แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบทั่วไปสำหรับความถี่ของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้ายและความยาวของท่อปรับของเครื่องยนต์ฟลูอิไดน์

Generalized mathematical model for displacer frequency and tuning column length of a Fluidyne engine

บัญชา ค้งตระกูล[1]

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบทั่วไปสำหรับการหาความถี่ของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้ายและความยาวของท่อปรับของเครื่องยนต์ฟลูอิไดน์ ผลจากการศึกษานี้ชี้ให้เห็นว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบทั่วไปที่เสนอนี้สามารถประยุกต์กับกรณีจำเพาะต่างๆทุกกรณี ได้ผลลัพธ์เท่ากับแบบจำลองแบบจำเพาะต่างๆที่เสนอโดยผู้อื่น

Abstract

Generalized mathematical models for determining the Fluidyne engine's displacer frequencies and tuning column lengths are presented. Results from this study indicate that these presented generalized models can be applied to all special cases. Results for special cases obtained from these generalized models are the same as that of presented by others.

Keywords: Fluidyne engine, Liquid piston Stirling engine

[1]ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์ นครนายก 26120

Email: bancha_kong@yahoo.com

1. บทนำ

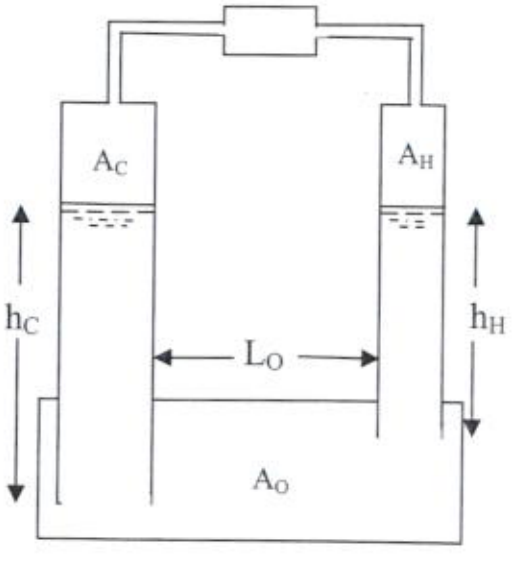
เครื่องยนต์ฟลูอิไดน์ (Fluidyne engine) เป็นเครื่องยนต์สเตอร์ลิง (Stirling engine) ชนิดหนึ่ง ซึ่งใช้ของเหลวเป็นลูกสูบ จึงนิยมเรียกว่าเป็นเครื่องยนต์สเตอร์ลิงลูกสูบของเหลว (Liquid piston Stirling engine) การทำงานของเครื่องยนต์ชนิดนี้ในรายละเอียดจะศึกษาได้จากงานของ West [1]

สำหรับการวิเคราะห์เครื่องยนต์ฟลูอิไดน์ นอกจากการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์แล้วยังต้องการการทำนายความถี่ของวัฏจักรหรือความเร็วรอบของเครื่องยนต์อีกด้วย การวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของเครื่องยนต์สเตอร์ลิงสามารถอ่านได้จากงานก่อนหน้านี้ของผู้เขียน [2]

ปัญหาที่พบในการศึกษาเครื่องยนต์ฟลูอิไดน์ประการหนึ่งก็คือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มักจะเป็นรูปแบบจำเพาะ จึงได้ศึกษาในเชิงทฤษฎี และนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายในรูปแบบทั่วไปที่จะสามารถประยุกต์ใช้กับเครื่องยนต์ฟลูอิไดน์ในรูปแบบลักษณะใดๆก็ตามได้ทั้งหมด ในรูปของตัวแปรที่สำคัญคือความถี่ของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้าย (Displacer cylinder) และความยาวของลำน้ำในท่อปรับ (Tuning column)

2. ความถี่ของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้าย

พิจารณากระบอกสูบเคลื่อนย้าย (Displacer cylinder) ของเครื่องยนต์ฟลูอิไดน์ซึ่งประกอบด้วยขาเย็น (Cold leg) ที่มีพื้นที่หน้าตัด A_C และขาร้อน (Hot leg) ที่มีพื้นที่หน้าตัด A_H ต่อเข้าด้วยกันโดยท่อเชื่อมต่อ (Transfer pipe) ที่มีพื้นที่หน้าตัด A_O ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 กระบอกสูบเคลื่อนย้ายในรูปแบบทั่วไปของเครื่องยนต์ฟลูอิไดน์

ถ้าผิวของลำน้ำในขาเย็นลดลงเป็นระยะทาง x_C น้ำในขาร้อนจะเคลื่อนที่ขึ้นเป็นระยะเท่ากับ x_H ซึ่ง

$$x_C A_C = x_H A_H \tag{1}$$

หรือ $$x_H = (A_C/A_H)\, x_C \tag{2}$$

และ $$\dot{x}_H = (A_C/A_H)\, \dot{x}_C \tag{3}$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับน้ำที่อยู่ในท่อต่อระหว่างขาเย็นกับขาร้อน จะได้ความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$x_C A_C = x_O A_O \tag{4}$$

$$x_O = (A_C/A_O)\, x_C \tag{5}$$

$$\dot{x}_O = (A_C/A_O)\, \dot{x}_C \tag{6}$$

พลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ของน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้ายทั้งหมด คือ

$$[KE = \frac{1}{2}mv^2]: \quad KE = \frac{1}{2}(\rho A_C h_C)\, \dot{x}_C^{\,2} + \frac{1}{2}(\rho A_H h_H)\, \dot{x}_H^{\,2} + \frac{1}{2}(\rho A_O L_O)\, \dot{x}_O^{\,2} \tag{7}$$

แทนสมการ (3) และ (6) ลงในสมการ (7) ได้

$$KE = \frac{1}{2}\rho A_C \left[h_C + \frac{A_C}{A_H} h_H + \frac{A_C}{A_O} L_O \right] \dot{x}_C^{\,2} \tag{8}$$

พลังงานศักย์ในการเคลื่อนที่ของลำน้ำทั้งหมดคือ [3]

$$[PE = \frac{1}{2}kx^2]: \quad PE = \frac{1}{2}(\rho A_C x_C g/x_C)\, x_C^{\,2} + \frac{1}{2}(\rho A_H x_H g/x_H)\, x_H^{\,2} \tag{9}$$

แทนสมการ (2) ลงในสมการ (9) ได้

$$PE = \frac{1}{2}\rho g A_C \left(1+\frac{A_C}{A_H}\right) x_C^{\,2} \tag{10}$$

สมการการเคลื่อนที่สามารถหาได้โดยใช้วิธีพลังงาน คือ [3]

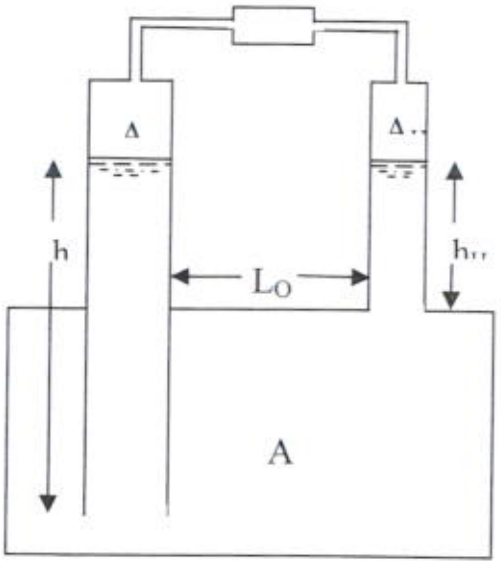
$$\left[\frac{d}{dt}(KE+PE) = 0\right]:$$

$$\frac{1}{2}\rho A_C \left(h_C + \frac{A_C}{A_H} h_H + \frac{A_C}{A_O} L_O \right)(2\dot{x}_C \ddot{x}_C) + \frac{1}{2}\rho g A_C \left(1+\frac{A_C}{A_H}\right)(2 x_C \dot{x}_C) = 0$$

$$\ddot{x}_C + \left[g \left(1+\frac{A_C}{A_H}\right) / \left(h_C + \frac{A_C}{A_H} h_H + \frac{A_C}{A_O} L_O \right) \right] x_C = 0 \tag{11}$$

สมการ (11) เป็นสมการการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิคอย่างง่ายที่ไม่มีการหน่วง ดังนั้นความถี่ธรรมชาติในการแกว่งของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้าย คือ

$$f=\frac{1}{2\pi}[g(1+\frac{A_C}{A_H})/(h_C+\frac{A_C}{A_H}h_H+\frac{A_C}{A_O}L_O)]^{0.5} \qquad (12)$$



รูปที่ 2 Reservoir displacer

กรณีเฉพาะ 1: ในกรณีที่ขาร้อนและขาเย็นมีขนาดความโตไม่เท่ากัน แต่ท่อต่อมีขนาดใหญ่กว่าขาร้อนและขาเย็นมากและเป็นท่อสั้นๆดังแสดงไว้ในรูปที่ 2 กระบอกสูบเคลื่อนย้ายในกรณีนี้เรียกว่า Reservoir displacer [1] เทอม $(A_C/A_O)L_O$ ในสมการ (12) จะเข้าสู่ศูนย์ ดังนั้นความถี่ของ Reservoir displacer จะประมาณได้จาก

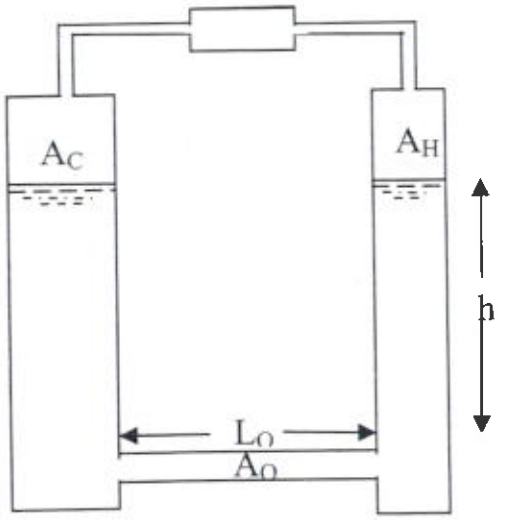
$$f=\frac{1}{2\pi}[g(1+\frac{A_C}{A_H})/(h_C+\frac{A_C}{A_H}h_H)]^{0.5} \qquad (13)$$

ซึ่งสมการ (13) นี้จะเหมือนกับสมการสำหรับ Reservoir displacer ที่เสนอโดย West [1]

กรณีเฉพาะ 2: ในกรณีที่ขาร้อนและขาเย็นมีขนาดความโตไม่เท่ากัน แต่มีความยาวของขาทั้งสองเท่ากัน ดังแสดงไว้ในรูปที่ 3 ให้ $h_C = h_H = h$ ในกรณีนี้สมการ (12) จะกลายเป็น

$$f=\frac{1}{2\pi}[g(1+\frac{A_C}{A_H})/\{h(1+\frac{A_C}{A_H})+\frac{A_C}{A_O}L_O\}]^{0.5} \qquad (14)$$

ซึ่งสมการ (13) นี้จะตรงกับสมการสำหรับการแกว่งของลำน้ำในถังที่ขนาดไม่เท่ากันต่อด้วยท่อที่เสนอโดย Thomson [4]



รูปที่ 3 กระบอกสูบเคลื่อนย้ายที่ขาร้อนและขาเย็นโตไม่เท่ากัน แต่มีความยาวเท่ากัน

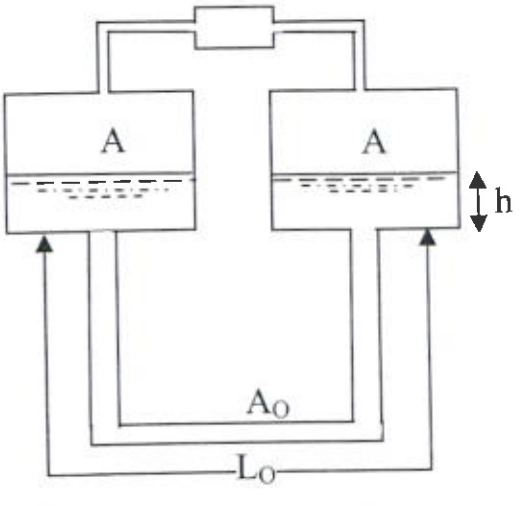
กรณีเฉพาะ 3: ในกรณีที่ขาร้อนและขาเย็นมีขนาดความโตเท่ากัน $A_H = A_C = A$ และมีความยาวของขาทั้งสองเท่ากัน $h_C = h_H = h$ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4 ในกรณีนี้สมการ (12) จะกลายเป็น

$$f = \frac{1}{2\pi} [2g/(2h + \frac{A}{A_O} L_O)]^{0.5} \qquad (15)$$

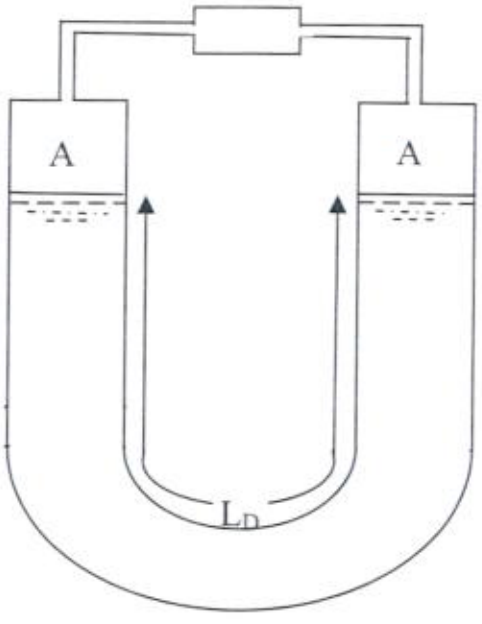
ถ้า A_O น้อยกว่า A_C มากๆ และ L_O ยาวกว่า 2h มากๆ ความถี่ของการแกว่งของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้ายกรณีนี้จะประมาณได้จาก

$$f = \frac{1}{2\pi} [(2g/L_O) \frac{A_O}{A}]^{0.5} \qquad (16)$$

ซึ่งสมการ (16) นี้จะเหมือนกับสมการสำหรับกระบอกสูบเคลื่อนย้ายแบบท่อตัวยูที่มีหน้าตัดไม่เท่ากัน (U tube displacer with varying cross section) ที่เสนอโดย West [1]



รูปที่ 4 กระบอกสูบเคลื่อนย้ายที่ขาร้อนและขาเย็นโตเท่ากัน ต่อด้วยท่อขนาดเล็ก



รูปที่ 5 กระบอกสูบเคลื่อนย้ายแบบท่อรูปตัวยูอย่างง่าย

กรณีเฉพาะ 4: ในกรณีที่ท่อทั้งหมดมีขนาดความโตเท่ากัน $A_C = A_H = A_O = A$ และมีความยาวของขาทั้งสองเท่ากัน ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5 ให้ $h_C + h_H + L_O = L_D$ ในกรณีนี้สมการ (12) จะกลายเป็น

$$f = \frac{1}{2\pi} (2g/ L_D)^{0.5} \qquad (17)$$

ซึ่งสมการ (17) นี้จะตรงกับสมการสำหรับการแกว่งของท่อรูปตัวยูอย่างง่าย (Simple U-tube) ที่เสนอโดย Seto [3], Thomson [4] และ West [1]

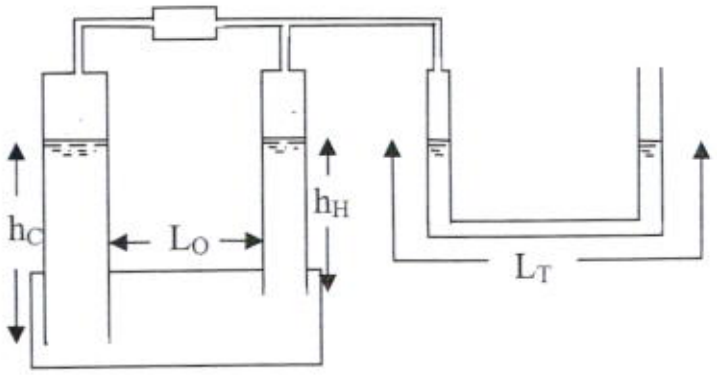
3. ความยาวของท่อปรับ

3.1ท่อปรับแบบแยก

ถ้าความดันและปริมาตรภายในช่องต่างๆทั้งหมดของเครื่องยนต์เป็น p_m และ V_m ตามลำดับ ถ้าพฤติกรรมของอากาศภายในช่องว่างภายในเครื่องยนต์เป็นแบบอุณหภูมิคงตัว (Isothermal) เมื่อผิวของลำน้ำในขาด้านขวามือของท่อปรับลดลงเป็นระยะทาง x_T ผิวของลำน้ำในขาด้านซ้ายมือของท่อปรับจะเพิ่มขึ้นเป็นระยะทาง x_T เท่ากันและทำให้ปริมาตรของช่องว่างลดลงเท่ากับ $A_T x_T$ ความดันภายในช่องว่างจะเพิ่มขึ้นเท่ากับ p โดยที่ [1]:

$$p_m V_m = (p_m + p)(V_m - A_T x_T) = \text{const.} \qquad (18)$$

เพราะฉะนั้น $p = (A_T x_T/V_m) (p_m + p)$ (19)



รูปที่ 6 ท่อปรับแบบแยก

เนื่องจากในเครื่องยนต์สเตอร์ลิงมีอัตราส่วนการอัด (Compression ratio) ค่อนข้างต่ำ มีผลให้ค่าของ p จะค่อนข้างน้อยกว่า p_m มาก ด้วยเหตุนี้จึงมีเหตุผลที่จะประมาณให้ [1]:

$$p = (A_T p_m/V_m) x_T \tag{20}$$

ความดันแตกต่างจะหาได้จาก [1]:

ความดันแตกต่าง = ความดันเนื่องจากการอัดของอากาศ+

ความดันเนื่องจากการเปลี่ยนระดับของลำน้ำ

$$\Delta p = (A_T p_m/V_m) x_T + \rho g (2x_T) \tag{21}$$

แรงลัพธ์คือ

$$\Sigma F = A_T [(A_T p_m/V_m) x_T + \rho g (2x_T)] \tag{22}$$

สมการการเคลื่อนที่ของลำน้ำในท่อปรับจะหาได้อย่างง่ายๆจากกฎข้อที่สองของนิวตัน คือ

$[\Sigma F = m a]$: $(\rho A_T L_T) \ddot{x}_T + A_T [(A_T p_m/V_m) x_T + \rho g (2x_T)] = 0$

$$\ddot{x}_T + \{[(A_T p_m/V_m) + 2\rho g]/(\rho L_T)\} x_T = 0 \tag{23}$$

ดังนั้นความถี่ในการแกว่งของลำน้ำในท่อปรับคือ

$$f = \frac{1}{2\pi}[(A_T p_m/V_m + 2\rho g)/(\rho L_T)]^{0.5} \tag{24}$$

ความยาวของลำน้ำในท่อปรับจะหาได้จาก

$$L_T = \frac{1}{(2\pi f)^2}\left[\frac{A_T p_m}{\rho V_m} + 2g\right] \tag{25}$$

เพื่อให้ได้สมรรถนะสูงสุด ความถี่ของลำน้ำในท่อปรับต้องเท่ากับลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้าย [1]

3.2 ท่อปรับแบบรวม

สำหรับท่อปรับแบบรวม (Merged-cylinder) ที่แสดงไว้ในรูปที่ 7 เมื่อผิวของลำน้ำในขาด้านขวามือของท่อปรับลดลงเป็นระยะทาง x_T ผิวของลำน้ำในขาทั้งสองของกระบอกเคลื่อนย้ายจะเพิ่มขึ้นเป็นระยะทาง x_C และ x_H ตามลำดับ ทำให้ปริมาตรของลำน้ำในท่อปรับลดลงเท่ากับ $A_T x_T$ และปริมาตรรวมของลำน้ำในขาร้อนกับขาเย็นเพิ่มขึ้นในจำนวนที่เท่ากัน คือ

$$A_T x_T = A_H x_H + A_C x_C \tag{26}$$

แทนค่า $x_H = (A_C/A_H) x_C$ จากสมการ (2) จะได้

$$A_T x_T = 2 A_C x_C \tag{27}$$

หรือ
$$x_C = \frac{1}{2}\frac{A_T}{A_C} x_T \tag{28}$$

ในกรณีที่พฤติกรรมของอากาศภายในช่องว่างในเครื่องยนต์เป็นแบบอุณหภูมิคงตัว ความดันแตกต่างจะหาได้จาก [1]

ความดันแตกต่าง = ความดันเนื่องจากการอัดของอากาศ +
ความดันเนื่องจากระดับของลำน้ำในท่อปรับลดลง +
ความดันเนื่องจากระดับของลำน้ำในกระบอกเคลื่อนย้ายสูงขึ้น

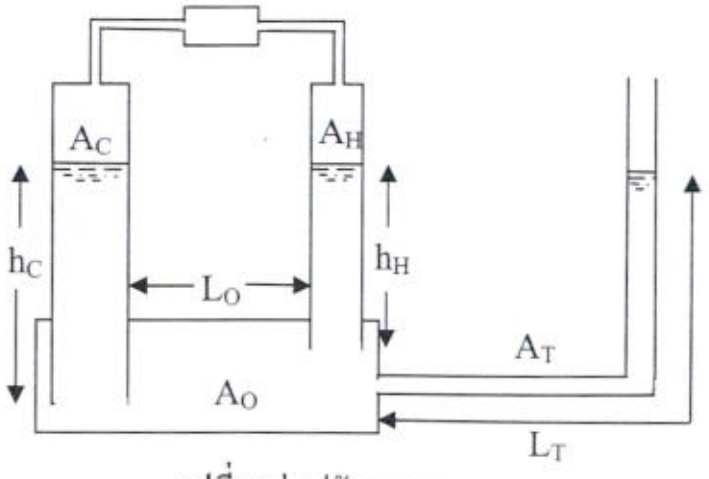
$$\Delta p = (A_T p_m/V_m) x_T + \rho g x_T + \rho g x_C + \rho g x_H \tag{29}$$

พลังงานศักย์ในการเคลื่อนที่ของลำน้ำทั้งในท่อปรับและกระบอกสูบเคลื่อนย้ายทั้งหมด คือ [$PE = \frac{1}{2} k x^2$]:

$$PE = \frac{1}{2}[A_T (A_T p_m/V_m) x_T/x_T] x_T^2 + \frac{1}{2}(\rho A_T x_T g/x_T) x_T^2 + \frac{1}{2}(\rho A_C x_C g/x_C) x_C^2 + \frac{1}{2}(\rho A_H x_H g/x_H) x_H^2 \tag{30}$$

แทนสมการ (2) และ (28) ลงในสมการ (30) ได้

$$PE = \frac{1}{2} A_T [\frac{A_T p_m}{V_m} + \rho g \{1 + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}(1 + \frac{A_C}{A_H})\}] x_T^2 \tag{31}$$



รูปที่ 7 ท่อปรับแบบรวม

พลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ของน้ำในท่อปรับและกระบอกสูบเคลื่อนย้ายทั้งหมด คือ

$$[KE = \frac{1}{2}mv^2]: \quad KE = \frac{1}{2}(\rho A_T L_T)\,\dot{x}_T^{\,2} + \frac{1}{2}(\rho A_C)\left[h_C + \frac{A_C}{A_H}h_H + \frac{A_C}{A_O}L_O\right]\dot{x}_C^{\,2} \tag{32}$$

แทนความสัมพันธ์จากสมการ (28) ลงในสมการ (32) ได้

$$KE = \frac{1}{2}\rho A_T\left[L_T + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left\{h_C + \frac{A_C}{A_H}h_H + \frac{A_C}{A_O}L_O\right\}\right]\dot{x}_T^{\,2} \tag{33}$$

สมการการเคลื่อนที่สามารถหาได้โดยใช้วิธีพลังงาน คือ

$$\left[\frac{d}{dt}(KE+PE) = 0\right]:$$

$$\frac{1}{2}\rho A_T\left[L_T + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left\{h_C + \frac{A_C}{A_H}h_H + \frac{A_C}{A_O}L_O\right\}\right](2\dot{x}_T\ddot{x}_T) + \frac{1}{2}A_T\left[\frac{A_T p_m}{V_m} + \rho g\left\{1 + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(1+\frac{A_C}{A_H}\right)\right\}\right](2x_T\dot{x}_T) = 0$$

$$\ddot{x}_T + \frac{\frac{A_T p_m}{\rho V_m} + g\left[1 + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(1+\frac{A_C}{A_H}\right)\right]}{L_T + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(h_C + \frac{A_C}{A_H}h_H + \frac{A_C}{A_O}L_O\right)}x_T = 0 \tag{34}$$

ดังนั้นความถี่ในการแกว่งของลำน้ำในท่อปรับคือ

$$f = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\frac{A_T p_m}{\rho V_m} + g\left\{1 + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(1+\frac{A_C}{A_H}\right)\right\}}{L_T + \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(h_C + \frac{A_C}{A_H}h_H + \frac{A_C}{A_O}L_O\right)}\right]^{0.5} \tag{35}$$

และความยาวของลำน้ำในท่อปรับจะหาได้จาก

$$L_T = \frac{A_T p_m}{(2\pi f)^2 \rho V_m} + \frac{g}{(2\pi f)^2}\left[1+\frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(1+\frac{A_C}{A_H}\right)\right] - \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(h_C+\frac{A_C}{A_H}h_H+\frac{A_C}{A_O}L_O\right) \quad (36)$$

ในกรณีที่พฤติกรรมของอากาศภายในช่องว่างในเครื่องยนต์ไม่เป็นแบบอุณหภูมิคงตัวอย่างสมบูรณ์ มีเฉพาะที่ ช่องเย็น, รีเจนเนอเรเตอร์, ฮีทเตอร์ และช่องอื่นๆเท่านั้นที่มีพฤติกรรมของอากาศเป็นแบบอุณหภูมิคงตัว ส่วนช่องร้อน, ลูกสูบกำลัง และช่องอื่นๆที่เหลือมีพฤติกรรมของอากาศเป็นแบบอาเดียบาติก [1] ความอัดตัวได้ (Compressibility) แบบอุณหภูมิคงตัวเป็น V_m/p_m โดยแบบอาเดียบาติกเป็น $V_m/(\gamma p_m)$ [1] เมื่อ γ คืออัตราส่วนค่าความร้อนจำเพาะของอากาศ ดังนั้นเมื่อให้ปริมาตรส่วนที่เป็นแบบอุณหภูมิคงตัวกับอาเดียบาติกเป็น V_I และ V_A ตามลำดับ สมการ (36) จะเปลี่ยนเป็น

$$L_T = \frac{A_T p_m}{(2\pi f)^2 \rho\left(V_I+\frac{V_A}{\gamma}\right)} + \frac{g}{(2\pi f)^2}\left[1+\frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(1+\frac{A_C}{A_H}\right)\right] - \frac{1}{4}\frac{A_T}{A_C}\left(h_C+\frac{A_C}{A_H}h_H+\frac{A_C}{A_O}L_O\right) \quad (37)$$

เมื่อไม่คิดผลจากน้ำที่อยู่ภายในกระบอกสูบเคลื่อนย้าย เทอมสุดท้ายทางด้านขวามือของสมการ (36) และ (37) จะถูกตัดทิ้งไป สมการ (36) และ (3) จะเหมือนกับสมการที่เสนอโดย West [1]

4. สรุป

ในบทความนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการคำนวณหาความถี่ของลำน้ำในกระบอกสูบเคลื่อนย้ายและความยาวของลำน้ำในท่อปรับถูกนำเสนอในรูปแบบทั่วไป

เมื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบทั่วไปนี้ไปประยุกต์ใช้กับกรณีจำเพาะต่างๆเพื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองแบบจำเพาะที่นำเสนอโดยผู้อื่น พบว่าแบบจำลองในรูปแบบทั่วไปที่นำเสนอนี้ให้ผลลัพธ์เดียวกันกับแบบจำลองในรูปแบบจำเพาะที่เสนอโดยผู้อื่น

สัญญลักษณ์ที่ใช้

A_C = พื้นที่หน้าตัดของขาเย็น, m^2

A_H = พื้นที่หน้าตัดของขาร้อน, m^2

A_O = พื้นที่หน้าตัดของท่อเชื่อมต่อ, m^2

A_T = พื้นที่หน้าตัดของท่อปรับ, m^2

f = ความถี่, Hz

g = ค่าความโน้มถ่วงของโลก, 9.81 m/s^2

h_C = ความสูงของลำน้ำในขาเย็น, m

h_H = ความสูงของลำน้ำในขาร้อน, m

KE = พลังงานจลน์, J

L_D = ความยาวของท่อรูปตัวยูอย่างง่าย, m

L_O = ความยาวของท่อเชื่อมต่อ, m

L_T = ความยาวของลำน้ำในท่อปรับ, m

PE = พลังงานศักย์, J

p = ความดันที่เพิ่มขึ้นภายในช่องว่างของเครื่องยนต์, N/m^2

p_m = ความดันภายในช่องต่างๆทั้งหมดของเครื่องยนต์, N/m^2

V_A = ปริมาตรส่วนที่เป็นแบบอาเดียบาติก, m^3

V_I = ปริมาตรส่วนที่เป็นแบบอุณหภูมิคงตัว, m^3

V_m = ปริมาตรภายในช่องต่างๆทั้งหมดของเครื่องยนต์, m^3

x_C = ระยะ ทางที่ผิวของลำน้ำในขาเย็นเคลื่อนที่, m

x_H = ระยะทางที่ผิวของลำน้ำในขาร้อนเคลื่อนที่, m

x_O = ระยะทางที่น้ำในท่อเชื่อมต่อเคลื่อนที่, m

x_T = ระยะทางที่ผิวของลำน้ำในท่อปรับเคลื่อนที่, m

Δp = ความดันแตกต่าง, N/m^2

γ = อัตราส่วนค่าความร้อนจำเพาะของอากาศ, 1.4

ρ = ความหนาแน่นของน้ำ, 1000 kg/m^3

เอกสารอ้างอิง

[1] West, C. D., "Liquid piston Stirling engines," *Van Nostrand Reinhold*, New York, pp. 14, 32-35, 37-40, 1983.

[2] Kongtragool, B. and Wongwises, S., "Thermodynamic analysis of a Stirling engine including dead volumes of hot space, cold space and regenerator," *Renewable Energy*, vol. 31, pp. 345-359, 2006.

[3] Seto, W. W., "Theory and problems of Mechanical Vibrations," *McGraw-Hill*, New York, Schaum's outline series, p. 7, 1964.

[4] Thomson, W. T., "Vibration Theory and Applications," *Prentice-Hall*, New York, pp. 11, 30, 1965.