การอธิบายขั้นตอนการทำงานของวิธีการพาทิเคิลสวอมออปติไมเซชันผ่านตัวอย่าง

AN EXPLANATION OF PARTICLE SWARM OPTIMIZATION'S PROCEDURE VIA EXAMPLES

*พิศุทธิ์ พงศ์ชัยฤกษ์**

Pisut Pongchairerks*

สาขาวิชาวิศวกรรมการผลิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีไทย-ญี่ปุ่น

Production Engineering Program, Faculty of Engineering, Thai-Nichi Institute of Technology, Thailand.

***Corresponding author, E-mail:** pisit@thi.ac.th*

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายในการเขียนบทความวิชาการนี้เพื่ออธิบายขั้นตอนการทำงานของวิธีการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดแบบพาทิเคิลสวอมออปติไมเซชัน หรือ พีเอสโอ โดยการสาธิตผ่านทางตัวอย่างง่ายๆ เพื่อเพิ่มเติมความเข้าใจและสามารถนำพีเอสโอไปประยุกต์ใช้กับปัญหาประเภทต่างๆ ในสายงานที่หลากหลายได้ บทความวิชาการนี้นำเสนอการประยุกต์ใช้งานของพีเอสโอในปัญหาสองประเภทใหญ่ๆ ปัญหาประเภทแรก คือ ปัญหาการหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข ซึ่งเป็นปัญหาที่จะต้องหาค่าตัวแปรที่เป็นจำนวนจริงเพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด และปัญหาประเภทที่สอง คือ ปัญหาการจัดเรียงลำดับ ปัญหาทั้งสองประเภทนับเป็นปัญหาสำคัญของสายงานการวิจัยดำเนินงาน

คำสำคัญ: พีเอสโอ พาทิเคิลสวอมออปติไมเซชัน ปัญหาแบบต่อเนื่อง ปัญหาการจัดเรียง การวิจัยดำเนินงาน

Abstract

The aim of the writing of this academic paper is to explain the procedure of particle swarm optimization or PSO via the demonstration of simple examples. The benefit is to extend understanding and to be able to apply PSO on many problems in various fields. This paper presents the applications of PSO on two types of problems. The first type of problems is the unconstrained optimization problem which needs to find out the values of its real number variables and the second type of problems is the combinatorial problem. These two types of the problems are important for the operations research field.

Keywords: PSO, Particle Swarm Optimization, Unconstrained Optimization Problem, Combinatorial Problem; Operations Research

บทนำ

วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดแบบพาทิเคิลสวอมออปติไมเซชัน (Particle Swarm Optimization) หรือที่ย่อว่า พีเอสโอ (PSO) [1-4] เป็น วิธีการหาคำตอบแบบสุ่ม (Random Search Algorithm) ประเภทหนึ่ง ซึ่งวิธีการคำตอบเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm) [5-7] ซึ่งถูกนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาในเชิงวิศวกรรมอย่างหลากหลาย อย่างไรก็ดี วิธีการหาคำตอบแบบสุ่มนี้มีทั้งกลุ่มนักวิจัยที่สนับสนุน และกลุ่มนักวิจัยที่คัดค้าน ที่มาของการสนับสนุนคือการประมวลผลที่รวดเร็ว ผลลัพธ์ที่ดี และความง่ายในการนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาประเภทต่างๆ ได้อย่างหลากหลาย สำหรับเสียงคัดค้านนั้นมาจากวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของวิธีการหาคำตอบแบบสุ่มนั่นเอง ซึ่งเริ่มต้นวิธีการค้นหาคำตอบโดยการสุ่มคำตอบขึ้นมาชุดหนึ่ง แล้วทำการพัฒนาคำตอบชุดนั้นให้ดีขึ้นจากเทคนิคที่เรียนแบบธรรมชาติ เช่น การพัฒนาทางพันธุกรรมตามธรรมชาติของ Gregor Mendel [8] ผู้ได้รับการยกย่องเป็นบิดาแห่งพันธุกรรมศาสตร์ โดยไม่ได้คำนึงถึงเงื่อนไขหรือลักษณะของปัญหานั้นๆ เลย วิธีการพีเอสโอ ซึ่งจัดเป็นวิธีการหนึ่งที่จัดอยู่ในกลุ่มวิธีการหาคำตอบแบบสุ่ม ก็มีทั้งเสียงสนับสนุนและคัดค้าน เช่นเดียวกับวิธีการหาคำตอบแบบสุ่มประเภทอื่นๆ เพียงแต่เสียงคัดค้านจะน้อยลงมาก เนื่องจากพีเอสโอถูกนำเสนอครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ. 1995 [1] ซึ่งนักวิจัยส่วนใหญ่เริ่มเปิดใจยอมรับวิธีการค้นหาคำตอบประเภทนี้มากแล้ว

วิธีการ พีเอสโอ มีจุดกำเนิดขึ้นมาจากการร่วมมือกันของนักวิทยาศาสตร์สองสาขาที่แตกต่างกัน คือ James Kennedy [9] ซึ่งเป็นนักจิตวิทยาสังคม กับ Russell C. Eberhart [10] ซึ่งเป็นวิศวกรไฟฟ้า ความร่วมมือกันของทั้งคู่ทำให้เกิดวิธีการ พีเอสโอ ซึ่งเป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาทางวิศวกรรมมากมาย โดยโปรแกรมที่สร้างขึ้นมามีพื้นฐานในการปรับปรุงชุดคำตอบจากหลักการทางจิตวิทยา หลักการทางจิตวิทยาง่ายๆ ที่เป็นความจริงพื้นฐานที่มนุษย์ทุกคนเข้าใจถูกนำมาใส่ไว้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์อย่างแนบเนียนด้วยความสามารถของบุคคลทั้งสอง หลักจิตวิทยาที่ใช้เป็นดังนี้ คือ ขอให้นึกถึงกลุ่มคนกลุ่มหนึ่งซึ่งมีหน้าที่ค้นหาดอกกล้วยไม้หายากราคาแพง กลุ่มคนกลุ่มนี้แยกย้ายกันหาดอกกล้วยไม้ตามจังหวัดต่างๆ ของประเทศไทย แต่ละคนมีโทรศัพท์มือถือที่สามารถติดต่อกันได้ เมื่อใดที่สมาชิกคนใดคนหนึ่งค้นพบดอกกล้วยไม้ที่ดีกว่าที่สมาชิกในกลุ่มเคยพบมา จะทำการแจ้งข่าวแก่สมาชิกคนอื่นๆ เพื่อบอกให้สมาชิกคนอื่นมาช่วยตนหาดอกกล้วยไม้ในบริเวณละแวกที่ตนพบดอกกล้วยไม้นั้น แต่ในระหว่างที่เพื่อนกำลังไปสู่บริเวณที่แจ้งเพื่อช่วยกันหาดอกกล้วยไม้ ถ้าบังเอิญเกิดพบดอกกล้วยไม้ที่มีค่ามากกว่า สมาชิกคนนั้นก็จะทำการแจ้งสมาชิกคนอื่นๆ ว่าพบดอกกล้วยไม้ที่ดีกว่า ให้เปลี่ยนบริเวณรวมพลมาที่บริเวณใหม่ที่ตนเพิ่งพบดอกไม้ที่แพงกว่าแทน เป็นที่แน่นอนว่าถ้าเราเป็นสมาชิกในกลุ่มที่ทำภารกิจพิเศษค้นหาสมบัติเช่นนี้ หรือเรากำลังเล่นเกมซ่อนแอบที่มีผู้หาหลายคนทำงานเป็นทีมแล้ว มันก็เป็นการสมเหตุสมผลที่จะใช้วิธีการค้นหาคล้ายๆ กับการค้นหาในแบบ พีเอสโอ ดังนั้นด้วยแนวคิดง่ายๆ เท่านี้เอง พีเอสโอ ก็กลายมาเป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพระดับต้นๆ ในโลกยุคปัจจุบัน มีงานวิจัยทางวิศวกรรมมากมายที่ประยุกต์ใช้วิธีการ พีเอสโอ ในการหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้ พีเอสโอ กับปัญหาการจัดตารางเวลา (Scheduling Problem) [11-15]

คำศัพท์เฉพาะที่ใช้ในวิธีการพีเอสโอ

Kennedy และ Eberhart [1] ได้พัฒนาวิธีการ พีเอสโอ ให้เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconstrained Optimization Problem) [6-7] ซึ่งต้องการหาคำตอบที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) มีค่าดีที่สุด ซึ่งอาจหมายถึงค่าที่มากที่สุด หรือน้อยที่สุด ตามแต่วัตถุประสงค์ของปัญหา ตัวอย่างปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไขแสดงไว้ในสมการ (1)

$$f(x)=x_1^2+x_2^2+x_3^2 \qquad (1)$$

Kennedy และ Eberhart [1] ได้เปรียบวิธีการ พีเอสโอ ที่พวกเขาพัฒนาขึ้นเหมือนดังการบินหาอาหารของฝูงสัตว์ปีก โดยสัตว์ปีกแต่ละตัวในฝูงจะพยายามบินไปหาตำแหน่งที่สมาชิกในฝูงรู้ว่ามีอาหารที่อุดมสมบูรณ์ที่สุดอยู่เสมอ ดังนั้นคำศัพท์หรือคำจำกัดความที่ใช้ในพีเอสโอจึงอ้างอิงถึงการเคลื่อนที่ของสัตว์ปีก เช่น ความเร็ว (Volocity) หรือ ตำแหน่ง (Position) เป็นต้น

วิธีการ พีเอสโอ จะเริ่มต้นจากการสุ่มกลุ่มของคู่คำตอบกับเวคเตอร์ที่ใช้ปรับปรุงคำตอบนั้น กลุ่มของคู่คำตอบกับเวคเตอร์จะมีจำนวนเท่ากับ *K* โดย พีเอสโอ จะเรียกคำตอบว่า ตำแหน่ง (Position) และเรียกเวคเตอร์ที่ใช้ปรับปรุงคำตอบว่า ความเร็ว (Velocity) คู่ของตำแหน่งและความเร็วที่จะใช้ในการปรับเปลี่ยนตำแหน่งนั้นๆ จะเรียกว่า พาร์ทิเคิล (Particle) ซึ่งพาร์ทิเคิลนี้จะเปรียบเสมือนสัตว์ปีกหนึ่งตัวนั่นเอง อาจกล่าวได้ว่า พาร์ทิเคิล หนึ่งตัวจะรู้ตำแหน่งและความเร็วของตัวมันเอง ดังนั้นกล่าวได้ว่าวิธีการ พีเอสโอ มีจำนวนพาร์ทิเคิลเท่ากับ *K* ตัว แต่ละตัวมีตำแหน่งและความเร็วของตัวมันเอง โดยพาร์ทิเคิลทุกตัวจะมีหมายเลขกำกับตั้งแต่ พาร์ทิเคิลหมายเลข 1, พาร์ทิเคิลหมายเลข 2, ไปจนถึง พาร์ทิเคิลหมายเลข *K*

สำหรับตำแหน่งของพาร์ทิเคิลซึ่งหมายถึงคำตอบๆ หนึ่งของปัญหาจะมีจำนวนมิติ (Dimension) เท่ากับจำนวนของตัวแปรของปัญหานั้นๆ เช่นถ้าใช้ พีเอสโอ ในการหาคำตอบของปัญหาในสมการที่ (1) จำนวนมิติของตำแหน่งของพาร์ทิเคิลจะต้องเท่ากับ 3 ทั้งนี้เพราะปัญหามีตัวแปรทั้งหมด 3 ตัว ซึ่งค่าในมิติแต่ละมิติของตำแหน่ง ก็คือค่าของตัวแปรแต่ละตัวนั่นเอง ส่วนความเร็วของพาร์ทิเคิลซึ่งคือเวคเตอร์ที่ใช้ในการปรับปรุงตำแหน่งก็จะมีจำนวนมิติเท่ากับจำนวนมิติของตำแหน่งเช่นกัน ดังนั้นจึงได้ว่า พาร์ทิเคิลตัวที่ i มีตำแหน่งปัจจุบันอยู่ที่ $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{iD})$ และมีความเร็วปัจจุบันอยู่ที่ $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, ..., x_{iD})$ โดย *D* คือจำนวนมิติหรือก็คือจำนวนตัวแปรที่ต้องการหาค่า นั่นเอง

ค่าความเร็วของพาร์ทิเคิลแต่ละตัวมีการปรับเปลี่ยนไปเรื่อยๆ ตามข้อมูลที่ได้รับ โดยข้อมูลสำคัญคือ ตำแหน่งที่ดีที่สุดที่ตัวมันเองเคยได้ไปมา เรียกว่า ตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว (Personal Best Position) ซึ่งแทนด้วย $P_i = (p_{i1}, P_{i2}, ..., p_{iD})$ และตำแหน่งที่ดีที่สุดที่ฝูงพาร์ทิเคิลทั้งฝูงเคยพบ เรียกว่า ตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล (Global Best Position) ซึ่งแทนด้วย $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, ..., p_{gD})$ นอกจากตำแหน่งที่ดีที่สุดทั้ง 2 ตำแหน่งแล้ว พารามิเตอร์สำคัญที่ใช้ในการปรับเปลี่ยนความเร็วของพาร์ทิเคิลแต่ละตัว คือ (1) น้ำหนักแรงเฉื่อย (Inertia Weight) ซึ่งเขียนแทนด้วย *w* โดยน้ำหนักแรงเฉื่อยมีหน้าที่ลดขนาดของความเร็วเดิมลง (2) ค่าคงที่อัตราเร่งของตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว ซึ่งเขียนแทนด้วย c_p มีหน้าที่ควบคุมขนาดของเวคเตอร์ของความเร็วที่ชี้ไปทางตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว และ (3) ค่าคงที่อัตราเร่งของตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล ซึ่งเขียนแทนด้วย c_g มีหน้าที่ควบคุมขนาดของเวคเตอร์ของความเร็วที่ชี้ไปทางตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล

ขั้นตอนการทำงานของวิธีการพีเอสโอแบบมาตรฐาน

วิธีการค้นหาค่าที่ดีที่สุดแบบพีเอสโอแบบมาตรฐานถูกคิดค้นขึ้นโดย Kennedy และ Eberhart [1] และปรับปรุงโดยเพิ่มการใช้น้ำหนักแรงเฉื่อยในการปรับความเร็วโดย Shi และ Eberhart [16] โดยพาร์ทิเคิลแต่ละตัวจะมีการปรับความเร็วใหม่ด้วยสมการที่ (2) และจากนั้นทำการปรับตำแหน่งใหม่ด้วยสมการที่ (3) โดยสมการทั้งสองเป็นค่าในแต่ละมิติของความเร็วและตำแหน่ง วิธีการพีเอสโอแบบมาตรฐานนับว่าเป็นพีเอสโอที่เป็นที่นิยมใช้งานมากที่สุด เนื่องจากความง่ายของสมการ อย่างไรก็ดี พีเอสโอแบบมาตรฐานมีข้อด้อยในเรื่องของการกระจุกตัวของฝูงพาร์ทิเคิลเร็วเกินไป จึงมีนักวิจัยหลายท่านทำการปรับปรุงและพัฒนาพีเอสโอแบบต่างๆ ขึ้นดังสรุปไว้ใน [4]

$$v_{id}(t+1) = w(t)v_{id}(t) + c_p u_p\left(p_{id} - x_{id}(t)\right) + c_g u_g\left(p_{gd} - x_{id}(t)\right) \quad (2)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \quad (3)$$

โดย u_p และ u_g คือตัวเลขสุ่มที่มีค่าใน [0, 1]

ขั้นตอนการทำงานของพีเอสโอแบบมาตรฐานถูกแสดงไว้ดังต่อไปนี้ [4]:

ขั้นตอนที่ 1: ตั้งค่าพารามิเตอร์ ตั้งค่าการวนซ้ำปัจจุบัน t = 1 กำหนดตำแหน่งและความเร็วของพาร์ทิเคิล K ตัวในฝูง

ขั้นตอนที่ 2: สำหรับตัวพาร์ทิเคิลแต่ละตัวแปลงตำแหน่งไปเป็นคำตอบของปัญหาที่กำหนด และทำการประเมินค่าคำตอบนั้นๆ โดยใช้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของคำตอบที่แปลงมาจากตำแหน่งนั้นๆ

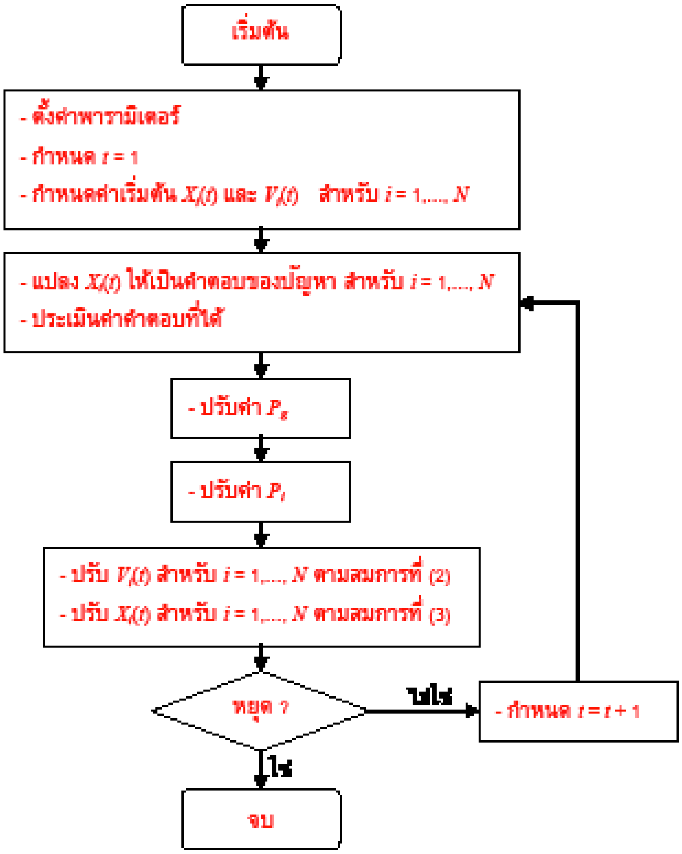
ขั้นตอนที่ 3: ปรับตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว

ขั้นตอนที่ 4: ปรับตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล

ขั้นตอนที่ 5: ปรับความเร็วและตำแหน่งของตัวพาร์ทิเคิลทุกตัวด้วยสมการที่ (2) และสมการที่ (3)

ขั้นตอนที่ 6: ถ้าเงื่อนไขการหยุดทำงานสมบูรณ์ ให้หยุดการวนซ้ำ แต่ถ้าเงื่อนไขการหยุดการทำงานไม่สมบูรณ์ ให้ตั้งค่า $t = t + 1$ แล้วกลับไปทำงานที่ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนการทำงานของ พีเอสโอ ที่ให้ไว้ข้างต้นสามารถแสดงในรูปแบบ Flow chart ได้ดังแสดงในภาพที่ 1 เพื่อให้เห็นภาพของขั้นตอนการทำงานของ พีเอสโอ มากยิ่งขึ้น สำหรับ Pseudo-code หรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเขียนขั้นตอนการทำงานทั้ง 6 ขั้นตอนนี้ถูกแสดงไว้ใน [2] และ [4]



ภาพที่ 1 ขั้นตอนการทำงานของพาทิเคิลสวอมออปทิไมเซชัน

การใช้งานวิธีการพีเอสโอกับปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข

ตัวอย่างของปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไขที่ให้ไว้ในสมการที่ (1) โดยสมการนี้มีชื่อเรียกว่า Sphere [2] ซึ่งรูปแบบทั่วไปของ Sphere ถูกแสดงไว้ในสมการ (4)

$$f(x)=\sum_{1}^{4} x_i^2 \qquad (4)$$

การใช้วิธีการ พีเอสโอ ในการหาค่าที่ดีที่สุดของ Sphere ในสมการที่ (1) สามารถทำได้ตาม 6 ขั้นตอนที่ให้ไว้ โดยขั้นตอนแรกคือการตั้งค่าพารามิเตอร์ โดยมีบทความอยู่หลายบทความที่ให้ค่าพารามิเตอร์ของ พีเอสโอ ที่เหมาะสมกับการใช้งานทั่วๆ ไป เช่น [1], [2] และ [17] อย่างไรก็ดี เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณเป็นตัวอย่าง บทความนี้ขอตั้งค่าพารามิเตอร์ของ พีเอสโอ ดังต่อไปนี้ คือ w(t) เท่ากับ 1.0, c_p เท่ากับ 2.0 และ c_g เท่ากับ 2.0 โดยในการทำวิจัยจริงๆ นั้น นักวิจัยควรทำการทดลองเบื้องต้นก่อนว่าค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับปัญหาที่จะนำพีเอสโอไปใช้นั้นควรมีค่าเป็นเท่าใด ไม่ควรยึดตามงานวิจัยของนักวิจัยท่านอื่นที่ให้ พีเอสโอ กับปัญหาที่ต่างออกไป

สำหรับ การตีความตำแหน่งของตัวพาร์ทิเคิลเป็นคำตอบนั้น ทำได้ง่ายสำหรับปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข นั่นคือ ค่าของตำแหน่งในมิติที่ 1 แทนค่าตัวแปรตัวที่ 1, ค่าของตำแหน่งในมิติที่ 2 แทนค่าตัวแปรที่ 2, ค่าของตำแหน่งในมิติที่ 3 แทนค่าตัวแปรที่ 3 โดยเป็นเช่นที่ได้กล่าวมาข้างต้นว่าจำนวนของมิติจะต้องเท่ากับจำนวนของตัวแปรที่ต้องการหาค่า ในสมการที่ (1) มีจำนวนตัวแปรที่ต้องการทราบค่าอยู่ 3 ตัวแปร

ดังนั้น จำนวนของมิติของตำแหน่งและความเร็วทั้งหมดจึงเท่ากับ 3 บทความนี้แสดงตัวอย่างของกระบวนการหาค่าที่ดีที่สุดของวิธีการ พีเอสโอ สำหรับปัญหาในสมการที่ (1) ตาม 6 ขั้นตอนที่ให้ไว้ตอนต้นได้ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1: ตั้งค่า w(t) = 0.5, c_p = 2.0, c_g = 2.0, t = 1 และ K = 2 ในที่นี้ขอกำหนดให้ค่ามิติของตำแหน่งและความเร็วมีค่าอยู่ภายใน [-10, 10] จากนั้นทำการสุ่มค่าตำแหน่งและความเร็วของพาร์ทิเคิลแต่ละตัวได้ดังต่อไปนี้ คือ X_1 = (4.5,9.0,-7.5), V_1 = (2.0, -0.5,5.5) , X_2 = (-6.5,5.5,-0.5) และ V_2 = (9.0,4.5,1.5)

ขั้นตอนที่ 2: แปลงตำแหน่งไปเป็นคำตอบของปัญหา และประเมินค่าคำตอบ

X_1 = (4.5,9.0,-7.5) ซึ่งทำให้ได้ค่า $f(X_1)$ = $4.5^2 + 9.0^2 + (-7.5)^2$ = 157.5

X_2 = (-6.5,5.5,-0.5) ซึ่งทำให้ได้ค่า $f(X_2)$ = $(6.5)^2 + 5.5^2 + (-0.5)^2$ = 72.75

ขั้นตอนที่ 3: ปรับตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว

เนื่องจากพาร์ทิเคิลทั้ง 2 ตัว เพิ่งมีตำแหน่งเป็นตำแหน่งแรก ดังนั้นตำแหน่งปัจจุบันคือตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว นั่นคือ P_1 = X_1 = (4.5,9.0,-7.5) และ P_2 = X_2 = (-6.5,5.5,-0.5)

ขั้นตอนที่ 4: ปรับตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล

ตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล คือ ตำแหน่งที่ดีที่สุดระหว่างตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัวทั้งหมด นั่นคือ P_g = P_2 = X_2 = (-6.5,5.5,-0.5)

ขั้นตอนที่ 5: ปรับความเร็วและตำแหน่งของตัวพาร์ทิเคิลทุกตัวด้วยสมการที่ (2) และสมการที่ (3) โดยสมมุติว่า u_p = u_g = 0.1 ดังนั้นจะได้ว่า ความเร็วใหม่และตำแหน่งใหม่ของพาร์ทิเคิลตัวที่ 1 มีค่าดังต่อไปนี้

$$V_1 = \begin{pmatrix} 0.5(2.0)+0.2(4.5-4.5)+0.2(-6.5-4.5), \\ 0.5(-0.5)+0.2(9.0-9.0)+0.2(5.5-9.0), \\ 0.5(5.5)+0.2(-7.5-(-7.5))+0.2(-0.5-(-7.5)) \end{pmatrix}$$
$$=(-1.2,-0.95,4.15)$$
$$X_1 = (4.5-1.2, 9.0-0.95, -7.5+4.15)$$
$$=(3.3,8.05,-3.35)$$

สำหรับความเร็วใหม่และตำแหน่งใหม่ของพาร์ทิเคิลตัวที่ 2 มีค่าดังต่อไปนี้

$$V_2 = \begin{pmatrix} 0.5(9.0)+0.2(-6.5-(-6.5))+0.2(-6.5-(-6.5)), \\ 0.5(4.5)+0.2(5.5-5.5)+0.2(5.5-5.5), \\ 0.5(1.5)+0.2(-0.5-(-0.5))+0.2(-0.5-(-0.5)) \end{pmatrix}$$
$$=(4.5,2.25,0.75)$$
$$X_2 = (-6.5+4.5, 5.5+2.25, -0.5+0.75)$$
$$=(-2,7.75,0.25)$$

ขั้นตอนที่ 6: สมมุติให้เงื่อนไขการหยุดทำงานของ พีเอสโอ คือ หยุดเมื่อ t = 2 ดังนั้นตอนนี้ t = 1 จึงยังไม่ตรงตามเงื่อนไข จึงกำหนด t = 1 + 1 = 2 และทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 (รอบที่ 2): แปลงตำแหน่งไปเป็นคำตอบของปัญหา และประเมินค่าคำตอบ

X_1 = (3.3,8.05,-3.35) ซึ่งทำให้ได้ค่า $f(X_1)$ = $3.3^2 + 8.05^2 + (-3.35)^2$ = 86.92

X_2 = (-2,7.75,0.25) ซึ่งทำให้ได้ค่า $f(X_2)$ = $(-2)^2 + 7.75^2 + 0.25^2$ = 64.13

ขั้นตอนที่ 3 (รอบที่ 2): ปรับตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัว

สำหรับพาร์ทิเคิลตัวที่ 1 ค่า $f(X_1)$ ดีกว่าค่า $f(P_1)$ ดังนั้นตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัวของพาร์ทิเคิลตัวที่ 1 จึงเปลี่ยนไปเป็น P_1 = (3.3,8.05,-3.35) เช่นเดียวกัน พาร์ทิเคิลตัวที่ 2 ค่า $f(X_2)$ ดีกว่าค่า $f(P_1)$ ดังนั้นตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัวของพาร์ทิเคิลตัวที่ 2 จึงเปลี่ยนเป็น P_2 = (-2,7.75,0.25)

ขั้นตอนที่ 4 (รอบที่ 2): ปรับตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล

เนื่องจากตำแหน่งที่ดีที่สุดส่วนตัวของพาร์ทิเคิลตัวที่ 2 ดีกว่าตำแหน่งที่ดีที่สุดสากล ดังนั้นตำแหน่งที่ดีที่สุดสากลจึงเปลี่ยนเป็น P_g = P_2 = (-2,7.75,0.25)

ขั้นตอนที่ 5 (รอบที่ 2): ปรับความเร็วและตำแหน่งของตัวพาร์ทิเคิลทุกตัวด้วยสมการที่ (2) และสมการที่ (3) ทำเช่นเดียวกับขั้นตอนที่ 5 ในครั้งแรก

ขั้นตอนที่ 6: พบว่า t = 2 แล้ว ดังนั้นจึงหยุดการทำงานของพีเอสโอ

เมื่อพีเอสโอหยุดการทำงาน ตำแหน่งที่ดีที่สุดสากลจะเป็นคำตอบที่ถูกนำไปใช้ เพราะตำแหน่งที่ดีที่สุดสากลเป็นคำตอบที่ดีที่สุดที่วิธีการพีเอสโอหาพบ ในที่นี้คือ x_1 = -2.0, x_2 = 7.75 และ x_3 = 0.25 ซึ่งทำให้ได้ค่าของคำตอบเท่ากับ 64.13 จะเห็นได้ว่าพีเอสโอจะนำคำตอบที่ได้มาในแต่ละรอบมาทำการปรับปรุงโดยคำตอบที่ได้ของพาร์ทิเคิลแต่ละตัวในแต่ละรอบจะมีแนวโน้มที่จะถูกปรับให้เข้าใกล้คำตอบที่ดีที่สุดที่พาร์ทิเคิลแต่ละตัวหามาได้ และคำตอบที่ดีที่สุดที่พาร์ทิเคิลทุกตัวเคยหาพบผ่านทางเวคเตอร์ที่ถูกเรียกแทนว่าความเร็ว ซึ่งคำตอบที่ดีที่สุดของพีเอสโอที่ได้ในแต่ละรอบจะมีแนวโน้มที่จะดีขึ้นเรื่อยๆ

การใช้งานวิธีการพีเอสโอกับปัญหาการจัดเรียงลำดับ

ปัญหาทางวิศวกรรมที่ถูกจัดให้อยู่ในกลุ่มของปัญหาการจัดเรียงลำดับ (Combinatorial Problem) [6-7] มีอยู่หลากหลายปัญหา โดยปัญหาทางวิศวกรรมที่เป็นที่รู้จักกันมากที่สุดที่จัดว่าเป็นปัญหาการจัดเรียงลำดับ ได้แก่ ปัญหาเส้นทางเดินของเซลล์แมน (Traveling Salesman Problem) [18] และปัญหาการจัดตารางเวลาประเภทต่างๆ (Scheduling Problems) [6-7], [13-15]

สำหรับปัญหาที่จะนำเสนอในที่นี้ คือ ปัญหาเส้นทางเดินของเซลล์แมน เพราะเป็นปัญหาที่เข้าใจได้ง่าย โดยปัญหานี้เริ่มต้นจากการกำหนดจำนวนเมืองที่เซลล์แมนคนหนึ่งจะต้องเดินทางไปให้ครบ แล้วจึงเดินทางกลับมาที่เมืองแรกที่เซลล์แมนเริ่มเดินทาง โดยมีเงื่อนไขว่าเซลล์แมนผ่านเดินทางเข้ามาเมืองเดียวกันเกินหนึ่งครั้ง เป้าหมายของปัญหานี้ คือ การหาเส้นทางเดินที่มีระยะทางต่ำที่สุด ตัวอย่างง่ายๆ คือ สมมุติว่ามีเมืองที่เซลล์แมนจะต้องเดินทางอยู่ 4 เมือง ได้แก่ เมือง 1, เมือง 2, เมือง 3 และ เมือง 4 ระยะทางจากเมือง 1 ไป เมือง 2 คือ 20 กิโลเมตร, ระยะทางจากเมือง 1 ไปเมือง 3 คือ 15 กิโลเมตร, ระยะทางจากเมือง 1 ไปเมือง 4 คือ 30 กิโลเมตร, ระยะทางจากเมือง 2 ไปเมือง 3 คือ 25 กิโลเมตร, ระยะทางจากเมือง 2 ไปเมือง 4 คือ 10 กิโลเมตร และระยะทางจากเมือง 3 ไปเมือง 4 คือ 12 กิโลเมตร โดยกำหนดให้ในทิศทางกลับกันมีระยะทางเท่ากัน เช่น ระยะทางจากเมือง 2 กลับไปเมือง 1 คือ 20 กิโลเมตร เป็นต้น

ปัญหาเส้นทางเดินของเซลล์แมนนี้สามารถใช้ พีเอสโอ ในการหาเส้นทางที่ดีที่สุดได้โดยการใช้การแปลงตำแหน่งเป็นคำตอบ โดยวิธี Random Keys Representation [19] โดยการสาธิตการแปลงค่าตำแหน่งของพาร์ทิเคิลเป็นเส้นทางของเซลล์แมนแสดงไว้ดังต่อไปนี้ เนื่องจากเมืองมีทั้งหมด 4 เมือง ดังนั้นจำนวนมิติในตำแหน่งจึงมีทั้งหมด 4 มิติ โดยสมมุติให้ค่าตำแหน่ง คือ X = (-4.5,7.5,2.5,00) หลักเกณฑ์ในการแปลงมีง่ายๆ ว่าค่ามิติที่มีค่าน้อยที่สุดจะถูกกำหนดให้เป็นเมือง 1 ค่ามิติที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นอันดับสองถูกกำหนดให้เป็นเมือง 2 และมีการกำหนดแบบนี้ไปเรื่อยๆ จนครบทุกเมือง ดังนั้นจาก X = (-4.5,7.5,2.5,00) สามารถแปลงเป็น

เส้นทางดังนี้คือ (1,4,3,2) หรือกล่าวได้ว่า เซลล์แมนเดินทางจากเมือง 1 ไป เมือง 4 ไป เมือง 3 ไป เมือง 2 แล้วจึงกลับมาที่ เมือง 1 ซึ่งระยะทางของเส้นทางนี้ คือ 30 + 12 + 25 + 20 = 87 กิโลเมตร จะเห็นได้ว่าการประยุกต์ใช้ Random Keys Representation กับวิธีการพีเอสโอ เป็นเรื่องง่ายและสะดวก อย่างไรก็ดี ข้อเสียของการแปลงตำแหน่งเป็นคำตอบด้วยวิธีนี้ คือ ตำแหน่งสองที่ห่างไกลกันมากก็สามารถจะถูกแปลงมาเป็นเส้นทางเดียวกันได้ เช่น X_1 = (-4.5,7.5,2.5,00) กับ X_2 = (8.0,9.9,9.0,8.5) เป็นต้น ตำแหน่งทั้งสองจะถูกแปลงมาเป็นเส้นทาง (1,4,3,2) เหมือนกัน [6] แต่แม้จะมีข้อเสียในจุดนี้วิธีการแปลงค่าแบบนี้ก็ยังคงถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลาย และให้ผลลัพธ์ที่ดีสำหรับปัญหาการจัดเรียงลำดับมากมาย [12-15] ข้อดีของการใช้ Random Keys Representation กับ พีเอสโอ อีกประการหนึ่งคือ การแปลงตำแหน่งแบบนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้กับขั้นตอนทั้ง 6 ของพีเอสโอ ได้เลยโดยไม่ต้องดัดแปลงขั้นตอนใดๆ

นอกเหนือจากที่กล่าวมา ยังมีการประยุกต์ใช้ พีเอสโอ สำหรับปัญหาการจัดเรียงลำดับ โดยการดัดแปลงความเร็ว และตำแหน่ง ของพาร์ทิเคิล ให้ใช้สำหรับปัญหาการจัดเรียงลำดับโดยเฉพาะ ยกตัวอย่างเช่น ในปัญหาเส้นทางเดินของเซลล์แมน ตำแหน่งของพาร์ทิเคิลจะบอกเส้นทางของเซลล์แมนเลย เช่น X = (1,4,3,2) เป็นต้น วิธีการพีเอสโอแบบนี้ เรียกว่า Discrete PSO [20] นี่คือตัวอย่างที่ดีที่แสดงให้เห็นถึงการแตกแขนงทางความคิด

สรุป

บทความวิชาการนี้ได้นำเสนอประวัติความเป็นมาในการสร้างวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดแบบพาทิเคิลสวอมออปติไมเซชัน หรือพีเอสโอ ซึ่งภายหลังได้กลายมาเป็นวิธีการหาคำตอบที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในการแก้ปัญหาต่างๆ ทางวิศวกรรม บทความนี้ได้นำเสนอการประยุกต์ใช้ พีเอสโอ กับปัญหาทางวิศวกรรม 2 แขนงหลัก ได้แก่ ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข และปัญหาการจัดเรียงลำดับ ซึ่งแนวทางการนำเสนอของบทความเป็นการสาธิตผ่านทางตัวอย่างง่ายๆ ซึ่งจะทำให้ผู้อ่านเกิดความเข้าใจได้อย่างชัดแจ้ง ในขั้นตอนการทำงานของ พีเอสโอ ซึ่งคาดหวังว่าจะนำมาสู่การนำ พีเอสโอ ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ อย่างแพร่หลายมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

[1] Kennedy, J.; & Eberhart, R.C. (1995). Particle Swarm Optimization. In *IEEE International Conference onNeural Network*. pp. 1942-1948. New Jersey.

[2] Kennedy, J.; Eberhart, R.C. & Shi Y. (2001). *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers.

[3] Clerc, M. (2006). *Particle Swarm Optimization*. ISTE Ltd.

[4] พิศุทธิ์ พงศ์ชัยฤกษ์. (2554, มกราคม-มิถุนายน). การพัฒนาวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดแบบพาทิเคิลสวอมออปทิไมเซชั่นด้วยการเลียนแบบโครงสร้างการเรียนรู้ทางสังคมแบบหลากหลาย. *วารสารมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (สาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี)*. 3(5): 14-22.

[5] Holland, J. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press. Ann Arbor.

[6] Gen, M.; & Cheng, R. (1996). *Genetic Algorithms and Engineering Design*. John Wiley & Sons.

[7] Gen, M.; & Cheng, R. (2000). *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*. John Wiley & Sons.

[8] Roger, K. (1997). *Gregor Mendel: Father of Genetics*. Enslow Publishers.

[9] Wikipedia. (2012). *James Kennedy (Social Phychologist)*. Retrieved May 18, 2012, from http://en.wikipedia.org/wiki/James_Kennedy_(social_psychologist)

[10] Wikipedia. (2012). *Russel C. Eberhart*. Retrieved May 18, 2012, from http://en.wikipedia.org/wiki/Russell_C._Eberhart

[11] Akjiratikarl, C.; Yenradee, P.; & Drake, P.R. (2007). PSO-Based Algorithm for Home Care Worker Scheduling in the UK. *Computers & Industrial Engineering*. 53(4): 559-583.

[12] Fatih, T.; Sevkli, M.; Liang, Y.C.; & Yenisey, M. (2006). Particle Swarm Optimization and Differential Evolution Algorithms for Job Shop Scheduling Problem. *International Journal of Operations Research*. 3(2): 120-135.

[13] Pongchairerks, P. (2009). Particle Swarm Optimization Algorithm Applied to Scheduling Problems. *ScienceAsia*. 35(1): 89-94.

[14] Pongchairerks, P; & Kachitvichyanukul, V. (2009). A Two-level Particle Swarm Optimization Algorithm on Job-shop Scheduling Problems. *International Journal of Operational Research*. 4(4): 390-411.

[15] Pongchairerks, P; & Kachitvichyanukul, V. (2009). A Particle Swarm Optimization Algorithm on Job-shop Scheduling Problems with Multi-purpose Machines. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*. 26(2): 161-184.

[16] Shi, Y.; & Eberhart, R.C. (1998). A Modified Particle Swarm Optimizer. In *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. pp. 69-73. New Jersey.

[17] Pongchairerks, P; & Kachitvichyanukul, V. (2009). Particle Swarm Optimization Algorithm with Multiple Social Learning Structures. *International Journal of Operational Research*. 6(2): 176-194.

[18] Applegate, D.L.; Bixby, R.E.; Chvแtal, V.; & Cook W.J. (2006). *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press.

[19] Bean, J. (1994). Genetic Algorithms and Random Keys for Sequencing and Optimization. *ORSA Journal on Computing*. 6(2): 154-160.

[20] Clerc, M. (2004). Discrete Particle Swarm Optimization illustrated by the Traveling Salesman Problem. In *New Optimization Techniques in Engineering*. Springer. 219-239.