บทความวิจัย

ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นที่ได้มาโดยพีชคณิต

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร* และ สิทธิกรณ์ คำรอด

บทคัดย่อ

Naddor [5] ได้หาตัวแบบ EOQ เมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้นแต่ไม่มีการขาดแคลนสินค้าโดยใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ภายใต้เงื่อนไขที่พอเพียงและจำเป็น เพื่อให้ได้ตัวแบบเหมาะที่สุด ในงานวิจัยนี้เราใช้วิธีพีชคณิตที่ปรากฏในงานวิจัยของ Grubbström and Erdem [2] และ Cárdenas-Barrón [3] หาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น โดยการปรับปรุงตัวแบบของ Naddor [5] ที่เพิ่มสมมุติฐานยอมให้มีการขาดแคลนสินค้าเกิดขึ้น สุดท้ายเราได้ยกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ตัวแบบ EOQ ที่ได้

คำสำคัญ: ตัวแบบ EOQ การขาดแคลนสินค้า สินค้ามีราคาสูงขึ้น วิธีพีชคณิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

*ผู้นิพนธ์ประสานงาน, e-mail: kanint@buu.ac.th

The EOQ Model with Shortage and Price Increases Derived Algebraically

Kanint Teerapabolarn[*] and Sittikorn Khamrod

ABSTRACT

Naddor [5] derived the EOQ model with price increases and without shortage by using differential calculus under sufficiently and necessarily conditions. In this paper, we use algebraic method appeared in Grubbström and Erdem [2] and Cárdenas-Barrón [3] to derive the EOQ with shortage and price increases, improving the model of Naddor [5] by adding the shortage assumption. Finally, we give numerical examples to illustrate applications of the model obtained.

Keywords: EOQ model, shortage, price increases, algebraic method

Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University

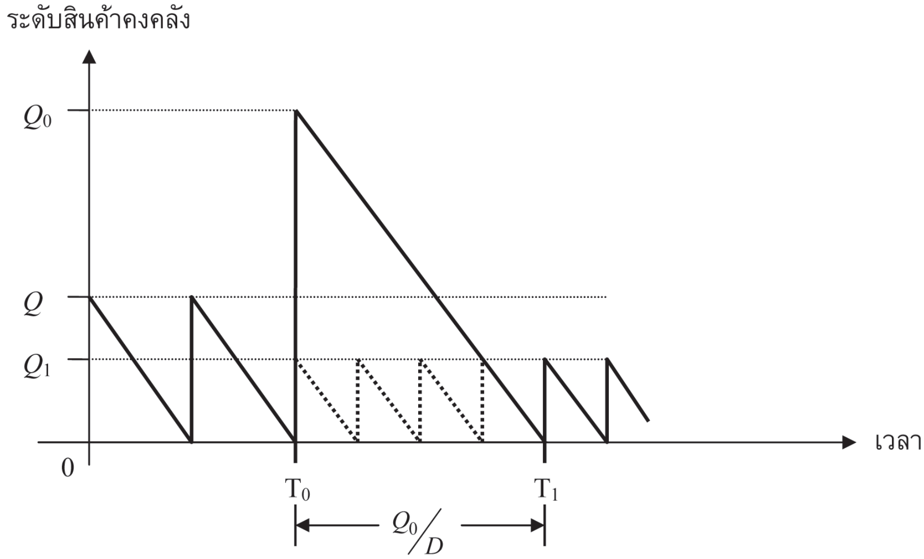
[*]Corresponding author, e-mail: kanint@buu.ac.th

บทนำ

ในการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีสินค้าคงคลัง ตัวแบบแรกของระบบสินค้าคงคลังที่รู้จักกันทั่วไป คือ ตัวแบบพื้นฐาน หรือตัวแบบ EOQ (Economic Order Quantity) ซึ่งปรากฏครั้งแรกในงานวิจัยของ Harris [1] ตัวแบบนี้เป็นพื้นฐานที่นำไปสู่การพัฒนาและปรับปรุงตัวแบบอื่นๆ ให้มีความเหมาะสม และสอดคล้องกับความเป็นจริงของระบบสินค้าคงคลังมากขึ้น เช่น ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง ตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้า เป็นต้น ตัวแบบทั้งหมดที่กล่าวมานี้ได้มาโดยการใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (differential calculus) ภายใต้เงื่อนไขที่พอเพียงและจำเป็น (พิจารณาจากอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับที่สอง) นอกจากการใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ในการหาตัวแบบที่ต้องการแล้ว เรายังพบว่าตัวแบบเหล่านี้สามารถหามาได้โดยใช้วิธีอื่นๆ ตัวอย่างเช่น การใช้วิธีพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าในงานวิจัยของ Grubbström and Erdem [2] และ Cárdenas-Barrón [3] ได้ใช้วิธีพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง และ Tsair [4] ได้ใช้วิธีค่าเฉลี่ยเรขาคณิตหาตัวแบบ EOQ พื้นฐาน ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้า และตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าเป็นไปอย่างต่อเนื่อง เป็นต้น

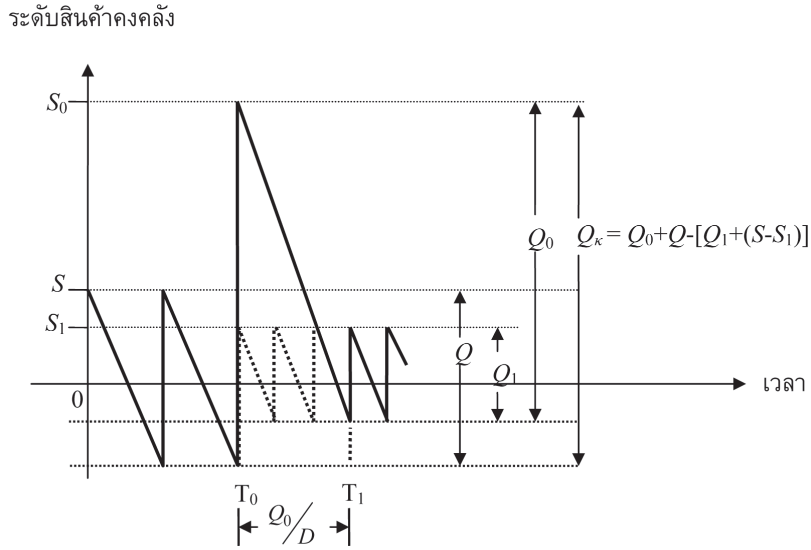
ตัวแบบ EOQ ที่สำคัญอีกตัวแบบหนึ่ง คือ ตัวแบบ EOQ เมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งสร้างขึ้นมาโดย Naddor [5] ตัวแบบนี้มักเรียกว่าตัวแบบของ Naddor (Taylor and Bradley [6]) ต่อมา Brown [7] ได้พัฒนาตัวแบบที่คล้ายคลึงกับของ Naddor [5] ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ซึ่งภายหลัง Brown [8] ได้แสดงให้เห็นว่าทั้งสองตัวแบบมีความสมมูลกัน (equivalent) Tersine and Grasso [9] ใช้วิธีจุดสั่งซื้อในการหาขนาดของล็อต (lot) ที่ตอบสนองต่อการขึ้นราคาสินค้า Tersine and Hylton [10] ได้นำเสนอวิธีการกำหนดขนาดของการสั่งซื้อแบบพิเศษ ซึ่งการตัดสินใจสั่งซื้อจะกระทำก่อนเกิดผลกระทบจากจุดสั่งซื้อ Taylor and Bradley [6] ขยายตัวแบบการขึ้นราคาสินค้าโดยการยืดหยุ่นเวลาของการขึ้นราคาสินค้า Markowski [11] ได้แก้ไขข้อบกพร่องของ Taylor and Bradley [6] และพัฒนาวิธีที่ทำให้ค่าใช้จ่ายของการสั่งซื้อน้อยที่สุด Jordan [12] พัฒนาตัวแบบอย่างง่ายเพื่อให้ผู้ปฏิบัติงานสามารถกำหนดปริมาณการสั่งซื้อเหมาะที่สุดเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น Goyal and Bhatt [13] ได้มีการพัฒนาวิธีการคำนวณอย่างง่ายสำหรับการกำหนดกลยุทธ์การจัดซื้อเหมาะที่สุดเมื่อผู้จัดจำหน่ายประกาศขึ้นราคาสินค้า Goyal [14] ได้พัฒนาขั้นตอนวิธีอย่างง่ายสำหรับการกำหนดขนาดของการสั่งซื้อเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น Tersine [15] พัฒนาวิธีเหมาะที่สุดเมื่อมีการขึ้นราคาสินค้าและเป็นอิสระกับความต้องการสินค้า Lin [16] นำเสนอตัวแบบสินค้าคงคลังที่เกิดข้อบกพร่องการผลิตของการสั่งซื้อเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังของตัวแบบ EOQ ใน Naddor [5] จะเห็นว่าระบบสินค้าคงคลังของตัวแบบนี้ได้พัฒนาให้สอดคล้องกับกรณีที่สินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงการเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้น

จากรูปที่ 1 Q_0 คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น Q คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น Q_1 คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น D คือ อัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา T_0 คือ จุดเวลาก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น และ T_1 คือ จุดเวลาสุดท้ายของช่วงเวลาที่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ ในตัวแบบนี้มีข้อสมมุติเบื้องต้นเกี่ยวกับราคาของสินค้าแตกต่างจากตัวแบบ EOQ พื้นฐาน กล่าวคือ ราคาของสินค้าจะไม่คงตัวหรือเท่ากันตลอดเวลา แต่จะมีราคาสูงขึ้นเมื่อถึงจุดเวลาที่กำหนดไว้ เช่น สมมุติว่าในขณะนี้ราคาของสินค้าเท่ากับ c บาทต่อหน่วย และผู้ขายได้ประกาศขึ้นราคาในอีก 2 เดือนข้างหน้า ซึ่งทำให้ราคาของสินค้ามีค่าเพิ่มขึ้นอีก k บาทต่อหน่วย โดยมีราคาใหม่เป็น $c + k$ บาทต่อหน่วย และราคา $c + k$ บาทนี้จะคงที่อีกในช่วงเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นอาจมีราคาสูงขึ้นอีก เราจะเห็นได้ว่า ราคาของสินค้าที่กล่าวมานั้นจะมีราคาคงตัวในช่วงระยะเวลาหนึ่งหลังจากนั้นจะมีราคาสูงขึ้นอีกครั้งเมื่อถึงจุดเวลาที่ผู้ขายได้กำหนด และเนื่องจากราคาสินค้าที่สูงขึ้นนี้อาจทำให้มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าในปริมาณที่มากกว่าเดิมก่อนการขึ้นราคาของสินค้า ดังนั้นปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตจึงไม่คงตัวตลอดทุกช่วงเวลาเหมือนในตัวแบบพื้นฐาน ในการหาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น (Q_0^*) (หรือหาตัวแบบ EOQ สำหรับกรณีนี้) Naddor [5] ได้สร้างสมการที่ใช้หา Q_0^* โดยใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (differential calculus) ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด และเพื่อให้ตัวแบบนี้สามารถใช้ได้กับกรณีที่ระบบสินค้าคงคลังมีการขาดแคลนสินค้า ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ เราจึงต้องการปรับปรุงตัวแบบของ Naddor [5] โดยมีสมมุติฐานของตัวแบบเพิ่มเติม คือ ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า ซึ่งจะทำให้ตัวแบบมีความสอดคล้องกับความเป็นจริงมากขึ้น ระบบสินค้าคงคลังในการศึกษาครั้งนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น

โดยที่ Q, Q_1, D, T_0 และ T_1 มีความหมายเดียวกับในรูปที่ 1 S_0 คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น S คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น S_1 คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น Q_0 คือ $S_0 + Q_1 - S_1$ และ Q_K คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งในการหาตัวแบบ EOQ สำหรับกรณีนี้ หรือหา Q_K^* ของระบบสินค้าคงคลังนี้ เราจะใช้วิธีพีชคณิตเช่นเดียวในงานวิจัยของ Grubbström and Erdem [2] และ Cárdenas-Barrón [3] ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด

วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยใช้วิธีพีชคณิต

สมมุติฐานของตัวแบบ (model assumptions)

ตัวแบบ EOQ ที่สนใจศึกษาในครั้งนี้ คือ ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น ซึ่งมีสมมุติฐานดังนี้

1. ความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลามีค่าคงตัว และทราบค่าแน่นอน
2. ระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าจนได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำ (lead time) มีค่าเท่ากับศูนย์
3. การได้รับสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิต จะได้รับทีเดียวทั้งหมดทันทีที่สั่งซื้อหรือผลิตสินค้า
4. จะทำการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับจุดสั่งซื้อหรือเท่ากับจุดที่กำหนด

5. ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตแต่ละครั้งมีค่าคงตัว
6. ราคาสินค้าต่อหน่วยไม่คงตัวตลอดเวลา
7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปเรื่อยๆ อย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด
8. ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า หรือระดับสินค้าคงคลังมีค่าต่ำกว่าศูนย์

สัญกรณ์ของตัวแบบ (model notations)

สัญกรณ์ที่ใช้ในการศึกษาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น มีดังนี้

D แทนอัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา

A แทนค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือค่าใช้จ่ายในการเตรียมการผลิตสินค้า

c แทนราคาสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตต่อหน่วยเวลา

i แทนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า

p แทนค่าใช้จ่ายที่มีการขาดแคลนสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า

k แทนผลต่างของราคาสินค้าที่สูงขึ้นและราคาสินค้าเดิม

Q แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q^* แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_1 แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_1^* แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S^* แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_1 แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_1^* แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุดหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_0 แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

S_0^* แทนระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_0 แทนปริมาณสินค้าที่ขาดแคลนหลังสินค้ามีราคาสูงขึ้นรวมกับระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_K แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

Q_K^* แทนปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น

C_0 แทนค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ

C_1 แทนค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ

G^* แทนค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น สามารถแบ่งการศึกษาออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษารายละเอียดของระบบสินค้าคงคลังใน Naddor [5] และศึกษาการหาตัวแบบในงานวิจัยของ Grubbström and Erdem [2] และ Cárdenas-Barrón [3]

2. หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุด หรือหาตัวแบบ EOQ ของระบบสินค้าคงคลังที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยใช้วิธีพีชคณิต

3. ยกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ของตัวแบบ EOQ ที่ได้ในขั้นตอนที่ 2

และวิธีที่จะใช้หาตัวแบบ EOQ ในการศึกษาครั้งนี้ คือ วิธีพีชคณิตในงานวิจัยของ Grubbström and Erdem [2] และ Cárdenas-Barrón [3] หลักการของวิธีนี้ คือ ใช้พีชคณิตจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายในระบบสินค้าคงคลังที่สนใจให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง (quadratic form) ของปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเพื่อทำให้ค่าใช้จ่ายมีค่าต่ำสุด หรือทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด

ผลการวิจัย

ผลลัพธ์ที่เราต้องการหา คือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น หรือหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยใช้วิธีพีชคณิต และก่อนที่จะหาผลลัพธ์หรือตัวแบบดังกล่าว เราจะสร้างบทตั้งเพื่อนำไปใช้พิสูจน์ทฤษฎีบท ดังนี้

บทตั้ง 1. สำหรับ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}$ และ $S_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}$ จะได้ว่า

$$\frac{i(c+k)S_1^{*2} + p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^*} = \frac{AD}{Q_1^*} \tag{1}$$

พิสูจน์ แทนค่า Q_1^* และ S_1^* ใน $\dfrac{i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^2}{2Q_1^*}$ จะได้ว่า

$$\frac{i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^2}{2Q_1^*}=\frac{i(c+k)\left[\dfrac{2AD}{i(c+k)}\left(\dfrac{p}{i+p}\right)\right]+p(c+k)\dfrac{2ADi}{(c+k)(i+p)p}}{2Q_1^*}$$

$$=\frac{\dfrac{2ADp}{i+p}+\dfrac{2ADi}{i+p}}{2Q_1^*}$$

$$=\frac{AD}{Q_1^*}$$

ทฤษฎีบท 1. ให้ $Q_0 - S_0 = Q_1 - S_1$ แล้วจะได้ว่า ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ

$$S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right) \tag{2}$$

ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ

$$Q_K^*=S_0^*+Q^*-S^* \tag{3}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ

$$G^*=\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2-\left(A-Z\right) \tag{4}$$

โดยที่ $Q^*=\sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}\,,S^*=\sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}\,,Q_1^*=\sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}\,,S_1^*=\sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\dfrac{p}{i+p}}$

และ $Z=k\left(Q^*-S^*\right)+\left(Q_1^*-S_1^*\right)\left[\dfrac{2A}{Q_1^*}-\dfrac{pc\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{2D}\right]$

พิสูจน์ จากตัวแบบ EOQ ที่ยอมให้มีการขาดแคลนสินค้า เมื่อราคาสินค้ามีการปรับราคาจาก c บาทต่อหน่วย เป็น $c + k$ บาทต่อหน่วย ซึ่งการปรับราคาสินค้าให้มีราคาสูงขึ้นจะเกิดขึ้น ณ เวลา T_0 ถ้าไม่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนเวลา T_0 เมื่อทำการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าในภายหลัง ราคาสินค้าต่อหน่วยจะสูงขึ้น และปริมาณสินค้าที่ได้จะมีค่าลดลงกว่าเดิม ดังรูปที่ 2 ต่อไปพิจารณาค่าใช้จ่ายต่างๆ ของระบบสินค้าคงคลังในรูปที่ 2 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ก่อนเวลา T_0 เราสามารถจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา c บาทต่อหน่วยในปริมาณ Q^* หน่วย ได้เป็น

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \tag{5}$$

แต่เมื่อจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดหลังเวลา T_0 ในปริมาณ Q_1^* หน่วย จะได้

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \tag{6}$$

จะเห็นว่าค่าของ Q^* มากกว่าค่าของ Q_1^* แสดงว่าเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้นปริมาณการสั่งซื้อหรือปริมาณการผลิตสินค้าเหมาะสมที่สุดจะมีค่าลดลง ถ้ามีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนถึงเวลา T_0 ในปริมาณ Q_K หน่วย ($Q_K > 0$) ดังรูปที่ 2 ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าในปริมาณ Q_K หน่วยมีค่าเท่ากับ

$$A + c[Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)]$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} ic\int_0^{\frac{S_0}{D}} (S_0 + Dx)dx &= ic\left[S_0 x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_0}{D}} \\ &= ic\left[\frac{S_0^2}{D} - \frac{S_0^2}{2D}\right] \\ &= ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

และค่าใช้จ่ายเมื่อมีการขาดแคลนสินค้า (ที่แปรไปตามราคาสินค้า) ซึ่งหาได้ในทำนองเดียวกับ (7) มีค่าเท่ากับ

$$pc\frac{(Q_0 - S_0)^2}{2D} = pc\frac{(Q_1 - S_1)^2}{2D} \quad \text{(จากข้อกำหนดเบื้องต้น)}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$A + c\left\{Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)\right\} + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(Q_1 - S_1)^2}{2D}$$

ปรับให้เป็นค่าเหมาะที่สุดได้เป็น

$$A + c\left\{Q_0 + Q^* - (Q_1^* + S^* - S_1^*)\right\} + ic\left(\frac{{S_0}^2}{2D}\right) + pc\frac{(Q_1^* - S_1^*)^2}{2D}$$

และจะได้ว่าค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษก่อนเวลา T_0 คือ

$$C_0 = A + c\left\{Q_0 + Q^* - (Q_1^* + S^* - S_1^*)\right\} + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(Q_1^* - S_1^*)^2}{2D}$$

$$= A + c\left(Q^* + S_0 - S^*\right) + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(Q_1^* - S_1^*)^2}{2D} \text{ (โดย } Q_0 = Q_1^* - S_1^* + S_0 \text{)} \quad (8)$$

ในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้า ณ เวลา T_0 (พิจารณาเส้นปะในรูปที่ 2) เราจะหาค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ได้ดังนี้

เนื่องจากปริมาณสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ Q_K หน่วย ราคาสินค้าในช่วงนี้มีค่าเป็น $c + k$ บาทต่อหน่วย และจำนวนครั้งในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้ามีค่าเท่ากับ $\frac{Q_0}{Q_1}$ ครั้ง ดังนั้นค่าใช้จ่ายต่างๆ ในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าปริมาณ Q_K หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\frac{Q_0 A}{Q_1} + (c+k)\left\{Q_0 + Q - (Q_1 + S - S_1)\right\}$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{S_1}{D}$ มีค่าเท่ากับ

$$\left[i(c+k)\right]\int_0^{\frac{S_1}{D}} (S_1 - Dx)dx = i(c+k)\frac{S_1^2}{2D}$$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{Q_0}{D}$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{Q_0}{Q_1}\left[i(c+k)\right]\frac{S_1^2}{2D} = i(c+k)\left(\frac{Q_0 S_1^2}{2Q_1 D}\right)$$

$$= i(c+k)\frac{(Q_1 - S_1 + S_0)S_1^2}{2Q_1 D}$$

$$= \frac{i(c+k)\left[Q_1 S_1^2 - S_1^3 + S_0 S_1^2\right]}{2Q_1 D} \quad (9)$$

ค่าใช้จ่ายเมื่อมีการขาดแคลนสินค้าในช่วงเวลา $\frac{Q_0}{D}$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{Q_0}{Q_1}\frac{p(c+k)\left(Q_0 - S_0\right)^2}{2D} = \frac{p(c+k)Q_0\left(Q_1 - S_1\right)^2}{2Q_1 D} \quad (10)$$

ค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 โดยแทนค่า $Q_0 = Q_1 - S_1 + S_0$ และปรับให้เป็นค่าเหมาะที่สุดจะมีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
C_1 = {} & \frac{\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)A}{Q_1^*} + (c+k)\left(Q^* + S_0 - S^*\right) + \frac{i(c+k)\left[Q_1^* S_1^{*2} - S_1^{*3} + S_0 S_1^{*2}\right]}{2Q_1^* D} \\
& + \frac{p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)\left(-Q_1^* + S_1^*\right)^2}{2Q_1^* D}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้เมื่อมีการสั่งซื้อแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
G &= C_1 - C_0 \\
&= \left[\frac{\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)A}{Q_1^*} + (c+k)\left(Q^* + S_0 - S^*\right) + \frac{i(c+k)\left[Q_1^* S_1^{*2} - S_1^{*3} + S_0 S_1^{*2}\right]}{2Q_1^* D}\right. \\
&\quad \left. + \frac{p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^* D}\right] - \left[A + c\left\{Q^* + S_0 - S^*\right\} + ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) + pc\frac{(Q_1^* - S_1^*)^2}{2D}\right] \\
&= \frac{\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)A}{Q_1^*} + (c+k)\left(Q^* + S_0 - S^*\right) + \frac{i(c+k)\left[Q_1^* S_1^{*2} - S_1^{*3} + S_0 S_1^{*2}\right]}{2Q_1^* D} \\
&\quad + \frac{p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^* D} - A - c\left\{Q^* + S_0 - S^*\right\} - ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) - pc\frac{(Q_1^* - S_1^*)^2}{2D} \\
&= \frac{2AD\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)}{2Q_1^* D} + k\left(Q^* + S_0 - S^*\right) + \frac{i(c+k)\left[Q_1^* S_1^{*2} - S_1^{*3} + S_0 S_1^{*2}\right]}{2Q_1^* D} \\
&\quad + \frac{p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2}{2Q_1^* D} - A - ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) - \frac{pcQ_1^*(Q_1^* - S_1^*)^2}{2Q_1^* D} \\
&= k\left(Q^* + S_0 - S^*\right) + \frac{2AD\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right) + i(c+k)\left[S_1^{*2}\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)\right]}{2Q_1^* D} \\
&\quad + \frac{p(c+k)\left(Q_1^* - S_1^* + S_0\right)\left(Q_1^* - S_1^*\right)^2 - pcQ_1^*(S_1^* - Q_1^*)^2}{2Q_1^* D} - ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right) - A
\end{aligned}
$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{2AD\left(Q_1^*-S_1^*\right)+i(c+k)\left[S_1^{*2}\left(Q_1^*-S_1^*\right)\right]+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^3-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*D}$$

$$+\frac{2ADS_0+i(c+k)S_1^{*2}S_0+p(c+k)S_0(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*D}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{\left(Q_1^*-S_1^*\right)\left[2AD+i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^2-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)\right]}{2Q_1^*D}$$

$$+\frac{S_0\left[2AD+i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)(Q_1^*-S_1^*)^2\right]}{2Q_1^*D}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*+S_0-S^*\right)+\frac{\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{D}\left[\frac{2AD+i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)\left(Q_1^*-S_1^*\right)^2-pcQ_1^*(Q_1^*-S_1^*)}{2Q_1^*}\right]$$

$$+\frac{S_0}{D}\left[\frac{2AD+i(c+k)S_1^{*2}+p(c+k)(Q_1^*-S_1^*)^2}{2Q_1^*}\right]-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A$$

$$=k\left(Q^*-S^*\right)+kS_0+\frac{\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{D}\left[\frac{2AD}{Q_1^*}-\frac{pcQ_1^*\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{2Q_1^*}\right]+\frac{2AS_0}{Q_1^*}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)-A \quad \text{(โดยบทตั้ง 1)}$$

$$=kS_0+\frac{2AS_0}{Q_1^*}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)+k\left(Q^*-S^*\right)+\left(Q_1^*-S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*}-\frac{pc\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{2D}\right]-A$$

$$=kS_0+\frac{2AS_0}{Q_1^*}-ic\left(\frac{S_0^2}{2D}\right)+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left[S_0^2-\frac{2DS_0}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left\{S_0^2-\frac{2DS_0}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)+\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2-\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2\right\}+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left\{S_0^2-\frac{2DS_0}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)+\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2\right\}+\frac{ic}{2D}\left[\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2+Z-A$$

$$=-\frac{ic}{2D}\left[S_0-\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right]^2+\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2+Z-A \quad (12)$$

ซึ่ง G ในสมการ (12) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $\frac{ic}{2D}\left(S_0-\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)\right)=0$ หรือเมื่อ $S_0=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$

ดังนั้น ระดับสินค้าคงคลังที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ

$$S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$$

และปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ

$$Q_K^*=S_0^*+Q^*-S^*$$

ต่อไปแทนค่า $S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$ ในสมการ (12) จะได้ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ

$$G^*=\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2-(A-Z)$$

ซึ่งทำให้เราได้สมการ (2) ถึง (4) ตามต้องการ

หมายเหตุ ในกรณีที่ $\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2<(A-Z)$ จะทำให้ $G^*<0$ แสดงว่าการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษในปริมาณ Q_K^* หน่วย ควรจะกระทำก็ต่อเมื่อค่าของ G^* มีค่ามากกว่าศูนย์เท่านั้น ถ้าค่าของ G^* น้อยกว่าศูนย์ก็ไม่ควรสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษดังกล่าว

ในกรณีระบบสินค้าคงคลังที่ศึกษาไม่มีการขาดแคลนสินค้า ($Z=0$) Q_K^* และ G^* ที่ได้ในทฤษฎีบท 1 จะกลับไปเหมือนกับของ Naddor [5] ดังบทแทรกต่อไปนี้

บทแทรก 1. ถ้า $Z=0$ แล้วจะได้ว่า

$$Q_K^*=S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right) \tag{14}$$

และ

$$G^*=\left(\frac{D}{2ic}\right)\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2-A \tag{15}$$

ตัวอย่างเชิงตัวเลข

ในหัวข้อนี้ เรายกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลการศึกษาที่ได้ในทฤษฎีบท 1

ตัวอย่าง 1 ปัจจุบันราคาน้ำมันดีเซลของปั๊มน้ำมันแห่งหนึ่งที่ซื้อจากผู้ผลิตคือ 27.00 บาทต่อลิตร ต่อมาทราบว่าผู้ผลิตจะขึ้นราคาน้ำมันดีเซลเป็น 29.50 บาทต่อลิตร ในอีก 3 วันข้างหน้า ปัจจุบันปั๊มน้ำมันแห่งนี้จำหน่ายน้ำมันปีละ 180,000 ลิตร ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาเท่ากับ 20% ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อครั้งละ 1200 บาท และถ้าปั๊มน้ำมันแห่งนี้มีน้ำมันดีเซลไม่พอจำหน่ายในขณะนั้นจะทำการจัดส่งให้ภายหลังเมื่อได้รับน้ำมันแล้วจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้คิดเป็นเงิน 30% ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี อยากทราบว่าปั๊มน้ำมันแห่งนี้ควรจะสั่งซื้อน้ำมันดีเซลมาในอีก 2 วันก่อนที่จะมีการขึ้นราคาจึงจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด และมีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์

D = 180,000 ลิตรต่อปี

A = 1,200 บาทต่อครั้ง

p = 30% ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี

i = 20% ของราคาน้ำมันต่อลิตรต่อปี

c = 27 บาทต่อลิตร

k = 2.50 บาทต่อลิตร

หา Q^* จากสมการ Q^*

$$\begin{aligned} Q^* &= \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \\ &= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27)}}\sqrt{\frac{0.20+0.30}{0.30}} \\ &= 11,547.0054 \text{ ลิตร} \end{aligned}$$

หา S^* จากสมการ S^*

$$\begin{aligned} S^* &= \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{p}{i+p}} \\ &= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27)}}\sqrt{\frac{0.30}{0.20+0.30}} \\ &= 6,928.2032 \end{aligned}$$

หา Q_1^* จากสมการ Q_1^*

$$\begin{aligned} Q_1^* &= \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} \\ &= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27+2.50)}}\sqrt{\frac{0.20+0.30}{0.30}} \\ &= 11,046.8954 \text{ ลิตร} \end{aligned}$$

หา S_1^* จากสมการ $S_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$

$$= \sqrt{\frac{2(1,200)(180,000)}{(0.20)(27+2.50)}}\sqrt{\frac{0.30}{0.20+0.30}}$$

$$= 6,628.1372 \text{ ลิตร}$$

หา Z จากสมการ $Z = k\left(Q^* - S^*\right) + \left(Q_1^* - S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*} - \frac{pc\left(Q_1^* - S_1^*\right)}{2D}\right]$

$$= (2.50)\left(11,547.0054 - 6,928.2032\right) + \left(11,046.8954 - 6,628.1372\right)$$
$$\times\left[\frac{2(1,200)}{11,046.8954} - \frac{(0.30)(0.20)\left(11,046.8954 - 6,628.1372\right)}{2(180,000)}\right]$$

$$= 12,067.6834 \text{ บาท}$$

หา S_0^* จากสมการ $S_0^* = \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$

$$= \frac{180,000}{(0.2)(27)}\left(2.5 + \frac{2(1,200)}{11,046.8954}\right)$$

$$= 90,575.1870 \text{ ลิตร}$$

หา Q_K^* จากสมการ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$

$$= 90575.1869 + 11547.0053 - 6928.2032$$
$$= 95,193.9892 \text{ ลิตร}$$

และหาค่าของ G^* ได้จาก $G^* = \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - \left(A - Z\right)$

$$= \left(\frac{180,000}{2\times 0.2\times 27}\right)\left(2.5 + \frac{2\times 1,200}{11,046.8954}\right)^2 - \left(1,200 - 12,067.6834\right)$$

$$= 133,925.6508 \text{ บาท}$$

ดังนั้น ปั้มน้ำมันแห่งนี้ควรสั่งซื้อน้ำมันดีเซลในประมาณ 95,193.9892 ลิตร ก่อนที่ราคาน้ำมันจะขึ้น ซึ่งจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายสูงสุดได้เท่ากับ 133,925.65 บาท

ตัวอย่าง 2 ชายคนหนึ่งต้องการซื้อหัวเชื้อปุ๋ยชีวภาพจากโรงงานเพื่อมาจำหน่าย โดยได้สั่งซื้อหัวเชื้อนี้มาในราคากิโลกรัมละ 20 บาท ต่อมาชายผู้นี้ได้ทราบว่าโรงงานนี้จะทำการปรับขึ้นราคาหัวเชื้อเป็นกิโลกรัมละ 28 บาท ในวันที่ 1 มิถุนายน 2556 ปัจจุบันชายคนนี้จำหน่ายหัวเชื้อได้ปีละ 1,000 กิโลกรัม โดยมีค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาหัวเชื้อเท่ากับ 10% ของราคาหัวเชื้อต่อกิโลกรัมต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อครั้งละ 1,000 บาท ถ้าชายคนนี้มีหัวเชื้อไม่เพียงพอจำหน่ายให้กับลูกค้า จะทำให้สูญเสียค่าใช้จ่ายในส่วนนี้เท่ากับ 10% ของราคาหัวเชื้อต่อกิโลกรัมต่อปี อยากทราบว่าในวันที่ 31 พฤษภาคม 2556 ชายคนนี้ควรจะสั่งซื้อหัวเชื้อปริมาณเท่าใด จึงจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุด

วิธีทำ

$D = 1{,}000$ กิโลกรัมต่อปี
$A = 1{,}000$ บาทต่อครั้ง
$p = 10\%$ ของราคาปุ๋ยต่อกิโลกรัมต่อปี
$i = 10\%$ ของราคาปุ๋ยต่อกิโลกรัมต่อปี
$c = 20$ บาทต่อกิโลกรัม
$k = 8$ บาทต่อกิโลกรัม

หา Q^* จากสมการ
$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} = \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20)}}\sqrt{\frac{0.10+0.10}{0.10}} = 1,414.2136 \text{ กิโลกรัม}$$

หา S^* จากสมการ
$$S^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{p}{i+p}} = \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20)}}\sqrt{\frac{0.10}{0.10+0.10}} = 707.1068 \text{ กิโลกรัม}$$

หา Q_1^* จากสมการ
$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}} = \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20+8)}}\sqrt{\frac{0.10+0.10}{0.10}} = 1,195.2286 \text{ กิโลกรัม}$$

หา S_1^* จากสมการ S_1^*
$$= \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$$
$$= \sqrt{\frac{2(1,000)(1,000)}{(0.10)(20+8)}}\sqrt{\frac{0.10}{0.10+0.10}}$$
$$= 597.6143 \text{ กิโลกรัม}$$

หา Z จากสมการ Z
$$= k\left(Q^* - S^*\right) + \left(Q_1^* - S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*} - \frac{pc\left(Q_1^* - S_1^*\right)}{2D}\right]$$
$$= (8)\left(1,414.2136 - 707.1068\right) + \left(1,195.2286 - 597.6143\right)$$
$$\times\left[\frac{2(1,000)}{1,195.2286} - \frac{(0.10)(20)\left(1,195.2286 - 597.6143\right)}{2(1,000)}\right]$$
$$= 6,299.7114 \text{ บาท}$$

หา S_0^* จากสมการ S_0^*
$$= \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$$
$$= \frac{1,000}{(0.1)(20)}\left(8 + \frac{2(1,000)}{1,195.2286}\right)$$
$$= 4,836.6600 \text{ กิโลกรัม}$$

หา Q_K^* จากสมการ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$

= 4,836.6600 + 1,414.2136 − 707.1068

= 5,543.7668 กิโลกรัม

และหาค่าของ G^* ได้จาก G^*
$$= \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - \left(A - Z\right)$$
$$= \left(\frac{1,000}{2\times 0.1\times 20}\right)\left(8 + \frac{2\times 1,000}{1,195.2286}\right)^2 - \left(1,000 - 6,299.7114\right)$$
$$= 28,692.9916 \text{ บาท}$$

ดังนั้น ชายคนนี้จึงควรสั่งซื้อหัวเชื้อปุ๋ยชีวภาพในปริมาณ 5,543.7668 กิโลกรัม จึงจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้สูงสุดเท่ากับ 28,692.99 บาท

สรุปผลการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ เราใช้วิธีพีชคณิตที่ปรากฏในงานวิจัยของ Grubbström and Erdem [2] และ Cárdenas-Barrón [3] หาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุดซึ่งวิธีนี้ไม่ต้องใช้ความรู้ทางด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ในการหาตัวแบบ EOQ แต่การหาตัวแบบ EOQ ในกรณีนี้ สามารถหาได้จากการจัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง ซึ่งต่างจากการหาโดยใช้อนุพันธ์ ดังนั้นวิธีนี้จึงเป็นอีกหนึ่งวิธีที่เหมาะสำหรับผู้ที่ขาดความรู้ทางด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ และในงานวิจัยนี้ ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ $Q_K^* = S_0^* + Q^* - S^*$ หน่วย โดยที่ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น (S_0^*) มีค่าเท่ากับ $\frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$ หน่วย และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด (G^*) มีค่าเท่ากับ $\frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - A + Z$ หน่วย

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณกรรมการผู้อ่านผลงานวิจัยที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนทำให้ผลงานวิจัยนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

1. Harris, F. W. 1915. What Quantity to Make at Once. In: Operation and Costs. *The Factory Management Series.* Chicago. A. W. Shaw Co. p. 47-52.
2. Grubbström, R. W., and Erdem, A. 1999. The EOQ with Backlogging Derived without Derivatives. *International Journal of Production Economics* 59: 529-530.
3. Cárdenas-Barrón, L. E. 2001. The Economic Production Quantity (EPQ) with Shortage Derived Algebraically. *International Journal of Production Economics* 70: 289-292.
4. Tsair, T. J. 2009. A simple Method to Compute Economic Order Quantities. *European Journal of Operational Research* 198: 351-353.
5. Naddor, E. 1966. *Inventory Systems.* New York. Wiley.
6. Taylor, S. G., and Bradley, C.E. 1985. Optimal Ordering Strategies for Announced Price Increases. *Operations Research* 33: 312-325.
7. Brown, R. G. 1967. *Decision Rules for Inventory Management.* New York. Holt, Rinehart & Winston.
8. Brown, R. G. 1982. Advanced Service Parts Inventory Control. 2nd Edition. *Materials Management Systems.* Inc., Norwich, Vermont.
9. Tersine, R. J., and Grasso, E. T. 1978. Forward Buying in Response to Announced Price Increase. *Journal of Purchasing & Materials Management* 14: 20-22.

10. Tersine, R. J., and Hylton, M. G. 1982. EOQ Modification for Inflation Prices. *Journal of Purchasing & Materials Management* 18: 23-28.
11. Markowski, E. 1986. EOQ Modification for Future Price Increases. *Journal of Purchasing & Materials Management* 22: 28-32.
12. Jordan, P. C. 1987. Purchasing Decisions Considering Future Price Increases: An empirical Approach. *Journal of Purchasing & Materials Management* 23: 25-30.
13. Goyal, S. K., and Bhatt, S. K. 1988. A Generalized Lot Size Ordering Policy for Price Increases. *Operations Research* 25: 272-278.
14. Goyal, S. K. 1992. A Note on Inventory Models with Cost Increases. *Operations Research* 20: 414-415.
15. Tersine, R. J. 1996. Economic Replenishment Strategies Announced Price Increases. *European Journal of Operational Research* 92: 266-280.
16. Lin, T. Y. 2011. Inventory Model for Items with Imperfect Quality under Announced Price Increases. *African Journal of Business Management* 5: 4715-4730.

ได้รับบทความวันที่ 7 กุมภาพันธ์ 2556
ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 12 มีนาคม 2556