

## บทความวิจัย

# กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนิสิตระดับปริญญาตรี

พรรณิณี รัตนวิจิตร\* สายัณห์ โสธะโร ธนุชัย ภู่อุดม และ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร

### บทคัดย่อ

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสระดับปริญญาตรีนั้น จากการออกแบบสอบถาม พบว่าการประยุกต์ของอนุพันธ์เป็นเนื้อหาหนึ่งที่น่าสนใจและเป็นเนื้อหาที่มีความยากมาก เพราะนิสิตมองไม่เห็นภาพของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสองตัวเทียบกับเวลา ทำให้ไม่สามารถเขียนความสัมพันธ์เพื่อสร้างเป็นสมการได้ ผู้วิจัยจึงหาวิธีที่จะช่วยแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ C.a.R. สามารถสร้างกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิดที่สำคัญของเนื้อหาเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ใช้ออกแบบกิจกรรมเพื่อช่วยให้นิสิตได้เห็นการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสองตัวในเวลาเดียวกันได้ และโปรแกรม Euler มีความสามารถในการประมวลผลเชิงสัญลักษณ์ ช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณ นิสิตสามารถทำแบบฝึกหัดได้มากขึ้น เกิดเป็นทักษะและความชำนาญพื้นฐานเพื่อใช้ในการเรียนระดับสูงต่อไป ซึ่งทั้งสองโปรแกรมเป็นโปรแกรมแบบ GPL คือสามารถใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย (1) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิต ในการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ (2) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนิสิตที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตระดับปริญญาตรี ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชา คณ 111 (คณิตศาสตร์ 1) ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพฯ จำนวน 16 คน ผู้วิจัยทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์

โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler โดยทดลอง 16 คาบ ในห้องคอมพิวเตอร์และประเมินผลการเรียนรู้เรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ของนิสิตจากคะแนนใบกิจกรรม คะแนนแบบทดสอบย่อย และคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ และให้นิสิตตอบแบบวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ผลการวิจัยพบว่า นิสิตกลุ่มตัวอย่างสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนิสิตกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler อยู่ในระดับมาก ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นิสิตระดับปริญญาตรี มีความสามารถในการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

**คำสำคัญ:** อนุพันธ์และการประยุกต์ โปรแกรม C.a.R. โปรแกรม Euler

# **Instructional Activities on Derivatives and Applications Using a C.a.R. Software and an Euler Software for Undergraduate Students**

**Tasanee Ratanawijitr\*, Sayun Sotaro, Thanuchai Pooudom  
and Chutiwon Penpean**

---

## **ABSTRACT**

From undergraduate students' questionnaires about learning and teaching calculus, the application of derivatives is considered to be one of the very difficult topics. Relative rate is one of the concepts that undergraduate students find difficult, making them unable to construct equations relating the known rate of change of one variable to an unknown rate of change of a second variable. The researcher found that the dynamics geometry C.a.R. Program could help students to overcome this difficulty. C.a.R. can create instructional activities which allow the students to be able to get the important ideas about derivatives and applications by observing the simultaneous change of two variables. Moreover students could investigate the concept of derivatives and applications. The Euler program is a Computer Algebra System (CAS) which saves time in calculations and allows students to do more exercises, enabling them to develop their basic skills and expertise to be used at more advanced levels. Both programs are general public licenses (GPL<sub>S</sub>). The purposes of this study were (1) to determine the effectiveness of these activities in terms of students' achievements, and (2) to evaluate students' attitudes toward instructional activity. The study took place at Srinakharinwirot University in Bangkok during the second semester of the 2009 academic year in which 16 undergraduate students who were enrolled in MA 111 (Mathematics 1) participated as subjects. The researcher taught them for a total of 16

periods in a computer laboratory. Lesson activities, sub-tests, and an achievement test were used to assess the students' performances. To find out their satisfaction with the instructional, a questionnaire was also given to each student in the experimental group. To pass the instructional, students had to obtain at least 60% of the total scores, from the lesson activities, sub-tests, and achievement test. The results showed that more than 70% of the experimental group passed the instructional at .01 level of significance. This clearly indicates that undergraduate students benefit from the instructional designed by the researcher. The scores on the questionnaires showed that on average, the experimental group was satisfied with the instruction received.

**Keywords:** derivatives and application, C.a.R. program, Euler program

## บทนำ

แคลคูลัสเป็นวิชาที่สำคัญในสาขาคณิตศาสตร์และเป็นพื้นฐานของวิทยาการในหลายสาขา เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา ภูมิศาสตร์ และสาขาเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น สถาบันอุดมศึกษาต่างๆ เห็นความสำคัญดังกล่าวจึงจัดให้มีการเรียนการสอนแคลคูลัสสำหรับนิสิตระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เป็นสถาบันในระดับอุดมศึกษาของรัฐแห่งหนึ่งซึ่งเปิดสอนวิชาแคลคูลัสให้กับนิสิตหลายรหัสวิชา โดยรายวิชา คณ 111 ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ 1 (Mathematics I) เป็นวิชาหมวดวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์พื้นฐานสำหรับนิสิตคณะวิทยาศาสตร์ ซึ่งในคู่มือการศึกษาระดับปริญญาตรี ปีการศึกษา 2552 [1] ได้กล่าวถึงวิชา คณ 111 (คณิตศาสตร์ 1) ว่าเป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ การอินทิเกรตฟังก์ชันหนึ่งตัวแปร ซึ่งล้วนเป็นเนื้อหาของวิชาแคลคูลัสทั้งสิ้น นอกจากนี้ยังได้กำหนดให้วิชา คณิตศาสตร์ 1 เป็นบูรพวิชาของรายวิชา คณ 112 (คณิตศาสตร์ 2) ซึ่งวิชา คณ 112 ถูกจัดให้เป็นบูรพวิชาของอีกหลายวิชา เช่น วิชาคณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์ 1 วิชาคณิตศาสตร์สำหรับวิทยาศาสตร์ 1 วิชา อุณหพลศาสตร์ และวิชาคลื่น เป็นต้น ดังนั้นจะเห็นว่าวิชา คณ 111 (คณิตศาสตร์ 1) เป็นวิชาที่มีความสำคัญและฝึกทักษะพื้นฐานให้กับนิสิตที่จะศึกษาวิชาในกลุ่มวิทยาศาสตร์ในระดับสูงต่อไป แม้ว่าวิชา แคลคูลัสจะเป็นวิชาที่มีความสำคัญมากดังกล่าวแต่จากการที่ผู้วิจัยได้ออกแบบสอบถามนิสิตคณะวิทยาศาสตร์ ระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 50 คน พบว่า สัดส่วนของนิสิตที่คิดว่าเนื้อหาการประยุกต์ของอนุพันธ์มีความยากมากมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของ จำนวนนิสิตทั้งหมด การที่นิสิตคิดว่าเนื้อหาการประยุกต์ของอนุพันธ์มีความยากมากนั้น มีสาเหตุหลายประการ กล่าวคือ สาเหตุประการที่หนึ่งเกิดจากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่มีความซับซ้อน ต้องใช้ความรู้เรื่องกฎลูกโซ่ ในการหาอนุพันธ์ อาจเกิดการผิดพลาดในการคำนวณ รวมถึงปัญหาการหารากของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น และไม่คุ้นเคย ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก สาเหตุประการที่สองเกิดจากการที่เนื้อหาแคลคูลัส ค่อนข้างเป็นนามธรรม นิสิตมีปัญหาในการนึกภาพ (visualization) เนื่องจากไม่เคยได้รับประสบการณ์ หรือไม่เคยฝึกฝนการสร้างภาพหรือจินตนาการภาพ ปัญหาที่พบ เช่น ในเรื่องอัตราสัมพัทธ์ เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสองตัวพร้อมกัน นิสิตมองไม่เห็นภาพความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของ ตัวแปรสองตัวเทียบกับเวลา ทำให้ไม่สามารถเขียนความสัมพันธ์เพื่อสร้างเป็นสมการได้ ซึ่งสอดคล้องกับ คำกล่าวของ อุบล กลองกระโทก [2] ว่า มีเนื้อหาทางด้านคณิตศาสตร์อีกมากมายที่เป็นเรื่องนามธรรมที่ นักเรียน นักศึกษา มองไม่เห็นมโนทัศน์ ซึ่งน่าจะทำการศึกษา วิจัย เพื่อสร้างสื่อการเรียนการสอน ได้แก่ เรขาคณิตวิเคราะห์ ภาคตัดกรวย แคลคูลัส เช่น ฟังก์ชันและความต่อเนื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ อินทิเกรต และการประยุกต์ แม้กระทั่งเนื้อหาในระดับอุดมศึกษา เป็นต้น

จากปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้วิจัยคิดว่าแนวทางการแก้ไขปัญหา คือ การนำโปรแกรมเรขาคณิตแบบ พลวัตเข้ามาประกอบการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยเชื่อว่าจะช่วยให้นิสิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ซึ่งเป็นเนื้อหาส่วนหนึ่งของรายวิชา คณ 111 (คณิตศาสตร์ 1) ดีขึ้น เพราะ ว่า โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต เป็นโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับการสร้างรูปเรขาคณิต มีความสามารถในการ สร้างรูปเรขาคณิตได้เสมือนกับการใช้เส้นตรงและวงเวียน โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตถูกนำมาใช้ในการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะในด้านเรขาคณิต ไม่ว่าจะเป็นเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต เรื่องความ เท่ากันทุกประการ ฯลฯ เนื่องจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตสามารถสร้างรูปเรขาคณิตและสร้างกราฟได้

อย่างรวดเร็ว และเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ เช่น ผู้เรียนเคลื่อนที่จุดบนกราฟ หรือเคลื่อนย้ายตำแหน่งของรูปเรขาคณิตด้วยการลากเมาส์ เพื่อสำรวจค่าต่างๆ ผู้เรียนสังเกตการเคลื่อนที่ของระดับน้ำในแท็งก์น้ำเมื่อเวลาเปลี่ยนไปจากการแสดงภาพเคลื่อนไหว (animation) ของโปรแกรม เป็นต้น ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนตั้งข้อคาดการณ์และนำไปสู่การค้นพบจากการได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ประกอบกับมีงานวิจัยซึ่งผลการวิจัยพบว่า การนำโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมาใช้ในการเรียนการสอนช่วยให้ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมและช่วยพัฒนาการนึกภาพของผู้เรียนได้ เช่น งานวิจัยของ นัยนา บุญสมร [3] ได้เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตกับวิธีสอนตามปกติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมีคะแนนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ จากแบบทดสอบด้วยรูปแบบซ้อนภาพสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติ ทั้งนี้เป็นเพราะโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตช่วยให้นักเรียนได้ฝึกการมองกราฟของฟังก์ชันที่ซ้อนๆ กันในแกนระนาบเดียวกันได้อย่างสะดวกรวดเร็วโดยไม่ต้องเสียเวลาในการสร้างกราฟของฟังก์ชันเองจากในกระดาษ ด้วยความสะดวกนี้ส่งผลให้นักเรียนได้เห็นกราฟของฟังก์ชันต่างๆ ในระนาบเดียวกันได้หลายตัวอย่างมากยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นการฝึกมองภาพซ้อนในขณะเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บิชา และซาชา เรียดส [4] ได้ออกแบบการสอนแคลคูลัสเรื่องอนุพันธ์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ EucliDraw โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการพัฒนาทำให้ได้กิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดของเส้นสัมผัสและอนุพันธ์ได้ดีขึ้น และจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ C.a.R. (Compass and Ruler) พบว่าโปรแกรม C.a.R. มีสมบัติเบื้องต้นของโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตพอเพียง และเป็นโปรแกรม General Public License (GPL) คือเป็นโปรแกรมซึ่งอนุญาตให้ใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ จุดเด่นของโปรแกรม C.a.R. คือสามารถเตรียมแบบฝึกหัดให้ผู้เรียนสร้าง เช่น ให้ผู้เรียนสร้างรังสีเพื่อแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้ ผู้เรียนแต่ละคนอาจสร้างด้วยวิธีการที่หลากหลายแตกต่างกัน โดยโปรแกรมจะแจ้งให้ทราบเมื่อสร้างได้คำตอบที่ถูกต้อง และจุดเด่นอีกประการหนึ่งของโปรแกรม C.a.R. คือ สามารถนำเสนอเป็นลักษณะแฟ้ม HTML ได้สะดวก ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่า เครื่องมือต่างๆ ที่มีอยู่ในโปรแกรม C.a.R. นั้นสามารถใช้ออกแบบกิจกรรมเพื่อช่วยแสดงให้เห็นสิ่งที่ได้มองเห็นภาพของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสองตัวเมื่อเทียบกับเวลาได้อย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้นได้ และยังสามารถออกแบบกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนได้สำรวจและเห็นแนวคิดที่สำคัญของเนื้อหาเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ ได้แก่ กิจกรรมสำรวจค่าความชันของเส้นสัมผัสของกราฟซึ่งเป็นแนวคิดของเรื่องอนุพันธ์ กิจกรรมสำรวจลักษณะของกราฟเพื่อศึกษาแนวคิดการทดสอบจุดวิกฤตโดยอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับสอง เป็นต้น

จากข้างต้นจะเห็นว่า การนำโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเข้ามาประกอบการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดต่างๆ ได้อย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้น แต่ความสามารถในเรื่องการคำนวณนั้น โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตยังมีประสิทธิภาพไม่มากนัก เพราะโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตไม่ได้ถูกสร้างมาเพื่อการคำนวณ ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ควรนำโปรแกรมระบบพีชคณิต (Computer Algebra System: CAS) เข้ามาประกอบการเรียนการสอนร่วมด้วย ซึ่งธนชัย ภูอุดม [5] กล่าวว่า ลักษณะสำคัญของโปรแกรมระบบพีชคณิตคือ สามารถประมวลผลเชิงสัญลักษณ์ได้ กล่าวคือ สามารถหาคำตอบออกมาในลักษณะที่เป็นสัญลักษณ์ เช่น การหาลิมิตของฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เป็นต้น ผู้วิจัยมีความ

คิดเห็นว่าโปรแกรมระบบพีชคณิตจะช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณได้ และช่วยพัฒนาทักษะพื้นฐานให้กับผู้เรียนได้ ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี ประกอบกับมีงานวิจัยซึ่งผลการวิจัยพบว่าการนำโปรแกรมระบบพีชคณิตมาใช้ในการเรียนการสอนมีผลดีต่อการเรียนการสอน เช่น งานวิจัยของ กมล เอกไทยเจริญ [6] ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติของผู้เรียนในวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยทดลองกับนิสิตระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟอยู่ในระดับดีได้ผลเป็นที่น่าพอใจ ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟทำให้มีเวลาเหลือมากพอในการทำความเข้าใจในเนื้อหา ทำให้สามารถเรียนได้เนื้อหาที่มากและลึกซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของชาญชัย สุกใส [7] ที่พบว่า การใช้โปรแกรมระบบพีชคณิตประกอบการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัส โดยทดลองกับนักศึกษาโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์นั้น ส่งผลให้นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่เรียนปกติในชั้นเรียน และนักศึกษามีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมชื่อ Euler พบว่าโปรแกรม Euler มีโปรแกรมระบบพีชคณิตแฝงอยู่ จึงทำให้โปรแกรม Euler สามารถประมวลผลเชิงสัญลักษณ์ได้ อีกทั้งโปรแกรม Euler ยังเป็นโปรแกรมแบบ GPL การนำโปรแกรม Euler เข้ามาใช้ในการเรียนการสอนนั้น นอกจากจะนำมาช่วยในการคำนวณและตรวจคำตอบแล้ว ยังช่วยฝึกทักษะหลายประการให้กับผู้เรียน ได้แก่ ทักษะด้านความรู้ความจำ ทักษะการแสดงวิธีทำอย่างเป็นขั้นตอน เนื่องจากโปรแกรม Euler ช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณ จึงทำให้ผู้เรียนสามารถฝึกทำแบบฝึกหัดได้หลายข้อ เมื่อผู้เรียนได้ฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ เกิดกระบวนการทำซ้ำๆ ผู้เรียนจะสามารถจดจำขั้นตอนการทำแบบฝึกหัดได้เกิดเป็นทักษะและความชำนาญพื้นฐานเพื่อใช้ในการเรียนระดับสูงต่อไป และเนื่องจากเพย์ [8] ได้กล่าวว่า วิชาแคลคูลัสเป็นการสังเคราะห์ระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต ผู้วิจัยจึงเห็นถึงคุณค่าของการผสมผสานเนื้อหาทั้งสองสาขาวิชา จนเกิดเป็นสาขาวิชาใหม่ที่สามารถนำความรู้มาใช้ประโยชน์ได้ เช่น เรื่องโจทย์ปัญหาค่าสูงสุดและต่ำสุดที่สามารถใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ดังนั้นจากเหตุผลและความสำคัญของโปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ที่ได้กล่าวในข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำโปรแกรมทั้งสองมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ สำหรับนิสิตระดับปริญญาตรี

## สมมติฐานของการวิจัย

นิสิตที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมด

## วิธีดำเนินการและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ผู้วิจัยทำการสอนนิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนิสิตระดับปริญญาตรีที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอนตามตารางสอนปกติ จำนวน 4 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 คาบ รวมเป็น 16 คาบ สำหรับการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรม จะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

1.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนิสิตระดับปริญญาตรี ประกอบด้วย

- เนื้อหาและรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอน แบ่งออกเป็น 7 หัวข้อ ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละหัวข้อดังนี้ อนุพันธ์และอนุพันธ์อันดับสูง อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติและฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย อนุพันธ์ของฟังก์ชันซึ่งกำหนดในรูปสมการอิงตัวแปรเสริมและอนุพันธ์ในพิกัดเชิงขั้ว การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โจทย์ปัญหาการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด และความเร็วและความเร่ง อัตราสัมพัทธ์ และค่าเชิงอนุพันธ์และการประยุกต์

- แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 7 แผน รวมทั้งหมด 16 คาบ มีลักษณะกิจกรรมโดยทั่วไปในแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละคาบเป็นกิจกรรมที่ใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ในการเรียนรู้

1.2 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

2. เมื่อนิสิตปฏิบัติกิจกรรมหัวข้อ 4 เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันซึ่งกำหนดในรูปสมการอิงตัวแปรเสริมและอนุพันธ์ในพิกัดเชิงขั้ว เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนิสิตด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เป็นแบบอัตนัย 3 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 25 นาที นอกเวลาเรียนปกติ

3. เมื่อนิสิตปฏิบัติกิจกรรมหัวข้อ 7 เรื่องความเร็วและความเร่ง อัตราสัมพัทธ์ และค่าเชิงอนุพันธ์และการประยุกต์ เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนิสิตด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เป็นแบบอัตนัย 4 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 25 นาที นอกเวลาเรียนปกติ

4. เมื่อสิ้นสุดการสอนทั้ง 7 หัวข้อ ให้นิสิตกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ คาบละ 50 นาที นอกเวลาเรียนปกติ

5. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนให้นิสิตที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ตอบแบบวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler โดยใช้เวลาประมาณ 20 นาที

6. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไปนี้มีวิเคราะห์หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

6.1 คะแนนจากการทำใบกิจกรรม

6.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

6.3 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์

6.4 คะแนนจากการทำแบบวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler

7. ทดสอบสมมติฐานของการวิจัยด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบทวินาม (Binomial test)

## ผลการวิจัย

1. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง ประกอบด้วย คะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมมีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากแบบทดสอบย่อยมีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนทั้งหมด และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งหมด ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 1

**ตารางที่ 1** ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน

ผลการวิเคราะห์	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ )	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
ใบกิจกรรม	20	16.25	81.25	2.24
แบบทดสอบย่อย	30	21.90	73.00	3.77
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	50	34.38	68.76	6.80
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	100	72.53	72.53	11.18

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตกลุ่มตัวอย่างที่เรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler จำนวน 16 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 72.53 คิดเป็นร้อยละ 72.53 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 11.18 ซึ่งคิดคะแนนมาจากใบกิจกรรม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 16.25 คิดเป็นร้อยละ 81.25 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.24 คะแนน จากแบบทดสอบย่อยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 21.09 คิดเป็นร้อยละ 73.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 3.77 และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 34.38 คิดเป็นร้อยละ 68.76 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 6.80

2. การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นิสิตที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สามารถสอบผ่านเกณฑ์คือ ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมด ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากรโดยใช้การทดสอบทวินาม ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 2

**ตารางที่ 2** การทดสอบจำนวนนิสิตที่สอบผ่านเกณฑ์ เรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler คือ ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนิสิต (คน)	จำนวนนิสิตที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	p-Value
นิสิตระดับปริญญาตรี	16	13	0.000**

หมายเหตุ:  $p^{**} < .01$

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า นิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 13 คน ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler คือ ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01

3. การประเมินความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางที่ 3

**ตารางที่ 3** ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนิสิตกลุ่มตัวอย่างต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย $\bar{x}$	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	ระดับความพึงพอใจ
<b>ตอนที่ 1</b> ความพึงพอใจต่อการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอน			
1. จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์มากขึ้น	4.13	0.50	มาก
2. การจัดลำดับเนื้อหาใบกิจกรรม มีความต่อเนื่องและชัดเจน	4.19	0.54	มาก
3. เนื้อหาใบกิจกรรม มีความยากง่ายเหมาะสม	4.13	0.62	มาก
4. เนื้อหาใบกิจกรรม มีความเหมาะสมกับเวลาเรียน	4.00	0.52	มาก
5. เครื่องมือในการทำกิจกรรม ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า	3.88	0.81	มาก
6. เครื่องมือในการทำกิจกรรมมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนมาก	4.31	0.61	มาก
7. การใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้กิจกรรมมีความน่าสนใจ	4.44	0.81	มาก

## ตารางที่ 3 (ต่อ)

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย $\bar{x}$	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับ ความ พึงพอใจ
8. การใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจแนวคิดของอนุพันธ์และการประยุกต์มากขึ้น	4.56	0.51	มากที่สุด
9. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามองเห็นโมโนภาพของอัตราการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ได้ดีขึ้น	4.44	0.51	มาก
10. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นและสนุกกับการเรียนมากขึ้น	4.25	0.78	มาก
รวมตอนที่ 1	4.23	0.62	มาก
<b>ตอนที่ 2 ความพึงพอใจต่อการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน</b>			
11. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น	4.06	0.77	มาก
12. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีอิสระในการคิดมากขึ้น	3.94	0.44	มาก
13. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วยตนเอง	3.81	0.66	มาก
14. กิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาความคิดของข้าพเจ้า	4.00	0.82	มาก
15. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าสามารถจดจำแนวคิดของอนุพันธ์และการประยุกต์ได้นานขึ้น	3.81	0.98	มาก
16. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองมากขึ้น	3.88	0.72	มาก
17. ข้าพเจ้ารู้สึกสนุกกับการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน	4.06	0.44	มาก
18. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีกำลังใจในการเรียนมากขึ้น	4.25	0.58	มาก
19. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีความตั้งใจมากขึ้น	4.31	0.60	มาก
20. กิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อการเรียนแคลคูลัส	4.06	0.77	มาก
รวมตอนที่ 2	4.02	0.68	มาก
<b>รวมทั้งฉบับ</b>	<b>4.13</b>	<b>0.65</b>	<b>มาก</b>

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่านิสิตกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler อยู่ในระดับมาก ซึ่งทั้งฉบับมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.13 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 0.65 คะแนน

## สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

1. คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบรายบุคคลของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.25 คิดเป็นร้อยละ 81.25 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.24

2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.90 คิดเป็นร้อยละ 73.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.77

3. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 34.38 คิดเป็นร้อยละ 68.76 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.80

4. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตกลุ่มตัวอย่างในการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler จำนวน 16 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 72.53 คิดเป็นร้อยละ 72.53 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.18

5. นิสิตกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 16 คน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 81.25 ของจำนวนนิสิตกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

6. นิสิตระดับปริญญาตรี ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นิสิตระดับปริญญาตรี มีความสามารถในการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

7. ความพึงพอใจของนิสิตกลุ่มตัวอย่างต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ทั้งฉบับซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับของแบบวัดความพึงพอใจ พบว่านิสิตกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler อยู่ในระดับมาก

ผู้วิจัยทดลองสอนนิสิตกลุ่มตัวอย่างซึ่งลงทะเบียนเรียนรายวิชา คณ 111 (คณิตศาสตร์ 1) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ จำนวน 16 คน ซึ่งนิสิตทั้งหมดเป็นนิสิตที่เคยได้รับการประเมินผลการศึกษาในระดับชั้นตก (E) หรือ งดเรียนโดยได้รับอนุมัติ (W) ในรายวิชา คณ 111 มาก่อน จึงจัดเป็นนิสิตที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนค่อนข้างอ่อน จากผลการวิจัยพบว่า นิสิตสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ประกอบการเรียนการสอน โดยในส่วนของกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์จากโปรแกรม C.a.R. นี้ จากที่เนื้อหาเรื่องอัตราสัมพัทธ์ค่อนข้างเป็นนามธรรม กิจกรรมจากโปรแกรม C.a.R. ทำให้นิสิตสามารถมองเห็นภาพการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรอย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้น ส่งผลให้นิสิตเกิดความสนใจอยากเรียนรู้ นิสิตได้เห็นภาพความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสองตัวเทียบกับเวลา ทำให้นิสิตสามารถเขียนความสัมพันธ์เพื่อสร้างเป็นสมการได้ และในเรื่องโจทย์ปัญหาการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด ซึ่งนิสิตจะต้องหาคำตอบที่เป็นค่าที่เหมาะสม นิสิตสามารถเห็นลักษณะของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรได้เป็นรูปธรรมมากขึ้นด้วยโปรแกรม C.a.R. จึงสามารถสร้างความสัมพันธ์เพื่อแก้โจทย์ปัญหาได้ อีกทั้งนิสิตได้ลงมือสร้างกราฟของ

ฟังก์ชันและสำรวจค่าความชันของเส้นสัมผัสกราฟ ณ จุดที่กำหนดให้ด้วยตนเอง ได้สังเกตการเคลื่อนที่ของจุดบนกราฟของฟังก์ชันเพื่อสำรวจแนวคิดเรื่องการทดสอบการเป็นจุดสุดขีดสัมพัทธ์โดยอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสอง รวมถึงสำรวจแนวคิดการประมาณค่าของฟังก์ชันโดยใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ เป็นต้น กิจกรรมต่างๆ เน้นให้นิสิตได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องข้อเสนอนี้ของ บรรพต สุวรรณประเสริฐ [9] ที่เกี่ยวข้องกับกรณีสื่อการสอนคณิตศาสตร์มาประกอบการสอนว่า “สื่อการสอนและอุปกรณ์วัสดุทั้งหลายเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้การสอนคณิตศาสตร์เข้าไปในความรู้สึกของผู้เรียนหลายๆ ทาง ดังนั้นอุปกรณ์การสอนไม่ควรมีแค่หนังสือแบบเรียน ชอล์ก และกระดานดำเท่านั้น ยังมีอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์อีกมากมาย ที่ทำให้การสอนมีประสิทธิภาพขึ้น ซึ่งผู้สอนควรนำมาใช้” นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงสมมุติฐานเกี่ยวกับเงื่อนไขสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้ คือ (1) ผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นพฤติกรรมใหม่ได้จากสภาพแวดล้อมรอบตัวทั้งหมดของผู้เรียน (2) การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนเห็นว่าพฤติกรรมที่ต้องการรู้คณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์และมีบทบาทต่อความสนใจของผู้เรียน (3) การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนคิดว่าสิ่งที่เรียนนั้นมีความหมายต่อตัวผู้เรียนและสามารถนำไปใช้ได้ (4) การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ลงมือกระทำด้วยตนเองมากกว่าการเรียนรู้โดยการฟังจากครูผู้สอนเท่านั้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ออกแบบกิจกรรมในรูปแบบการบ้านให้นิสิตสร้าง ได้แก่ แฟ้มงานแบบฝึกเรื่องจุดสูงสุด-ต่ำสุดสัมบูรณ์ แฟ้มงานแบบฝึกเรื่องจุดวิกฤต เป็นต้น ซึ่งเมื่อนิสิตสร้างจุดวิกฤตถูกต้องโปรแกรมจะแจ้งให้ทราบทันทีว่าสร้างได้ถูกต้องแล้ว จึงทำให้นิสิตทราบผลได้ทันที นับว่าโปรแกรม C.a.R. สามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ได้หลากหลาย ทำให้นิสิตมีความรู้สึกสนุกในการเรียน ซึ่งส่งผลดีต่อการเรียนรู้ของตัวนิสิตเอง

2. สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในส่วนของโปรแกรม Euler นั้น พบว่าโปรแกรม Euler ช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนิสิตได้ค่อนข้างมาก โปรแกรม Euler สามารถลดปัญหาจากการใช้เวลาในการคำนวณที่ค่อนข้างมากให้น้อยลงได้ ทั้งช่วยตรวจสอบคำตอบในการอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่มีความซับซ้อน รวมถึงช่วยลดปัญหาการหารากของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่คุ้นเคย เช่นในเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันในระบบพิกัดเชิงขั้ว นิสิตต้องหาค่าความชันของเส้นสัมผัสกราฟของฟังก์ชันซึ่งสามารถหาได้โดยใช้สูตรจากทฤษฎีบท 4.2 และทฤษฎีบท 4.3 ซึ่งนิสิตคิดว่าสูตรจากทฤษฎีบท 4.2 ต้องจำสูตรที่ยาวกว่า ในขณะที่สูตรจากทฤษฎีบท 4.3 นั้นสั้นกว่ามาก แต่นิสิตต้องใช้ความรู้หามุม  $\theta$  เมื่อทราบค่าของ  $\tan \theta$  ซึ่งโดยส่วนใหญ่นิสิตจะทราบเฉพาะมุม  $\theta$  ที่สำคัญๆ เท่านั้น เช่น  $\theta = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi$  เป็นต้น แต่ค่าของ  $\tan \theta$  เป็นค่าที่นิสิตไม่คุ้นเคย นิสิตจะหามุม  $\theta$  ไม่ได้ หรือต้องใช้เวลาในการเปิดตารางและคำนวณหาอย่างมาก เมื่อผู้วิจัยนำโปรแกรม Euler เข้ามาช่วยนิสิตในการแก้ปัญหาเรื่องการหาค่ามุม  $\theta$  พบว่านิสิตสามารถคำนวณหาค่าความชันของเส้นสัมผัสกราฟของฟังก์ชันด้วยสูตรจากทฤษฎีบท 4.3 ได้เร็วขึ้น ซึ่งนิสิตรู้สึกพึงพอใจและสนุกกับการเรียนรู้ และมีความสนใจอยากทำแบบฝึกหัดมากขึ้น เป็นต้น สอดคล้องกับคำกล่าวในงานวิจัยของ กมล เอกไทยเจริญ [6] เกี่ยวกับเจตคติของผู้เรียนที่เรียนด้วยโปรแกรมระบบพีชคณิต คือ ผู้เรียนมีความเห็นว่าการนำโปรแกรมระบบพีชคณิตเข้ามาใช้ในการเรียนการสอน ช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณ และทำให้ผู้เรียนมีความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหา ผู้เรียนมีความเห็นว่าการเรียนด้วยวิธีนี้เป็นประสบการณ์ที่ดีสำหรับผู้เรียน นอกจากนี้การนำโปรแกรมระบบพีชคณิตเข้ามาใช้ในการเรียนการสอนยังมีส่วนช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะและความชำนาญพื้นฐานต่างๆ เนื่องจากความสามารถในการ

คำนวณของโปรแกรม Euler มีส่วนช่วยให้ประหยัดเวลาในกระบวนการเรียนรู้ ผู้เรียนจึงสามารถฝึกทำแบบฝึกหัดได้หลายข้อ ส่งผลให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและความชำนาญหลายอย่าง ได้แก่ ทักษะด้านความรู้ ความจำ ทักษะในการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ ทักษะการแสดงวิธีทำอย่างเป็นขั้นตอน เป็นต้น เมื่อผู้เรียนได้เห็นและได้ฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ ผู้เรียนจะสามารถจดจำขั้นตอนการทำแบบฝึกหัดได้ เกิดเป็นทักษะและความชำนาญพื้นฐานเพื่อใช้ในการเรียนระดับสูงต่อไป

ผลการศึกษาความพึงพอใจของนิสิตกลุ่มตัวอย่างต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์ และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ซึ่งประเมินผลจากคะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับของแบบวัดความพึงพอใจ พบว่า นิสิตกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอนุพันธ์ และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler อยู่ในระดับมาก ทั้งนี้อาจมีสาเหตุเนื่องมาจากนิสิตสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองโดยการปฏิบัติตามกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนิสิตได้สำรวจ สังเกต และได้เห็นแนวคิดที่สำคัญของวิชาแคลคูลัส รวมถึงนิสิตได้เห็นภาพของลักษณะการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร และภาพของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสองตัวเมื่อเทียบกับเวลาได้อย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้น จึงเข้าใจและเรียนรู้อย่างมีความหมาย ส่งผลให้นิสิตรู้สึกสนุกในการเรียน อีกทั้งมีโปรแกรมช่วยอำนวยความสะดวกในการคิดคำนวณ นิสิตจึงสามารถฝึกทักษะ ฝึกทำโจทย์หรือฝึกสร้างกราฟได้บ่อยตามที่ต้องการ ทำให้นิสิตได้ฝึกทักษะต่างๆ อย่างอิสระ ไม่เครียด และไม่หนักใจในการเรียนรู้

### กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ และ อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสด ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำปริญญา นิพนธ์สำหรับนิสิตในระดับบัณฑิตศึกษา จากงบประมาณเงินรายได้ของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี พ.ศ. 2553

### เอกสารอ้างอิง

1. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 2552. คู่มือการศึกษาระดับปริญญาตรี ปีการศึกษา 2552 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. กรุงเทพฯ. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. หน้า 126.
2. อุบล กลองกระโทก. 2550. รายงานการวิจัย เรื่อง การสำรวจเมตริกซ์ของการแปลงโดยใช้เรขาคณิต พลวัต. กรุงเทพฯ. มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา. หน้า 37-38.
3. Boonsamorn, N. 2007. Comparisons of Mathematics Achievement, Spatial Abilities and Mathematics Attitudes of Matthayomsueksa 4 Students Using the Geometer's Sketchpad Program and the Conventional Teaching Approach. M.Ed. (Educational Research). Mahasarakham. Mahasarakham University. p. 96-97. (in Thai).
4. Biza, I., and Zachariades, T. 2008. Using Dynamic Geometry to Introduce Calculus Concepts: CalGeo and the Case of Derivative. *Research in Mathematics Education* 10(1): 89-90.

5. ธนุชัย ภู่อุดม. 2551. การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์. (เอกสารประกอบคำสอน). กรุงเทพฯ. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา. หน้า 2.
6. Eakthaichareon, K. 2002. A Study of the Undergraduate Mathematics Students' Achievement and Attitude on Learning Linear Algebra by Using Graphing Calculators. *Srinakharinwirot Science Journal* 18(2): 52-61. (in Thai).
7. ชานุชัย สุกใส. 2546. การทดลองใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยงานคณิตศาสตร์ ประกอบการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ 2. อุบลราชธานี. มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
8. Fey, J. T., Editor. 1984. *Computing & Mathematics*. 2<sup>nd</sup> Edition. Reston, Virginia. National Council of Teachers of Mathematics. p. 53-59.
9. บรรพต สุวรรณประเสริฐ. 2544. การพัฒนาหลักสูตรโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ. โรงพิมพ์แสงศิลป์. หน้า 144.

ได้รับบทความวันที่ 1 เมษายน 2553

ยอมรับตีพิมพ์วันที่ 4 พฤษภาคม 2553

