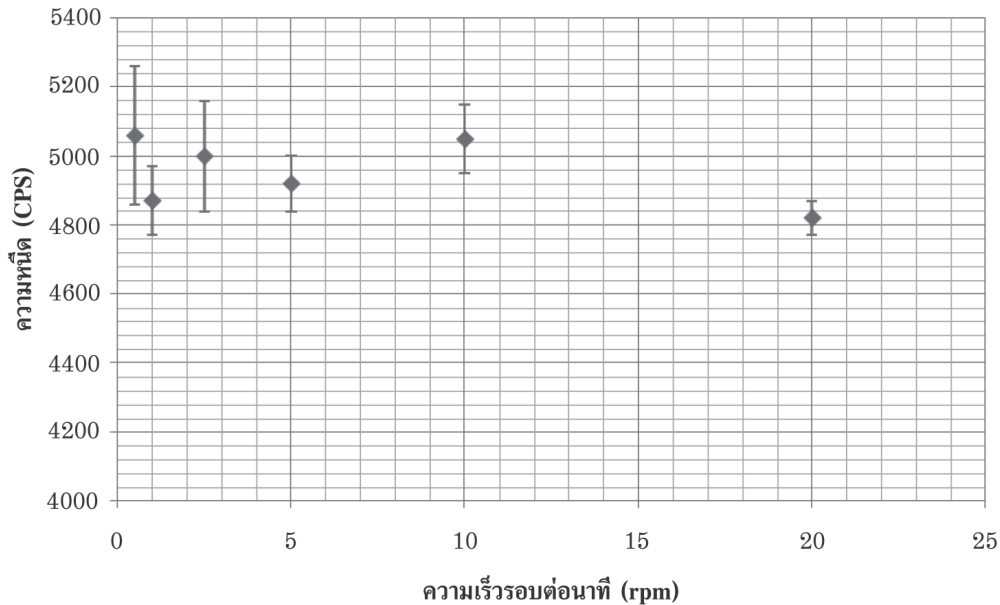
Shear Rate (rpm)	Spindle no. 1		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 2		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 3		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 4		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 5		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 6		Uncertainty (CPS)
	(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%	
0.5	5,060	25.4	200	High Uncertainty zone		800	High Uncertainty zone		2,000	High Uncertainty zone		4,000	High Uncertainty zone		8,000	High Uncertainty zone		20,000
1	4,870	48.7	100	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		1,000	High Uncertainty zone		2,000	High Uncertainty zone		4,000	High Uncertainty zone		10,000
2.5	Error/non-measurable zone		40	5,000	31.2	160	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		800	High Uncertainty zone		1,600	High Uncertainty zone		4,000
5			20	4,920	61.5	80	High Uncertainty zone		200	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		800	High Uncertainty zone		2,000
10			10	Error/non-measurable zone		40	5,050	50.5	100	4,700	23.7	200	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		1,000
20			5	Error/non-measurable zone		20	4,820	96.4	50	4,650	46.5	100	4,680	23.2	200	High Uncertainty zone		500
50			2	Error/non-measurable zone		8	Error/non-measurable zone		20	Error/non-measurable zone		40	4,500	56.2	80	4,660	23.3	200
100	1	Error/non-measurable zone		4	Error/non-measurable zone		10	Error/non-measurable zone		20	Error/non-measurable zone		40	4,210	42.1	100		

หมายเหตุ: Error/non-measurable zone หมายถึง บริเวณที่เครื่องไม่สามารถวัดได้
 High Uncertainty zone หมายถึง บริเวณที่มีความไม่แน่นอนในการวัดสูง

เมื่อนำข้อมูลจากตารางที่ 2 มาคิดเอาเฉพาะค่าความหนืดจากหัววัดที่ให้ค่าความไม่แน่นอนในการวัดต่ำที่สุด สำหรับที่แต่ละความเร็วรอบ จะได้ผลดังตารางที่ 3 ซึ่งเมื่อนำมาเขียนกราฟระหว่างความเร็วรอบต่อหน้าที่กับค่าความหนืดจะได้ผลดังรูปที่ 4

ตารางที่ 3 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด ที่อุณหภูมิ 22.7°C

รอบต่อนาที (rpm)	ความหนืด (CPS)	ความไม่แน่นอนในการวัด (CPS)
0.5	5,060	200
1	4,870	100
2.5	5,000	160
5	4,920	80
10	5,050	100
20	4,820	50
50	4,500	80
100	4,210	100



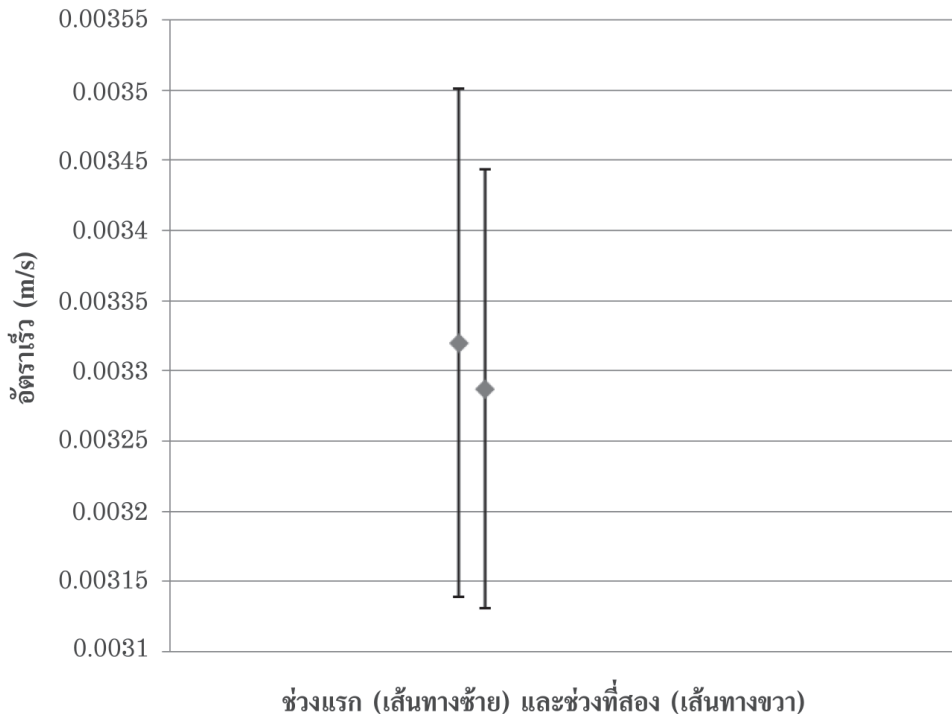
รูปที่ 4 แสดงกราฟระหว่างค่าความหนืด (CPS) กับความเร็วรอบต่อนาที (rpm) พร้อมระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัด ที่อุณหภูมิ 22.7°C

ตามรูปที่ 4 แสดงให้เห็นว่าค่าความหนืดของของเหลวที่ความเร็วรอบต่างๆ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ นั่นคือของเหลวที่ผสมขึ้นมาที่มีพฤติกรรมเป็นของเหลวชนิดนิวโทเนียน สังเกตว่าที่หัววัดที่ 3 ที่ความเร็วรอบ 20 rpm จะมีความไม่แน่นอนในการวัดต่ำที่สุดคือ 50 cps ดังนั้นเมื่อทำการทดลองที่หัววัดและความเร็วรอบนี้ซ้ำอีก 12 ครั้ง จะได้ค่าความหนืดเป็น $\mu^{(BF)} = 4457 \pm 16$ cps (ที่อุณหภูมิ 24°C) ในที่นี้ตัวยก (BF) ย่อมาจาก Brookfield

ในการทำงานเดียวกันหากทำการทดลองนี้ซ้ำอีกที่อุณหภูมิเดียวกันสำหรับกลีเซอริน จะได้ความหนืดเป็น $\mu_g^{BF} = 722.3 \pm 6.0$ cps (ตัวห้อย g หมายถึง glycerine)

บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอดที่มีต่อการวัดความหนืดของของเหลวซึ่งอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม

เพื่อวัดค่าอิทธิพลของผนังหลอด k ที่มีต่อการตกของลูกเหล็กทรงกลม เราเริ่มการทดลองจากการปล่อยลูกเหล็กขนาดต่างๆ ลงในหลอดทรงกระบอกซึ่งบรรจุของเหลวอยู่ขนาดต่างๆ (ตามตารางที่ 1) แล้วทำการวัดเวลาที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านช่วงที่เหมาะสมเพื่อคำนวณหาอัตราเร็วปลาย v_f เพื่อที่จะให้แน่ใจว่าลูกเหล็กได้เข้าสู่อัตราเร็วปลายแล้ว เราได้แบ่งช่วงของการตกเป็นสองช่วงที่ติดกันแล้วคำนวณหาอัตราเร็วเฉลี่ยในแต่ละช่วงพร้อมความไม่แน่นอนในการวัด และหากอัตราเร็วทั้งสองช่วงนี้ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ก็แสดงว่าลูกเหล็กได้เข้าสู่อัตราเร็วปลายแล้ว ซึ่งเราสามารถเลือกเอาอัตราเร็วในช่วงไหนมาใช้ก็ได้ (ดูรูปที่ 5 สำหรับกรณีของลูกเหล็กขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง $d = 5$ มิลลิเมตร และหลอดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน $D = 9.40$ มิลลิเมตร)



รูปที่ 5 แสดงกราฟค่าอัตราเร็วเฉลี่ยที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ในช่วงแรกและช่วงที่สองตามลำดับ

ในที่นี้ช่วงแรกและช่วงที่สองกว้างช่วงละประมาณ 1 เซนติเมตร และช่วงแรก เริ่มห่างจากปากหลอดประมาณ 10 เซนติเมตร จากภาพแสดงให้เห็นว่าอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงทั้งสองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งหมายความว่าลูกเหล็กได้เข้าสู่อัตราเร็วปลายแล้ว และในที่นี้เราจะเลือกช่วงที่สองซึ่งเป็นช่วงที่อยู่ต่ำกว่าไปใช้คำนวณต่อไป

จากอัตราเร็วปลายที่ได้สำหรับแต่ละกรณีของลูกเหล็กและหลอดบรรจุของเหลว เมื่อแทนค่าอัตราเร็วปลายดังกล่าวและค่าตัวแปรอื่นๆ คือ ความหนาแน่นของลูกเหล็ก ($\rho = 7685.82 \pm 16.60 \text{ kg/m}^3$) ความหนาแน่นของของเหลว ($\rho' = 1023.02 \pm 17.92 \text{ kg/m}^3$) เส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่างๆ (ตามตารางที่ 1) และค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก จะสามารถคำนวณความหนืดยังผล μ_{eff} ได้ตามสมการ (7) และค่าอิทธิพลของผนังหลอดได้จาก $k = \frac{\mu_{eff}}{\mu^{(BF)}}$ โดย $\mu^{(BF)} = 722.3 \pm 6.0 \text{ cps}$ ซึ่งได้หาเอาไว้แล้วจาก

หัวข้อก่อนหน้า ผลที่ได้สำหรับแต่ละ $\lambda = \frac{d}{D}$ ต่างๆ แสดงไว้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงค่าอิทธิพลของผนังหลอด k และความไม่แน่นอนในการวัด $U(k)$ ที่ความเชื่อมั่น 95%

$\lambda(d/D)$	k	$U(k)$
0.10	1.321177	0.164362
0.20	1.635731	0.094631
0.31	1.937548	0.11171
0.41	12.49378	0.722794
0.52	6.202503	0.267148
0.66	12.23557	0.713476
0.70	22.4707	0.967834
0.80	42.88222	5.334789
0.83	47.62218	2.051131
0.89	130.6154	7.556402
0.90	63.24856	3.64661
0.92	147.73	8.517405

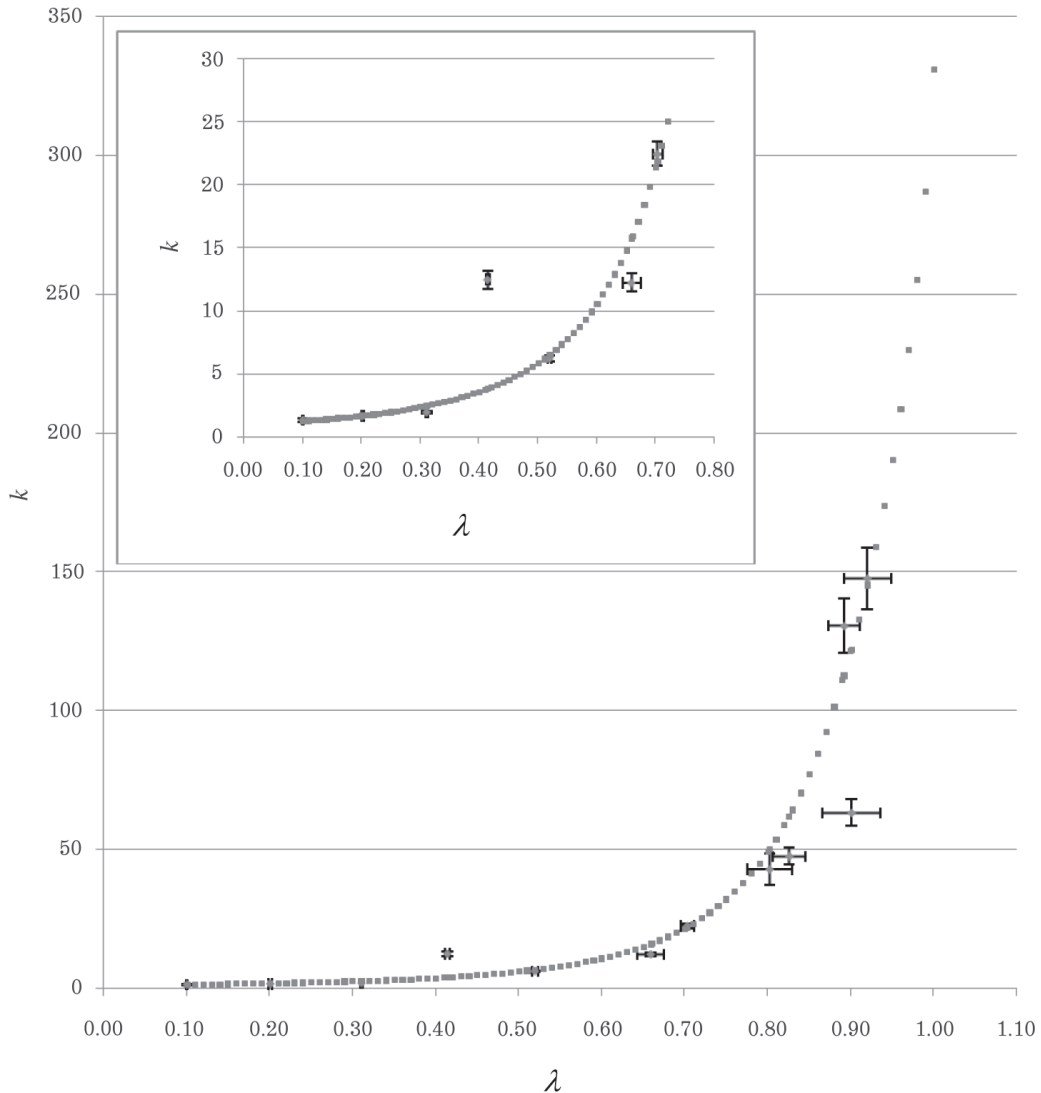
ตารางที่ 5 แสดงค่า $U(\lambda)$ ในแต่ละอัตราส่วนการทดลอง

$\lambda = d/D$	$U(\lambda)$
0.10	0.000982283
0.20	0.001886635
0.31	0.002143569
0.41	0.002807982
0.52	0.003482314
0.66	0.015754708
0.70	0.008160765
0.80	0.026959186
0.83	0.019732862
0.89	0.018303858
0.90	0.035339033
0.92	0.028276887

หากนำข้อมูลตามตารางที่ 4 และ 5 มาเขียนกราฟร่วมกับกราฟจากทฤษฎีของฮาเบอร์แมนและเชรี (จากสมการ 6) จะได้ผลตามรูปที่ 6

สังเกตว่าในรูปที่ 6 มีความไม่แน่นอนตามแนวแกน λ ด้วย อันเนื่องมาจากค่า D เพราะตอนทำการทดลองหา μ_{eff} ที่ λ หนึ่งๆ ยังไม่ได้คำนึงถึงความไม่แน่นอนในการวัด D ดังนั้นค่า D จริงๆ หรือก็คือค่า λ จริงๆ จะอยู่ในช่วง $\lambda \pm U(\lambda)$ ที่ความเชื่อมั่น 95% (ดูตารางที่ 5)

จากรูปที่ 6 เห็นได้ชัดว่า ผลการทดลอง กับทฤษฎี สอดคล้องกันดีมากที่สุดที่ $\lambda = 0.10, 0.20, 0.52, 0.70, 0.92$ และดีพอสมควรที่ $\lambda = 0.31, 0.66, 0.80, 0.83, 0.89$ โดยจะสอดคล้องกับทฤษฎีมากขึ้นหากเพิ่มความเชื่อมั่นจาก 95% ไปเพียงเล็กน้อย สำหรับ $\lambda = 0.41$ และ 0.90 ผลจากการทดลองค่อนข้างห่างจากทฤษฎีมาก ซึ่งผู้ทดลองได้ลองทำการทดลองใหม่ โดยเปลี่ยนขนาดของลูกเหล็กและหลอดทดลอง (แต่ยังมี λ ใกล้เคียงเดิม) แล้ว แต่ก็ยังได้ผลเช่นเดิม ความไม่สอดคล้องกันนี้น่าจะมาจากประเด็นที่การทดลองในบางเงื่อนไขทำให้เกิดข้อขัดแย้งกับสมมุติฐานที่ใช้ในทฤษฎีของฮาเบอร์แมนและเชรี เช่น การตกอาจไม่ได้อยู่ในแนวตั้งพอดีตามแนวเส้นสมมาตรของทรงกระบอก อาจเกิดการไหลแบบปั่นป่วน และลูกเหล็กอาจถูกรบกวนจากคลื่นที่สะท้อนมาจากด้านล่างของท่อทรงกระบอก เป็นต้น อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยยังไม่สามารถสรุปถึงสาเหตุที่แน่ชัดของความไม่สอดคล้องกันนี้ได้

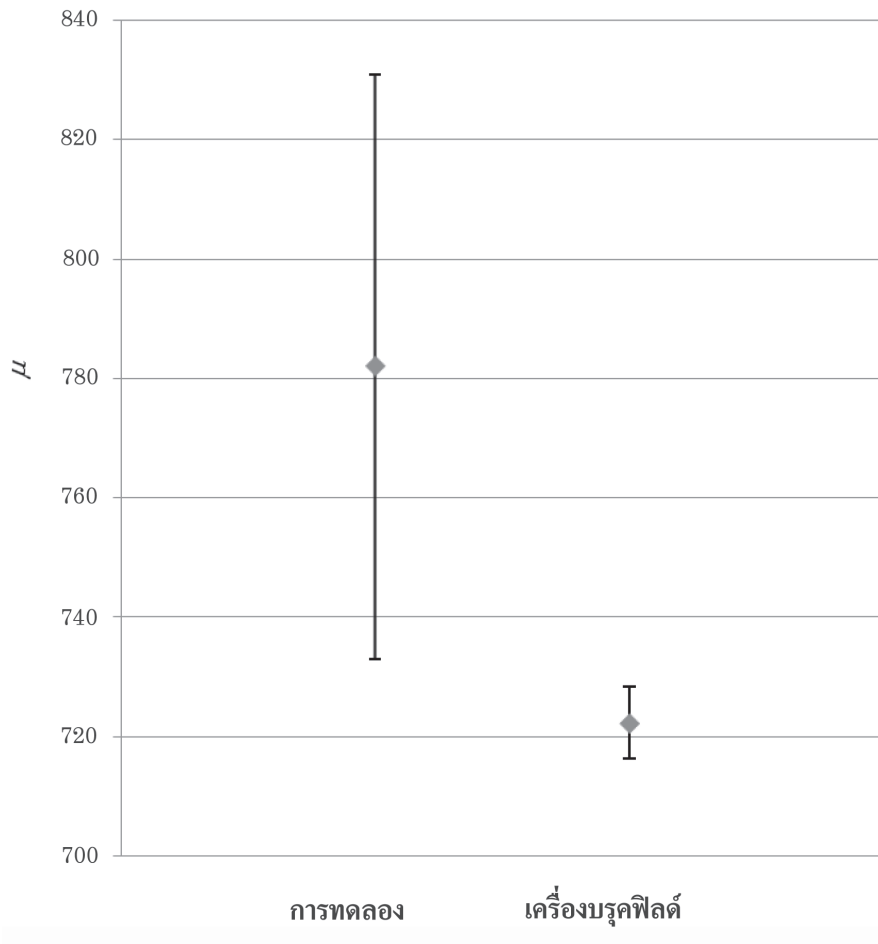


รูปที่ 6 แสดงการเปรียบเทียบค่าอิทธิพลของผนังหลอด (k) จากการทดลองกับค่าจากทฤษฎีของฮาเบอร์แมน และเชรี ตามสมการ (6) (ภาพขยาย $\lambda = 0.1-0.7$ แสดงในกรอบด้านใน)

การหาค่าความหนืดของกลีเซอรินโดยอาศัยอิทธิพลของผนังหลอด

เพื่อที่จะทำการวัดความหนืดของกลีเซอรินซึ่งมีค่าค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับของเหลวที่ผสมขึ้นเอง จึงเลือกหลอดทดลองซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน (D) 4.48 mm และลูกเหล็กขนาด (d) 4 mm หรือก็คือที่ $\lambda = 0.89$ ซึ่งมีค่าอิทธิพลของผนังหลอดจากการทดลอง (k) ประมาณ 130 อันจะเป็นผลทำให้ลูกเหล็กตกช้าลงจนสามารถจับเวลาโดยอาศัยสายตาได้สะดวก เมื่อทำการทดลองปล่อยลูกเหล็กขนาดดังกล่าวลงในหลอดทดลองที่บรรจุกลีเซอรินไว้ แล้วทำการทดลองตามขั้นตอนต่างๆ เช่นเดียวกับในหัวข้อที่แล้ว จะได้ความหนืดยังผล $\mu_{eff} = 102139 \pm 26114$ cps และสามารถหาความหนืดได้จาก $\mu_g^{FS} = \frac{\mu_{eff}}{k}$ เมื่อแทนค่า $k = 130.62 \pm 3.86$ (ค่าความไม่แน่นอนในการวัด 3.86 นี้ เป็นค่าก่อนที่จะถูกคูณเพื่อให้ได้ค่าความ

ไม่แน่นอนในการวัด $U(k)$ ที่ความเชื่อมั่น 95%) ลงไปจะได้ $\mu_g^{FS} = 782 \pm 49$ cps (ตัวยก (FS) ย่อมาจาก Falling Sphere) หากนำ μ_g^{FS} นี้ไปเปรียบเทียบกับ $\mu_g^{(BF)}$ ที่ได้ทดลองไว้ในตอนต้น จะได้ผลดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 แสดงการเปรียบเทียบความหนืดของกลีเซอริน ($\mu_g^{(FS,BF)}$) ซึ่งหาจากวิธีการปล่อยลูกเหล็กทรงกลม (FS) กับวิธีวัดโดยใช้เครื่องวัดความหนืดบรูคฟิลด์ (BF)

จากรูปที่ 7 เห็นได้ชัดว่าค่าความหนืดเมื่อรวมความไม่แน่นอนในการวัดแล้วจากทั้งสองวิธี ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ อย่างไรก็ตาม สันเกตว่า ความไม่แน่นอนในการวัดสำหรับการวัดด้วยเครื่องบรูคฟิลด์มีค่าน้อยกว่าความไม่แน่นอนในการวัดสำหรับการวัดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมโดยค่าจากการทดลองโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมเป็นประมาณ 8 เท่า ของค่าจากเครื่องบรูคฟิลด์ ซึ่งหมายความว่า เทคนิคการวัดด้วยเครื่องบรูคฟิลด์มีความเที่ยงตรงมากกว่า โดยความเที่ยงตรงมากกว่านี้เป็นผลมาจากโครงสร้างของมาตรวัดโดยตรง เพราะการวัดทั้งสองวิธีนี้ผ่านการวิเคราะห์เชิงสถิติในลักษณะเดียวกัน

สรุปผลการทดลอง

โดยอาศัยเครื่องวัดความหนืดชนิดหมุนแบบดิจิทัล (บรูคฟีลด์) เราสามารถทดสอบความเป็นของเหลวชนิดนิวโทเนียนของของเหลวที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้ พร้อมทั้งสามารถตรวจสอบความสอดคล้องของอิทธิพลของผนังหลอดระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม (ลูกเหล็กทรงกลม) และค่าที่ได้จากทฤษฎีของฮาเบอร์แมนและเซรี การทดลองดังกล่าวทำให้สามารถเลือกลูกเหล็กทรงกลมและหลอดทดลองทรงกระบอกที่เหมาะสมเพื่อทำการทดลองวัดค่าความหนืดของกลีเซอรินโดยอาศัยอิทธิพลของผนังหลอด (ที่ค่าประมาณ 130) ซึ่งทำให้ลูกเหล็กตกช้าลงมากจนสามารถจับเวลาของการตกโดยอาศัยสายตาได้อย่างแม่นยำ และค่าความหนืดของกลีเซอรินที่ได้คือ 782 ± 49 cps ที่อุณหภูมิ 24°C ซึ่งไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญกับความหนืดที่วัดได้จากมาตรวัดความหนืดบรูคฟีลด์ คือ 722.3 ± 6.0 cps ที่อุณหภูมิเดียวกัน อย่างไรก็ตาม ปรากฏว่าความไม่แน่นอนในการวัดของการทดลองที่อาศัยการตกของวัตถุทรงกลมในกรณีนี้ จะมีค่าประมาณ 8 เท่า ของค่าที่ได้จากมาตรวัดความหนืดบรูคฟีลด์

จากงานวิจัยนี้ คณะผู้วิจัยได้พบปัญหาของการทำการทดลอง และแนวทางปรับปรุงให้ดีขึ้น ดังนี้ คือ (1) ค่าความหนืดของของเหลวที่ผู้วิจัยผสมขึ้นในการทดลองนี้มีค่าแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิมาก คือเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นหรือลดลงในช่วงประมาณ 1 องศาเซลเซียส จะทำให้ค่าความหนืดเปลี่ยนไปค่อนข้างมาก ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปต้องควบคุมอุณหภูมิของของเหลวที่ผสมขึ้นให้ได้ หรือไม่ก็ควรเปลี่ยนชนิดของของเหลวที่ไม่ไวต่ออุณหภูมิมากนัก และ (2) เมื่อหย่อนลูกเหล็กลงในหลอดทดลองรูปทรงกระบอกซึ่งตามทฤษฎีแล้ว จำเป็นจะต้องให้ลูกเหล็กตกลงในแนวตั้งตามแนวแกนสมมาตรของหลอดทดลองซึ่งในการทดลองทำได้ยากโดยเฉพาะกรณีที่เส้นผ่านศูนย์กลางของลูกเหล็กใกล้เคียงกับเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของหลอดทดลอง จึงควรพัฒนาเทคนิคที่เหมาะสมเพื่อให้ลูกเหล็กตกลงในแนวตั้งตามแนวแกนสมมาตรของหลอดทดลองให้ได้มากที่สุด และควรคำนึงถึงความไม่แน่นอนในการวัดอันเนื่องมาจากการตกไม่ตรงตามแนวตั้งดังกล่าวด้วย

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ ที่เอื้อเฟื้อห้องทดลองวิจัย คณะเทคโนโลยีและนวัตกรรมผลิตภัณฑ์การเกษตร ที่เอื้อเฟื้อเครื่องวัดความหนืดบรูคฟีลด์ และอาจารย์สมศักดิ์ มณีรัตน์สกุล ที่ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย คณะผู้วิจัยขอขอบคุณทุนสนับสนุนการทำปริญญา นิพนธ์สำหรับนิสิตในระดับบัณฑิตศึกษา จากงบประมาณเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี 2555

เอกสารอ้างอิง

1. สมาน เจริญกิจพุดผล และ มนต์รี พิรุณเกษตร. 2533. กลศาสตร์ของของไหล. กรุงเทพฯ. หจก. เอช-เอน การพิมพ์. หน้า 15.
2. Haberman, W. L., and Sayre, R. M. 1958. Motion of Rigid and Fluid Spheres in Stationary and Moving Liquids inside Cylindrical Tubes. Available from URL: http://dome.mit.edu/bitstream/handle/1721.3/48988/DTMB_1958_1143.pdf?sequence=1. 15 November 2011.

ได้รับบทความวันที่ 18 เมษายน 2556

ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 14 พฤษภาคม 2556