

การจัดการเรียนรู้เรื่องการคูณและการหารตาม วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก

* ดร. รุ่งทิวา แยมรุ่ง

บทคัดย่อ

เด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี มีลักษณะเฉพาะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง ใช้การหยั่งรู้ด้วยตนเองสามารถแสดงการคิดโดยธรรมชาติของตนเองได้ทั้งที่เป็นเรื่องที่ไม่คุ้นเคยและยังไม่ได้เรียนมา โดยนำความรู้เชิงสัญชาตญาณทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เคยมีประสบการณ์มาก่อนมาทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาแล้วสร้างข้อสรุปจากข้อมูลหรือสถานการณ์ต่างๆ ในลักษณะกรณีทั่วไปอย่างไม่เป็นทางการและพบว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กมีทั้งในระดับที่ต่ำจนถึงระดับที่สูง ในการดำเนินการแก้ปัญหาของเด็กมีทั้งการใช้ตัวแบบในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นระยะที่ใช้ประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ ใช้ การนับในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นระยะของการใช้ภาพเป็นสื่อประกอบการนับ และใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นระยะของการสร้างสัญลักษณ์

Abstract

Children aged 7-10 have their own ways of thinking mathematically. Self-learning children were able to naturally think and deal with both the unseen and non-routine problems by employing intuitive knowledge, skills, and mathematical methods of problem solving. Based on personal skills and problem-solving experiences, inexperienced children analyzed problem for an answer by concluding through informal generalization.

* อาจารย์ประจำสาขาวิชาการประถมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

Moreover, it was found that the mathematical thinking of children ranging from low to high levels referring to the used methods of problem solving are varied from directed model, counting and mathematical method that are considered as (mental development) in enactive stage, iconic stage and symbolic stage, respectively.

วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก

ปัญหาที่นักการศึกษากำลังประสบอยู่ในปัจจุบัน คือ การทำความเข้าใจว่าเด็กคิดอย่างไร ซึ่งนับเป็นความพยายามอย่างหนึ่งที่จะเข้าใจธรรมชาติของผู้เรียนเพื่อหาทางส่งเสริมแนะนำได้อย่างถูกต้อง จากการศึกษาของบอร์โรมีโอ (Borromeo. 2005: Online) พบว่า คนเรามีวิธีที่จะอธิบายถึงข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์หลายวิธี และยังมีอีกหลายวิธีที่จะทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์และวิธีการคิด บางคนสามารถเข้าใจข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ได้อย่างง่ายดาย โดยผ่านการวาดภาพร่าง หรือการเขียนกราฟแบบต่างๆ ขณะที่บางคนจะต้องค้นหาโครงร่าง แบบรูป หรือสูตร และการประยุกต์ข้อเท็จจริงนั้น ครูจึงต้องทราบถึงข้อผิดพลาดและวิธีการคิดของนักเรียนเพื่อสามารถนำไปปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของตนต่อไป จากการศึกษางานวิจัยทางการศึกษาต่างๆ เป็นที่ยอมรับว่า การที่ครูได้รู้วิธีการคิดและแนวการเรียนรู้ของนักเรียนจะเป็นประโยชน์ต่อตัวครูที่จะนำมาพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนให้ได้ผลดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ปรัชญาของการเรียนรู้เพื่อชี้แนะการรู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) ยังกล่าวถึงพื้นฐานความรู้จากศาสตร์ทางความคิดว่าเด็กเรียนรู้เนื้อหาได้ อย่างไรก็ตามสิ่งจำเป็นในการตัดสินใจเลือกการจัดการเรียนรู้โดยครูจำเป็นต้องตระหนักถึงความรู้ที่หลากหลายระดับของนักเรียน และครูต้องเลือกใช้วิธีการสอนที่หลากหลายเพื่อเชื่อมโยงความรู้ใหม่ไปสู่ความรู้เดิมที่ขยายขึ้นมา (Carpenter; Fennema; & Peterson. 1989: 499-531)


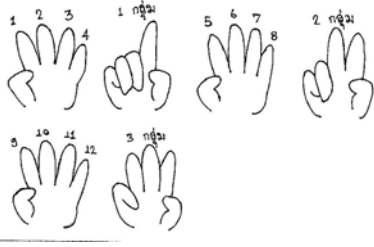

และจากงานวิจัยที่ผ่านมาเป็นที่ยอมรับว่าเด็กมีแนวคิดของตัวเองติดตัวมาตั้งแต่ก่อนเข้าโรงเรียน นอกจากนี้จากผลการวิจัยกว่า 25 ปี ชี้ให้เห็นว่าเด็กในวัยก่อนเข้าโรงเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับจำนวนอยู่บ้าง (Kilpatrick; Swafford; & Findell. 2001:1-2) แสดงให้เห็นว่าเด็กมีความคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเองมาตั้งแต่ก่อนเข้าโรงเรียน จึงเป็นที่น่าสังเกตว่าบางครั้งในการคิดโจทย์ทางคณิตศาสตร์บางประเภท เด็กสามารถคิดได้เอง แต่เมื่อเข้าสู่กระบวนการเรียนการสอนในชั้นเรียนนักเรียนหลายคนไม่สามารถนำสิ่งที่ติดตัวมาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชั้นเรียนได้ อะไรที่ขัดกับวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นและจากการที่ผู้เขียนได้เคยทำการศึกษาเปรียบเทียบกระบวนการคิดของเด็กไทยและเด็กญี่ปุ่น พบว่าในบางครั้งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา นักเรียนไม่นำความรู้ที่ตนเองได้เรียนเพิ่มขึ้นมาใช้ในการแก้ปัญหาเลย แต่กลับนำความรู้ที่ตนเองได้รับสมัยประถมศึกษาหรือความรู้เชิงสัญชาตญาณ (Intuitive Knowledge) มาใช้ในการแก้ปัญหา (Rungtiwa. 1998) ดังนั้นถ้าครูได้ทราบถึงวิถีแห่งการคิดและแนวการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะทำให้ครูสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งในประเทศไทยข้อมูลทางด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กยังมีน้อยทำให้ผู้เขียนสนใจที่จะศึกษาเกี่ยวกับวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก เพื่อขยายพื้นที่ความรู้ทางด้านนี้ในประเทศไทยต่อไป

จากการศึกษาการดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการหารจำนวนนับของเด็กในช่วงอายุ 7-10 ปี สามารถสรุปความหลากหลายของวิธีดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการหารจำนวนนับตามวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก (รุ่งทิภา นานำรุ่ง. 2550) ดังภาพประกอบ 1

การนับทั้งหมด	พฤติกรรมที่พบ	นับจำนวนทั้งหมดจากหนึ่งจนถึงผลรวม
---------------	---------------	-----------------------------------

ตัวอย่าง

การนับหลังจากวาดภาพหรือใช้ตัวแบบ		วาดภาพหรือจัดตัวแบบตามจำนวนทั้งหมดในโจทย์ แยกเป็นกลุ่มๆ แล้วนับจากหนึ่งจนถึงผลรวม
การนับเพิ่มทีละ 1 โดยใช้นิ้วมือ		นับออกเสียงจากหนึ่งจนถึงผลรวมโดยใช้นิ้วช่วยนับ “หนึ่ง สอง สาม สี่-หนึ่ง ห้า หก เจ็ด แปด-สอง เก้า สิบ สิบเอ็ด สิบสอง-สาม
การนับเพิ่มทีละ 1 ตามจังหวะโดยใช้นิ้วมือ		นับออกเสียงด้วยการเน้นคำที่แต่ละผลคูณตามขนาดของกลุ่ม “หนึ่ง สอง สาม สี่ ห้า หก เจ็ด แปด เก้า สิบ สิบเอ็ด สิบสอง

การนับข้าม	พฤติกรรมที่พบ	นับข้ามตามลำดับของแต่ละจำนวน : n, 2n, 3n, 4n,...
------------	---------------	--

ตัวอย่าง

การนับข้ามโดยการวาดภาพทั้งหมด		วาดภาพสิ่งของทั้งหมดแล้วใช้การนับทั้งหมด แต่หาคำตอบโดยใช้การนับข้ามและสี่ (ขีด) ที่แต่ละกลุ่มตามภาพ “4, 8, 12, ..., 32”
การนับข้ามโดยเขียนจำนวนกลุ่ม		เขียนตัวเลขแต่ละกลุ่มแล้วนับข้ามตามลำดับของแต่ละจำนวน ขณะนับจะชี้ไปที่แต่ละจำนวนด้วย
การนับข้ามโดยใช้นิ้วมือช่วยนับ		นับออกเสียงตามลำดับ บันทึกจำนวนกลุ่มโดยใช้นิ้ว “4, 8, 12, 16, 24” อาจเริ่มจากนิ้วใดก่อนก็ได้
การนับข้ามโดยไม่ต้องมีตัวช่วยหรืออุปกรณ์ช่วยในการนับ		นับออกเสียงตามลำดับ “7, 14, 21, ..., 42”

การบวก/การลบ	พฤติกรรมที่พบ	เขียนจำนวนที่นำมาบวก/ลบกัน โดยเครื่องหมายบวก/ลบ
ตัวอย่าง		
การบวกซ้ำ/การลบซ้ำ		เพิ่มเข้า/หักออกครั้งละเท่าๆ กันตามขนาดของกลุ่ม โดยอาจใช้การตั้งบวก/ตั้งลบ หรือเขียนผลบวก/ผลลบเรียงกันและบวก/ลบในใจ
การยุบรวมกลุ่มและทำการบวก		เขียนจำนวนที่ต้องการหาผลบวกแล้วจับบวกเป็นคู่ๆ หลังจากนั้นนำผลบวกที่ได้มาบวกกันต่อ
การบวกซ้ำและการบวกในลักษณะทวิคูณ	$7 + 7 \rightarrow 14 + 14 \rightarrow 28$	บวกซ้ำตามขนาดของกลุ่มแล้วนำผลบวกที่ได้ไปบวกซ้ำต่อไป

ภาพประกอบ 1 วิธีดำเนินการแก้ปัญหาตามวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กในช่วงอายุ 7-10 ปีที่พบในงานวิจัย

ข้อเสนอในการจัดการเรียนรู้เรื่องการคูณและการหารจำนวนนับ

ผลจากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลที่ผ่านมาดังกล่าวจะเห็นว่า การดำเนินการแก้ปัญหาการคูณและการหารจำนวนนับที่ขนาดของจำนวนมีขนาดใหญ่จะขึ้นอยู่กับพื้นฐานทางการนับของเด็ก นั่นคือก่อนที่เด็กจะเรียนเรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนที่มีสองหลักกับ

สามหลักเด็กควรได้รับการพัฒนาในเรื่องการนับโดยเฉพาะการนับฐานสิบให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ เพราะการที่เด็กสามารถนับได้อย่างเข้าใจความหมาย เด็กเหล่านั้นก็สามารถแก้ปัญหาจำนวนที่มีสองหลักกับสามหลักได้เช่นกัน

จากการดำเนินการแก้ปัญหาการคูณและการหารจำนวนนับที่พบในเด็กช่วงอายุ 7-10 ปี ครูสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้กับเด็กเล็กได้ โดยอาจเลือกใช้วิธีการต่อไปนี้

1. การใช้ตัวแบบ

ครูควรจัดหาอุปกรณ์หรือตัวช่วยต่างๆ ไว้ในชั้นเรียนเพื่อช่วยในการแก้ปัญหาของเด็กเมื่อเด็กต้องการ เช่น ภาดพลาสติก เม็ดลูกคิด ตะเกียบ ไม้จิ้มฟัน บล็อกพลาสติก ตัวนับ หรือครูอาจกระตุ้นให้เด็กใช้การวาดภาพ ใช้รอยขีดหรือใช้นิ้วมือ

2. การนับ

2.1 การนับข้าม 3, 6, 9, 12, 15 ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $5 \times 3 = 15$

2.2 การนับเพิ่ม/การนับลด 3 บวกกัน 3 จำนวนได้ 9 ($3 \times 3 = 9$) นับเพิ่มทีละ 1 จาก 9... 10, 11, 12 ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $4 \times 3 = 12$ 4 บวกกัน 4 จำนวนได้ 16 ($4 \times 4 = 16$) นับลดทีละ 1 จาก 16... 15, 14, 13, 12 ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $3 \times 4 = 12$

3. การบวก/การลบ

3.1 การบวกซ้ำ $6 + 6 + 6 = 18$ ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $3 \times 6 = 18$

3.2 การลบซ้ำ $18 - 6 = 12$ และ $12 - 6 = 6$ และ $6 - 6 = 0$ ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $18 \div 6 = 3$

3.3 การยุบรวมกลุ่มและทำการบวก $8 + 8 = 16$ และ $8 + 8 = 16$ และ $16 + 16 = 32$ ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $4 \times 8 = 32$

4. การใช้ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวน

4.1 การทวีคูณ 6 บวกกัน 4 จำนวนได้ 24 ($4 \times 6 = 24$) ดังนั้น 6 บวกกัน 8 จำนวนได้ 48 ($8 \times 6 = 48$)

4.2 การเพิ่มเข้าครั้งละเท่าๆ กัน 4 บวกกัน 6 จำนวนได้ 24 ($6 \times 4 = 24$) และ $24 + 4 = 28$ ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $7 \times 4 = 28$

4.3 การหักออกครั้งละเท่าๆ กัน 9 บวกกัน 10 จำนวนได้ 90 ($10 \times 9 = 90$) และ $90 - 9 = 81$ ซึ่งเป็นหลักการที่นำไปสู่แนวคิด $9 \times 9 = 81$

5. การดำเนินการอื่นๆ ที่พบ

5.1 การลองผิดลองถูก การลองผิดลองถูกจะช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้และกล้าที่จะแสดงความคิด เกิดความมั่นใจและอยากที่จะเข้าไปพัวพันในภาระงาน การเริ่มต้น

บทเรียนแต่ละเรื่องครูควรฝึกให้เด็กได้แสดงวิธีการคิดและการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายโดยวิธีการที่เป็นของพวกเขาเอง และเปิดโอกาสให้เด็กได้แลกเปลี่ยนวิธีการของพวกเขา กับเพื่อนร่วมชั้นเรียน หลังจากนั้นครูจึงสรุปวิธีการที่เหมาะสม เพราะผลจากการวิจัยพบว่าวิธีการที่เด็กค้นพบเองบางครั้งเป็นวิธีการที่ ทำให้ง่าย สละสลวย และเหมาะสมกับวัยของเขาเอง

5.2 การกะประมาณการกะประมาณเป็นกระบวนการที่ดีที่ครูควรฝึกให้เกิดขึ้นในตัวเด็กทุกคน เนื่องจากการกะประมาณเป็นวิธีการที่ได้ผลและมีคุณค่าในการบูรณาการไปสู่หลักสูตรคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ปัญหาและสถานการณ์ที่พบในชีวิตจริงล้วนต้อง ใช้การกะประมาณในการหาคำตอบมากกว่าการคำนวณที่แม่นยำ ดังนั้นในช่วงชั้นแรกๆ (ประถมศึกษาปีที่ 1-3) ครูควรจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการกะประมาณในชีวิตจริงให้เด็กได้ฝึกบ่อยๆ จนเด็กเกิดความเชื่อมั่นและสามารถนำไปสู่ การคำนวณที่แม่นยำในที่สุด

ในการจัดการเรียนรู้ครูควรจัดประสบการณ์ให้เด็กได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ทำทหายเพื่อส่งเสริมให้เด็กได้มีโอกาสใช้วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นของตนเอง สถานการณ์ที่จัดให้กับเด็กควรมีความหมายและมีความสำคัญ กระตุ้นให้เด็กสามารถเชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่เข้ากับประสบการณ์เก่าได้ สามารถมองเห็นภาพของสถานการณ์ปัญหาจนสามารถแก้ปัญหาตามวิถีทางของตนเองได้สำเร็จ

นอกจากนี้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ควรมีอุปกรณ์ต่างๆ วางไว้ให้เด็กได้เลือกใช้ประกอบ การคิดอย่างอิสระและบรรยากาศในการเรียนรู้ควรเป็นไปอย่างเป็นกันเอง ให้เด็กรู้สึกมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการคิดหรือมีความรู้สึกทางบวกเพื่อเด็กจะได้เข้าไปมีส่วนร่วมกับกิจกรรมหรือภาระงานนั้น และต้องการที่จะคิด ครูควรใช้สื่อในการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อช่วยให้เด็กมองเห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น และสื่อที่นำมาใช้ควรเป็นสื่อที่เหมาะสมกับวัยของเด็ก ใช้สะดวก/ง่ายต่อการใช้และการดูแลรักษา มีสีสันสวยงาม หรือหยิบใช้ง่าย เช่น เม็ดลูกคิด ภาดพลาสติก ตะเกียบ เป็นต้น เนื่องจากสื่อลักษณะดังกล่าวเด็กจะชอบ

บรรณานุกรม

- Borromeo Ferri, Rita. (2005). **Mathematical Thinking Styles-An Empirical Study**. Retrieved April 21, 2005, from <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups>.
- Carpenter, Thomas P.; Fennema, E.; & Peterson. P.L. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. **American Educational Research Journal**. 26(4): 499-531.
- Kilpatrick, Jeremy.; Swafford, Jane.; & Findell, Bradford., editors. (2001). **Adding It Up Helping Children Learn Mathematics**. Washington, DC: National Academy Press.
- Rungtiwa Nabumrung. (1998). **A Study on Mathematics Education in Upper Secondary School in Japan and Thailand**. A Research Paper at Akita University Mathematics Education Special, Graduate School of Education. Japan.
- รุ่งทิวา นานำรุ่ง. (2550). **วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี**. ปรินซิพนิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.