

## ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ของนิสิตระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 1 (กลุ่มวิทยาศาสตร์สุขภาพ) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ขวัญ เพี้ยชัย

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร 10110

E-mail: Khawn\_swu@hotmail.com

รับบทความ: 2 กุมภาพันธ์ 2557 ยอมรับตีพิมพ์: 11 เมษายน 2557

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ของนิสิตระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 1 (กลุ่มวิทยาศาสตร์สุขภาพ) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 1 สาขาวิชาวิทยาศาสตร์การกีฬา คณะพลศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน ซึ่งชักตัวอย่างโดยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบง่าย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตารางแจกแจงความถี่และร้อยละ ผลการวิจัย พบว่า นิสิตมีข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์แบ่งเป็น 4 ด้าน เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย ดังนี้ (1) ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์ (คิดเป็นร้อยละ 74.22) (2) ด้านความไม่รอบคอบ (คิดเป็นร้อยละ 16.88) (3) ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต (คิดเป็นร้อยละ 6.22) และ (4) ด้านการคำนวณ (คิดเป็นร้อยละ 2.67)

**คำสำคัญ:** ข้อบกพร่อง อนุพันธ์ นิสิตระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 1

## Error Analysis of Doing the Derivative Test of First-Year Undergraduates (Health Science Major), Srinakharinwirot University

Khawn Piasai

Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, Bangkok 10110, Thailand

E-mail: Khawn\_swu@hotmail.com

### Abstract

This research aimed to study the error analysis from doing the derivative test of first-year undergraduates (health sciences major), Srinakharinwirot University. The subjects, chosen by simple random sampling, consisted of 50 first-year undergraduates, majoring in Sports Science, Faculty of Physical Education, Srinakharinwirot University, who enrolled in mathematics I during the second semester of academic year 2013. The research tool was a derivative test. The data were analyzed by using frequency table and percentage. The findings revealed that students' errors of doing the derivative test sorting from high to low were (1) using definitions, theorems or formulas of derivatives (74.22%), (2) indiscretion (16.88%), basic knowledge of algebra (6.22%), and computation (2.67%)

**Keywords:** Errors, Derivative, First-year undergraduate

### บทนำ

จากเป้าหมายของกรอบแผนอุดมศึกษาระยะยาว ฉบับที่ 2 (พ.ศ. 2551-2656) คือ การยกระดับคุณภาพอุดมศึกษาไทย เพื่อผลิตและพัฒนาบุคลากรให้มีคุณภาพ สามารถปรับตัวเข้ากับงานและสังคมได้ มีศักยภาพในการสร้างความรู้ และนวัตกรรม และมีความสามารถในการแข่งขันในโลกยุคโลกาภิวัตน์ได้ (สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา, 2550) และพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และ (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553 ในหมวด 1 มาตรา 6 ที่กล่าวถึงความมุ่งหมายของการศึกษาว่า การจัดการศึกษาต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2553) จะเห็นได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนและประเทศชาติ เพราะเป็นวิชาที่ใช้พัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์คิดอย่างมีเหตุมีผล คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดอย่างเป็นระบบ ตลอดจนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา สามารถตัดสินใจและวางแผนได้

อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการทำงานและการดำรงชีวิตประจำวัน และยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง (สิริพร ทิพย์คง, 2533; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550)

ลักษณะสำคัญประการหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ คือ เป็นวิชาที่มีความต่อเนื่องกันเป็นลำดับขั้น การเรียนรู้เนื้อหาบางเรื่องไม่สามารถทำได้ถ้าไม่มีความรู้พื้นฐานมาก่อน ดังนั้นสาเหตุประการหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือ การที่ต้องเรียนเรื่องใหม่โดยที่ยังขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐานของเรื่องใหม่ ทำให้ไม่เกิดการเรียนรู้เรื่องใหม่ที่กำลังเรียนได้ (ดวงเดือน อ่อนนวม, 2533) ดังนั้นการที่ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน แล้วนำผลการศึกษาข้อบกพร่องมาพิจารณาถึงสาเหตุและอุปสรรคทางการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำไปใช้ในการหาทางแก้ปัญหาทางการเรียนของผู้เรียนแต่ละคนต่อไป (ดารณี คำแหง, 2533) สอดคล้องกับ Chai and Ang (1987) ที่กล่าวถึงความสำคัญ

ของการศึกษาข้อบกพร่องหรือความผิดพลาดทางการเรียน คณิตศาสตร์ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์การวิเคราะห์ความผิดพลาดเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ และการศึกษาความผิดพลาดจะทำให้ได้ข้อมูลของผู้เรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์

อนุพันธ์เป็นเนื้อหาหนึ่งในวิชาแคลคูลัส มีกำเนิดมาจากการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันและการหาเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง ซึ่งเกิดขึ้นภายหลังอินทิกรัลหรือการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง ผู้ที่ได้รับการยกย่องว่า ให้กำเนิดแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ คือ แฟร์มาต์ แต่ในสมัยนั้นยังไม่มีนิยามชัดเจนว่าอนุพันธ์คืออะไร แม้ว่าแฟร์มาต์จะมีผลงานด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลแคลคูลัส แต่ก็ยังไม่เห็นความสัมพันธ์ของอนุพันธ์และอินทิกรัลว่า เป็นการดำเนินการตรงข้ามกัน นักคณิตศาสตร์คนแรกที่ได้รับการยกย่องว่าเป็นผู้ที่เริ่มมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างการหาอนุพันธ์และอินทิกรัลว่า เป็นการดำเนินการตรงข้ามกัน คือ ไอแซก บาร์โรว์ แต่ท่านไม่ได้นำเรื่องดังกล่าวมาใช้ประโยชน์หรืออธิบาย เพราะท่านใช้วิธีการทางเรขาคณิตอธิบายเป็นส่วนใหญ่ (Boyer, 1968)

ปัจจุบันมีการนำความรู้เรื่อง อนุพันธ์ ไปประยุกต์ในแขนงวิชาต่าง ๆ เช่น ในฟิสิกส์ ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ อัตราการไหลของเหลว ในการขนส่ง ศึกษาการเลือกเส้นทางในการเดินทางจากแหล่งหนึ่งไปยังอีกแหล่งหนึ่งโดยใช้เวลาเดินทางน้อยที่สุด ในทางเศรษฐศาสตร์และธุรกิจ เจ้าของร้านจะต้องเลือกราคาขายสินค้าต่อหน่วยอย่างไรจึงจะทำให้ได้ผลกำไรมากที่สุด ในอุตสาหกรรมการผลิตสินค้าและบรรจุภัณฑ์ ผู้ผลิตสินค้าต้องคิดว่าขนาดของกล่องที่ใส่สินค้าต้องเป็นอย่างไรจึงจะทำให้ใช้วัสดุน้อยที่สุดเพื่อให้ได้รูปทรงและปริมาตรของกล่องตามที่กำหนดไว้ ในทางสาธารณสุขมีการศึกษาวิจัยการใช้ยา เช่น ปริมาณของยาและเวลาที่ใช้เหมาะสมควรเป็นอย่างไร ในทางวิศวกรรมศึกษาการคำนวณน้ำหนักแรง การหาพื้นที่และปริมาตร (วีรศักดิ์ บุญทอน, 2553; Stewart, 2006; Neuhauser, 2011)

จากความสำคัญดังกล่าว สถาบันอุดมศึกษาต่าง ๆ จึงได้กำหนดวิชาแคลคูลัสเป็นวิชาบังคับสำหรับกลุ่มผู้เรียนสาขาวิทยาศาสตร์และสาขาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ทำให้จำนวนนิสิตที่เรียนวิชาแคลคูลัสมีจำนวนมากและเพิ่มมากขึ้นในทุก ๆ ปี และอาจารย์ผู้สอนวิชานี้ส่วนใหญ่ประสบปัญหาหลาย ๆ อย่างในการจัดการเรียนการสอนวิชานี้ เช่น ปัญหาความแตกต่างของความรู้พื้นฐานของนิสิต ปัญหาความแตกต่าง

ระหว่างบุคคลในด้านความสามารถทางการเรียน ปัญหาการสอนเนื้อหาอย่างละเอียดไม่ทันตามเวลาที่กำหนดในการเรียน โอกาสที่นิสิตจะได้ซักถามปัญหาหรือข้อสงสัยจากอาจารย์ผู้สอนในชั้นเรียนมีน้อยลง ซึ่งปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้อาจทำให้นิสิตไม่สามารถเข้าใจเนื้อหาได้ลึกซึ้งได้หรือมีข้อบกพร่องในการทำข้อสอบได้

นิสิตที่ศึกษาในหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาวิทยาศาสตร์การกีฬา คณะพลศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เป็นนิสิตกลุ่มหนึ่งที่เรียนวิชาแคลคูลัสเป็นวิชาบังคับ ซึ่งมีชื่อตามหลักสูตรที่มหาวิทยาลัยกำหนด คือ วิชาคณิตศาสตร์ 1 รหัสวิชา คณ 111 (MA111) เมื่อพิจารณาคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส ในปีการศึกษา 2555 ของนิสิตกลุ่มดังกล่าวซึ่งมีจำนวน 55 คน พบว่า มีนิสิตจำนวน 38 คน คะแนนผลสัมฤทธิ์ไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีนิสิตจำนวน 5 คนของจเรียน และมีนิสิตจำนวน 12 คนเท่านั้นที่คะแนนผลสัมฤทธิ์เกินร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

ด้วยเหตุผลข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาข้อบกพร่องเกี่ยวกับการทำแบบทดสอบในวิชาแคลคูลัสของนิสิต ผู้วิจัยใช้เนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ 1 รหัสวิชา คณ 111 (MA111) เรื่องอนุพันธ์ ประกอบด้วยเนื้อหาย่อย ได้แก่ บทนิยามของอนุพันธ์ อนุพันธ์อันดับสูง อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ อนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ซึ่งผลจากการศึกษาครั้งนี้จะทำให้ทราบข้อบกพร่องการทำแบบ ทดสอบเรื่องอนุพันธ์ และทำให้ได้ข้อมูลเพื่อนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสเรื่องอนุพันธ์ต่อไป

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 1 สาขาวิชาวิทยาศาสตร์การกีฬา คณะพลศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ 1 รหัสวิชา คณ 111 (MA111) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน ที่ได้จากชักตัวอย่างแบบสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (simple random sampling)

### นิยามศัพท์เฉพาะ

ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ หมายถึง ความผิดพลาดหรือความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่เกิด

จากกระบวนการหาผลลัพท์ในการทำแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ ซึ่งงานวิจัยนี้แบ่งข้อบกพร่องเป็น 4 ด้าน ดังนี้ (1) การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์ (2) ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต (3) การคำนวณ และ (4) ความไม่รอบคอบ

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ คือ แบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ประกอบด้วยเรื่อง บทนิยามของอนุพันธ์ อนุพันธ์อันดับสูง อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ อนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม ซึ่งหลังจากนำไปใช้ทดลองกับนิสิตที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน พบว่า แบบทดสอบดังกล่าวมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.27 ถึง 0.69 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.71 และมีค่าความเชื่อมั่นของครอนบาค เท่ากับ 0.72

### การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล

1. นำแบบทดสอบเรื่องอนุพันธ์ไปดำเนินการทดสอบกับนิสิตกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเอง ซึ่งก่อนทำแบบทดสอบผู้วิจัยได้ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการทดสอบและวิธีการทำแบบทดสอบ
2. ให้นิสิตกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบ เป็นเวลา 60 นาที
3. นำแบบทดสอบที่นิสิตกลุ่มตัวอย่างทำเสร็จแล้ว มาวิเคราะห์และจำแนกข้อบกพร่อง โดยใช้ตารางแจกแจงความถี่ และร้อยละ

### ผลการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอผลการศึกษาค้นคว้าข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบเรื่อง “อนุพันธ์” ของนิสิตกลุ่มตัวอย่างจำนวน 50 คน ดังตาราง 1

ตาราง 1 ข้อบกพร่อง จำนวนครั้ง และร้อยละของจำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่องในแต่ละด้านจากการทำแบบทดสอบของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง
1. จงหา $f'(x)$ โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ เมื่อกำหนดให้ $f(x) = 5x^2$	นิสิตสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้บทนิยามได้	<p><b>ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ไม่ได้นำบทนิยามมาใช้หาอนุพันธ์ อาจเป็นเพราะจำบทนิยามไม่ได้ หรือไม่เข้าใจบทนิยาม แต่หาอนุพันธ์โดยใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรแทน เช่น <math>f'(x) = 10x</math></li> <li>- นำบทนิยามมาใช้ในการหาอนุพันธ์ แต่ไม่สามารถหาค่าของ <math>f(x + \Delta x)</math> หรือ <math>f(x)</math> ในบทนิยามได้ เช่น</li> </ul> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(5x^2 + \Delta x) - 5x^2}{\Delta x} \text{ หรือ}$ $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(5x^2 + \Delta x(5x^2)) - f(5x^2)}{\Delta x}$ <p>หรือ <math>f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(5x^2 + \Delta x) - 5x^2}{\Delta x}</math></p>	35 (70%)
		<p><b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง เช่น</li> </ul> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5(x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - 5x^2}{\Delta x}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5\Delta x(x^2 + 2x + \Delta x) - 5x^2}{\Delta x}$	3 (6%)

หมายเหตุ ตัวเลขในวงเล็บ หมายถึง ร้อยละของจำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง

ตาราง 1 (ต่อ)

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง
1. จงหา $f'(x)$ โดยใช้ขัณฑ์ยามของอนุพันธ์ เมื่อกำหนดให้ $f(x) = 5x^2$	สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้ขัณฑ์ยามได้	- เกิดความสับสนในการใช้สูตรผลต่างกำลังสองและสูตรกำลังสองสมบูรณ์ เช่น $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5[(x + \Delta x)^2 - x^2]}{\Delta x}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5[(x + \Delta x)^2 + 2(x + \Delta x)x - x^2]}{\Delta x}$	
		<b>ด้านการคำนวณ</b> (ไม่พบข้อบกพร่อง)	0 (0%)
		<b>ด้านความไม่รอบคอบ</b> - ไม่ได้เขียน $\lim$ ข้างหน้าฟังก์ชัน แต่แนวคิดในการทำถูกต้อง เช่น $f'(x) = \frac{5(x + \Delta x)^2 - 5x^2}{\Delta x} = \frac{5(x^2 + 2x(\Delta x) + (\Delta x)^2) - 5x^2}{\Delta x}$ - ในบางบรรทัดไม่ได้เขียน $\Delta x$ เป็นตัวส่วน แต่แนวคิดในการทำถูกต้อง เช่น $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5(x + \Delta x)^2 - 5x^2}{\Delta x}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5(x^2 + 2x(\Delta x) + (\Delta x)^2) - 5x^2}{\Delta x}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 10x(\Delta x) + 5(\Delta x)^2 - 5x^2}{\Delta x}$	5 (10%)
2. จงหา $f'''(1)$ เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $f(x) = x^3 - 2x^4 + 5x - 7$	สามารถหาอนุพันธ์อันดับสูงของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้	<b>ด้านการใช้ขัณฑ์ยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b> - มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้ทฤษฎีบท หรือสูตรการหาอนุพันธ์พื้นฐาน เช่น $f'''(1) = (1)^3 - 2(1)^4 + 5(1) - 7$ หรือ $f'(x) = 3x - 2x + 5x - 7$ หรือ $f'(x) = 3x^3 - 8x^4 + 5x$	11 (22%)
		<b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b> (ไม่พบข้อบกพร่อง)	0 (0%)
		<b>ด้านการคำนวณ</b> - สามารถหา $f'''(x)$ ได้ แต่คำนวณหาค่า $f'''(1)$ ไม่ถูกต้อง เช่น $f'''(x) = 6 - 48x$ ดังนั้น $f'''(1) = 6 - 48(1) = 41$ หรือ $f'''(1) = 6 - 48(1) = -43$ - ใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรการหาอนุพันธ์พื้นฐานได้ถูกต้อง แต่ผิดพลาดในการคูณจำนวน เช่น จาก $f(x) = x^3 - 2x^4 + 5x - 7$ ดังนั้น $f'(x) = 3x^2 - 12x^3 + 5$ หรือจาก $f'(x) = 3x^2 - 8x^3 + 5$ ดังนั้น $f''(x) = 5x - 11x^2 + 0$	4 (8%)
		<b>ด้านความไม่รอบคอบ</b> - เขียนสัญลักษณ์ของอนุพันธ์ไม่ถูกต้อง เช่น $\frac{dy^3}{d^3x}$ หรือ $f' \frac{dy}{dx}$ - หาค่า $f'''(1)$ ได้ถูกต้อง แต่เขียนไม่ถูกต้อง เช่น $f'''(x) = 6 - 48(1) = -42$	4 (8%)

ตาราง 1 (ต่อ)

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง
3. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ กำหนดให้ $y = (5x^3 - 2x + 7)^4$	สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบที่กำหนดให้ได้	<p><b>ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b></p> <p>- มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรที่เรียกว่า “กฎลูกโซ่” เช่น <math>\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3</math> หรือ</p> $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7) \frac{dy}{dx} (5x^3 - 2x + 7)^3$ หรือ $\frac{dy}{dx} = 4((15x^2) - 2 + (0))$ หรือ $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3 + \frac{dy}{dx} (5x^3 - 2x + 7)$	16 (32%)
		<p><b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b></p> <p>- ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3 (15x^2 - 2)$ $= (20x^3 - 8x + 28)^3 (15x^2 - 2)$ หรือ $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3 (15x^2 - 2)$ $= 60x^2 (5x^3 - 2x + 7)^3 - 2$	5 (10%)
		<p><b>ด้านการคำนวณ</b></p> <p>- ใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรการหาอนุพันธ์พื้นฐานได้ถูกต้อง แต่ผิดพลาดในการคูณจำนวน เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3 \frac{dy}{dx} (5x^3 - 2x + 7)$ $= 4(5x^3 - 2x + 7)^3 (8x^2 - 2)$	1 (2%)
		<p><b>ด้านความไม่รอบคอบ</b></p> <p>- ไม่ได้ใส่วงเล็บให้กับนิพจน์บางนิพจน์ขณะหาอนุพันธ์หรือนิพจน์ที่เป็นผลลัพธ์สุดท้าย เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3 \frac{dy}{dx} 5x^3 - 2x + 7$ หรือ $\frac{dy}{dx} = 4(5x^3 - 2x + 7)^3 5x^3 - 2$	3 (6%)
4. กำหนดฟังก์ชันโดยปริยาย $2y^5 - 4x^3 + 3x = y^3$ จงหา $\frac{dy}{dx}$	สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายที่กำหนดให้ได้	<p><b>ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b></p> <p>- มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการนำทฤษฎีบทหรือสูตรที่เรียกว่า “กฎลูกโซ่” มาใช้ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย เช่น</p> $\frac{d}{dx} (2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{d}{dx} (y^3)$ $10y^4 - 12x^2 + 3 = 3y^2$ หรือ $\frac{d}{dx} (2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{d}{dx} (y^3)$ $10y^4 - 12x^2 \frac{dy}{dx} + 3 \frac{dy}{dx} = 3y^2$ หรือ $\frac{d}{dx} (2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{d}{dx} (y^3)$ $\frac{dy}{dx} = 10y^4 - 12x^2 + 3 = 3y^2$	23 (46%)

ตาราง 1 (ต่อ)

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง*
4. กำหนดฟังก์ชัน โดยปริยาย $2y^5 - 4x^3 + 3x$ $= y^3$ จงหา $\frac{dy}{dx}$	สามารถหาอนุพันธ์ ของฟังก์ชันโดยปริ- ยายที่กำหนดให้ได้	- ใช้กฎลูกโซ่หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายได้ถูกต้อง แต่มีความเข้าใจ คลาดเคลื่อนในการใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรการหาอนุพันธ์พื้นฐาน เช่น $\frac{d}{dx}(2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{d}{dx}(y^3)$ $2y^4 \frac{dy}{dx} - 4x^2 + 3 = y^2 \frac{dy}{dx}$	
		<b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b> - ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง เช่น $10y^4 \frac{dy}{dx} - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 12x^2 - 3$ $(10y^4 - 3y^2 \frac{dy}{dx}) \frac{dy}{dx} = 12x^2 - 3$ หรือ $10y^4 \frac{dy}{dx} - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 12x^2 - 3$ $10y^2 \frac{dy}{dx} (y^2 - 3y^2) = 12x^2 - 3$ หรือ - แกสมการหา $\frac{dy}{dx}$ ไม่ถูกต้อง เช่น $10y^4 \frac{dy}{dx} - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 12x^2 - 3$ $\frac{dy}{dx} = \frac{10y^4 - 3y^2}{12x^2 - 3}$	4 (8%)
		<b>ด้านการคำนวณ</b> - ใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรการหาอนุพันธ์พื้นฐานได้ถูกต้อง แต่ผิดพลาดใน การลบจำนวน เช่น $\frac{d}{dx}(2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{d}{dx} y^3$ $10y^4 \frac{dy}{dx} - 12x^2 + 3 = 3y \frac{dy}{dx}$	1 (2%)
		<b>ด้านความไม่รอบคอบ</b> - ไม่ได้ใส่วงเล็บให้กับนิพจน์หาค่าอนุพันธ์ เช่น $\frac{d}{dx} 2y^5 - 4x^3 + 3x = \frac{d}{dx} y^3$ - เขียนสัญลักษณ์ของอนุพันธ์ไม่ถูกต้อง แต่แนวคิดในการทำถูกต้อง เช่น $\frac{d}{dx}(2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{d}{dx} y^3$ $10y^4 \frac{d}{dx} + 12x^2 + 3 = 3y^2 \frac{d}{dx}$	9 (18%)
5. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ กำหนดให้ $y = x^2 \sin(x^2)$ $+ \cos^3 x$	นิสิตสามารถหา อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติที่กำหนด ให้ได้	<b>ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b> - มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนหรือจำทฤษฎีบทหรือสูตรไม่ได้ในการหา อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เช่น $\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin(x^2) + \sin(x^2) \frac{d}{dx} x^2 + \frac{d}{dx} \cos^3 x$ $= -2x^3 \cos(x^2) + 2x \sin(x^2) + 3\cos^2 x \sin x$ หรือ $\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin(x^2) + \sin(x^2) \frac{d}{dx} x^2 + \frac{d}{dx} \cos^3 x$ $= x^2 \cos(x^2) + 2x \sin(x^2) + 3\cos^2 x (-\sin x)$ หรือ	24 (48%)

ตาราง 1 (ต่อ)

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง*
5. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ กำหนดให้ $y = x^2 \sin(x^2) + \cos^3 x$	นิสิตสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กำหนดให้ได้	$\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin(x^2) + \sin(x^2) \frac{d}{dx} x^2 + \frac{d}{dx} \cos^3 x$ $= x^2 \cos(x^2) 2x + 2x \sin(x^2) + 3 \cos^2 x$ <p>- วิธีการเขียนเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของของฟังก์ชันโดยปริยายไม่ถูกต้อง แต่แนวคิดในการทำถูกต้อง เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = 2y^5 - 4x^3 + 3x = y^3$ $\frac{dy}{dx} = 10y^4 \frac{dy}{dx} - 12x^2 + 3 = 3y^2 \frac{dy}{dx} \text{ หรือ}$ $\frac{dy}{dx} (2y^5 - 4x^3 + 3x) = \frac{dy}{dx} y^3$ $\frac{dy}{dx} (10y^4 \frac{dy}{dx} - 12x^2 + 3) = \frac{dy}{dx} (3y^2 \frac{dy}{dx})$ <p>- ขาดความระมัดระวังในการเขียนเครื่องหมายบวก ลบ เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = \frac{-12x^2 - 3}{3y^2 - 10y^4}$ $= \frac{-12x^2 + 3}{3y^2 + 10y^4}$ <p>- จำทฤษฎีบทหรือสูตรของอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้ แต่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้ทฤษฎีบทหรือสูตรการหาอนุพันธ์พื้นฐาน</p> <p>เช่น <math display="block">\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin(x^2) + \sin(x^2) \frac{d}{dx} x^2 + \frac{d}{dx} \cos^3 x</math> <math display="block">= 2x \cos(x^2) 2x + 3 \cos^2 x (-\sin x) \text{ หรือ}</math> <math display="block">\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin(x^2) + \frac{d}{dx} \cos^3 x</math> <math display="block">= x^2 \cos(x^2) 2x + \frac{d}{dx} x^2 - 3 \cos^2 x \sin x</math></p>	
		<p><b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b></p> <p>- ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = x^2 \cos(x^2) 2x + 2x \sin(x^2) - 3 \cos^2 x \sin x$ $= 4x^2 [\cos(x^2) + \sin(x^2)] - 3 \cos^2 x \sin x$	1 (2%)
		<p><b>ด้านการคำนวณ</b></p> <p>(ไม่พบข้อบกพร่อง)</p>	0 (0%)
		<p><b>ด้านความไม่รอบคอบ</b></p> <p>- ไม่ได้ใส่วงเล็บให้กับนิพจน์บางนิพจน์ขณะหาอนุพันธ์ เช่น</p> $\frac{dy}{dx} = 2x^3 \cos(x^2) + 2x \sin x^2 - 3 \cos^2 x \frac{d}{dx} \cos x$ $= 2x^3 \cos(x^2) + 2x \sin x^2 + 3 \cos^2 x - \sin x$ $= 2x^3 \cos(x^2) + 2x \sin x^2 - 3 \cos^2 x \sin x$ $\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin x^2 + \sin x^2 \frac{d}{dx} x^2 + \frac{d}{dx} \cos^3 x$ $= x^2 \cos x^2 \frac{d}{dx} x^2 + \sin x^2 \frac{d}{dx} x^2 + 3 \cos^2 x - \sin x$ $= x^2 \cos x^2 2x + \sin x^2 2x + 3 \cos^2 x - \sin x$	8 (16%)



ตาราง 1 (ต่อ)

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง*
5. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ กำหนดให้ $y = x^2 \sin(x^2) + \cos^3 x$	นิสิตสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กำหนดให้ได้	- บางนิพนธ์ไม่ได้เขียนตัวแปร $x$ เช่น $\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \sin x^2 + \sin x^2 \frac{d}{dx} x^2 + \frac{d}{dx} \cos^3$ $= x^2 \cos(x^2)2x + 2x \sin x^2 + -3\cos^2 x \frac{d}{dx} \cos$ - ขาดความระมัดระวังในการเขียนเลขยกกำลัง เช่น $\frac{dy}{dx} = 2x^3 \cos(x^2) + 2x \sin x^2 - 3\cos^2 x \sin x$ $= 2x^3 \cos(x^4) + 2x \sin x^2 - 3\cos^2 x \sin x$	
6. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ กำหนดให้ $y = 5^x + e^{3x}$	สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่กำหนดให้ได้	<b>ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b> - มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนหรือจำทฤษฎีบทหรือสูตรไม่ได้ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เช่น $y = 5x + e^{3x}$ หรือ $y = 5x + 3e^{3x}$ หรือ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\ln 5} x + 3xe^{3x}$ หรือ $\frac{dy}{dx} = 5^x + 3e$	28 (56%)
		<b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b> (ไม่พบข้อบกพร่อง)	0 (0%)
		<b>ด้านการคำนวณ</b> (ไม่พบข้อบกพร่อง)	0 (0%)
		<b>ด้านความไม่รอบคอบ</b> - ไม่ได้ใส่วงเล็บให้กับนิพจน์ขณะหาอนุพันธ์ เช่น $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} 5^x + e^{3x}$ - เขียนสัญลักษณ์ของอนุพันธ์ไม่ถูกต้อง เช่น $\frac{dy}{dx} = 5^x \ln 5 + e^{3x} d(3x) = 5^x \ln 5 + 3e^{3x}$ หรือ $\frac{dy}{dx} = \frac{d(5^x)}{d} + \frac{d(e^{3x})}{d} = 5^x \ln 5 + 3e^{3x}$	4 (8%)
7. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ กำหนดให้ $y = \log_3(2x) + \ln(x^4 - 2)$	สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมที่กำหนดให้ได้	<b>ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์</b> - มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนหรือจำทฤษฎีบทหรือสูตรไม่ได้ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึม เช่น $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\log 2x \ln 3} \frac{d}{dx} (2x) + \frac{1}{\ln(x^4 - 2)} \frac{d}{dx} (x^4 - 2)$ หรือ $\frac{dy}{dx} = 2x \ln 3 + \frac{1}{(x^4 - 2)} \frac{d}{dx} (x^4 - 2)$ หรือ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x \ln 3} + \frac{1}{(x^4 - 2)}$	30 (60%)
		<b>ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต</b> - ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง เช่น $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x \ln 3} (2) + \frac{1}{(x^4 - 2)} (4x^3)$ $= \frac{1}{2x} \left( \frac{1}{\ln 3} + \frac{2x^3}{(x^4 - 2)} \right)$	1 (2%)

ตาราง 1 (ต่อ)

แบบทดสอบ (ข้อที่)	จุดประสงค์	ข้อบกพร่อง	จำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่อง*
7. จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อกำหนดให้ $y = \log_3(2x) + \ln(x^4 - 2)$	สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมที่กำหนดให้ได้	ด้านการคำนวณ (ไม่พบข้อบกพร่อง)	0 (0%)
		ด้านความไม่รอบคอบ - ไม่ได้ใส่วงเล็บให้กับนิพจน์บางนิพจน์ขณะหาอนุพันธ์ เช่น $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\log_3 2x) + \ln(x^4 - 2)$ หรือ $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \log_3 2x + \ln x^4 - 2$ หรือ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x \ln 3} \frac{d}{dx} 2x + \frac{1}{x^4 - 2} \frac{d}{dx} x^4 - 2$ - เขียนสัญลักษณ์ของอนุพันธ์ไม่ถูกต้อง เช่น $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \log_3 2x + \frac{dx}{dx} \ln(x^4 - 2)$ $= \frac{2}{2x \ln 3} + \frac{4x^3}{x^4 - 2}$ - ขาดความระมัดระวังในการเขียนเครื่องหมายบวก ลบ เช่น $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [\log_3 2x + \ln(x^4 - 2)]$ $= \frac{2}{2x \ln 3} + \frac{4x^3}{x^4 + 2}$	5 (10%)

ตาราง 1 แสดงข้อบกพร่องในลักษณะต่าง ๆ จำนวนครั้งและร้อยละของจำนวนครั้งของการเกิดข้อบกพร่องในแต่ละด้าน ซึ่งมีจำนวนหลายหน้าอาจไม่สะดวกในการศึกษา โดยเฉพาะการนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนครั้งและร้อยละของจำนวนครั้งของการเกิดข้อบกพร่อง ดังนั้นเพื่อให้เห็นภาพรวมของจำนวนครั้งและร้อยละของจำนวนครั้งของการเกิดข้อบกพร่องในแต่ละด้าน ผู้วิจัยจึงขอเสนอในตาราง 2 โดยใช้ข้อมูลจากตาราง 1 ดังนี้

ตาราง 2 จำนวนครั้งและร้อยละของจำนวนครั้งที่เกิดข้อบกพร่องในแต่ละด้านจากการทำแบบทดสอบของนิสิต

ข้อบกพร่อง	แบบทดสอบข้อที่							
	1	2	3	4	5	6	7	รวม
การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทหรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์	35 (70%)	11 (22%)	16 (32%)	23 (46%)	24 (48%)	28 (56%)	30 (60%)	167 (74.22%)
ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต	3 (6%)	0 (0%)	5 (10%)	4 (8%)	1 (2%)	0 (0%)	1 (2%)	14 (6.22%)
การคำนวณ	0 (0%)	4 (8%)	1 (2%)	1 (2%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	6 (2.67%)
ความไม่รอบคอบ	5 (10%)	4 (8%)	3 (6%)	9 (18%)	8 (16%)	4 (8%)	5 (10%)	38 (16.88%)

จากตาราง 2 เมื่อพิจารณาจำนวนครั้งของการเกิดข้อบกพร่องมีทั้งหมด 225 ครั้ง โดยเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย ดังนี้ พบข้อบกพร่องด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทหรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์เกิดขึ้นมากที่สุด 167 ครั้ง คิดเป็น

ร้อยละ 74.22 รองลงมา ได้แก่ ข้อบกพร่องด้านความไม่รอบคอบเกิดขึ้น 38 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 16.88 ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตเกิดขึ้น 14 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 6.22 และข้อบกพร่องด้านการคำนวณเกิดขึ้นน้อยที่สุด 6 ครั้ง

คิดเป็นร้อยละ 2.67 ตามลำดับ

### อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยที่พบว่า ข้อบกพร่องด้านการใช้ท-  
 นิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์เกิดขึ้น 167 ครั้ง  
 คิดเป็นร้อยละ 74.22 ซึ่งมากที่สุดเมื่อเทียบกับด้านอื่น หรือ  
 เป็นข้อบกพร่องที่เด่นชัดที่สุดของนิสิตกลุ่มตัวอย่าง อาจเนื่อง-  
 มาจากบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรในเรื่อง อนุพันธ์ เกี่ยว-  
 ข้องกับเรื่อง พหุนาม ฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ เลขยกกำลัง และ  
 ลอการิทึม ในเบื้องต้นผู้วิจัยได้ทดสอบความเข้าใจเนื้อหาเรื่อง  
 ดังกล่าวกับนิสิตกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบและการใช้  
 ถามตอบอย่างไม่เป็นทางการ ผู้วิจัยพบว่า นิสิตมีพื้นฐาน  
 เกี่ยวกับเรื่องพหุนาม ฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ เลขยกกำลัง และ  
 ลอการิทึมค่อนข้างอ่อนถึงอ่อนมาก ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นิสิต  
 มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้บทนิยามทฤษฎีบท หรือ  
 สูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ อัมพร ม้า-  
 คนอง (2536) ที่พบว่า ผู้เรียนที่มีข้อบกพร่องด้านทฤษฎีบท  
 สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ เนื่องมาจากขาดความรู้ความ  
 เข้าใจเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนอยู่ และสาเหตุ  
 สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือนิสิตจำบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตร  
 ไม่ได้ อาจเป็นเพราะนิสิตไม่ได้ฝึกฝนหรือใช้บ่อย ๆ ทั้งในและ  
 นอกชั้นเรียน อีกทั้งเรื่องอนุพันธ์มีทฤษฎีบทหรือสูตรค่อนข้าง  
 มาก ประกอบกับบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับ  
 อนุพันธ์มีความเป็นนามธรรมสูง ทำให้ยากต่อการจำและทำ  
 ความเข้าใจ

จากผลการวิจัยที่พบว่า ข้อพร่องด้านความไม่รอบ-  
 คอบเกิดขึ้น 38 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 16.88 เป็นข้อบกพร่อง  
 ที่ค่อนข้างเด่นชัดรองลงมาจากข้อบกพร่องด้านการใช้ท-  
 นิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์ ทั้งนี้อาจเนื่อง-  
 มาจากนิสิตขาดความระมัดระวัง ไม่รอบคอบ ประมาท รีบ  
 ทำแบบทดสอบ ไม่ตระหนักหรือไม่เห็นความสำคัญของการ  
 ตรวจสอบความถูกต้อง แม้ว่านิสิตมีแนวคิดในการทำที่ถูกต้อง  
 ก็ตาม ในเรื่องดังกล่าวนี้ นภาพรณ สุวรรณภา (2536) แนะนำ  
 ว่า ครูควรให้ผู้เรียนฝึกฝนจนเป็นนิสัย เนื่องจากเป็นคุณสมบัติ  
 ที่จำเป็นสำหรับผู้ที่เรียนคณิตศาสตร์

สำหรับผลการวิจัยที่พบว่า ข้อบกพร่องด้านความรู้  
 พื้นฐานทางพีชคณิตเกิดขึ้น 14 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 6.22  
 เป็นข้อบกพร่องที่พบรองจากข้อบกพร่องด้านการใช้ท-  
 นิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุพันธ์ และด้านความ

ไม่รอบคอบ สาเหตุอาจเกิดจากนิสิตขาดความรู้พื้นฐานทาง  
 พีชคณิตโดยเฉพาะสมบัติการแจกแจง เมื่อนิสิตตั้งนิพจน์ที่  
 เป็นตัวร่วมออกจากวงเล็บแล้วนิสิตมักจะเลยการตรวจสอบ  
 ว่าทั้งสองข้างของสมการยังเท่ากันหรือไม่ เมื่อนำนิพจน์ดัง-  
 กล่าวคูณแจกแจงเข้าไปในวงเล็บเหมือนเดิม สอดคล้องกับ  
 งานวิจัยของ Movshovitz-Hadar et al. (1987) และทัศนพร  
 คลังแก้ว (2532) ที่ศึกษาข้อบกพร่องการเรียนรู้วิชาพีชคณิต  
 พบว่า สาเหตุหนึ่งที่เป็นปัญหาคือนักเรียนไม่มีการตรวจสอบ  
 ความถูกต้องในการแก้ปัญหามาทางพีชคณิต

ส่วนผลการวิจัยที่พบว่า ข้อบกพร่องด้านการคำนวณ  
 เกิดขึ้น 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 2.67 ซึ่งน้อยที่สุด เมื่อเทียบกับ  
 ด้านอื่น ๆ หรือเป็นข้อบกพร่องที่ไม่เด่นชัด อาจเนื่องมาจาก  
 แบบทดสอบหลาย ๆ ข้อไม่ได้เน้นการคำนวณ ถึงแม้ว่าจะมี  
 การคำนวณแต่เป็นการคำนวณอย่างง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน มีนิสิต  
 ส่วนน้อยเท่านั้นที่มีการคำนวณผิดพลาดอาจเนื่องมาจากขาด  
 การฝึกฝน ฝึกทักษะด้านการคำนวณ หรือพื้นฐานทางด้าน  
 การคำนวณไม่ค่อยดีขณะที่เรียนอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษา  
 หรือประถมศึกษา

### ข้อเสนอแนะ

1. ผลการวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นข้อบกพร่องที่  
 เกิดขึ้นกับนิสิตในการเรียนวิชาแคลคูลัส เรื่อง อนุพันธ์ ซึ่งมี  
 ข้อบกพร่องด้านบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสูตรเกี่ยวกับอนุ-  
 พันธ์ ด้านความไม่รอบคอบ ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต  
 และด้านการคำนวณ ดังนั้น ผู้สอนควรใช้ข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น  
 เหล่านี้เป็นประโยชน์ในการหาวิธีสอนที่จะหลีกเลี่ยงข้อบก-  
 พร่องดังกล่าว
2. ในการทดสอบวัดและประเมินผลผู้เรียน ครู-  
 ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบว่าถูกหรือผิดเท่านั้น แต่ควรจะ  
 ตรวจสอบข้อบกพร่องนั้นว่าเป็นเนื้อหาเรื่องใด สาเหตุที่ผิด-  
 พลาดคืออะไร และผิดอย่างไร เพื่อครูผู้สอนจะสามารถหาทาง  
 แก้ไขข้อบกพร่องนั้นได้
3. ควรมีการศึกษาข้อบกพร่องในลักษณะเดียวกัน  
 นี้กับเนื้อหาอื่น ๆ และชั้นปีอื่น ๆ

### เอกสารอ้างอิง

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2553). พระราชบัญญัติ  
 การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม  
 (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553. กรุงเทพฯ: สำนักนายกรัฐมนตรี.

- คณะกรรมการการอุดมศึกษา. (2550). **กรอบแผนอุดมศึกษา ระยะยาว 15 ปี ฉบับที่ 2 (พ.ศ. 2551–2565)**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนนวม. (2533). **การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดารณี คำแหง. (2533). **การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทัศนพร คลังแก้ว. (2532). **การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นภาพรณ สุวรรณภา. (2536). **การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสระบุรี**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาศึกษาศาสตร์-การสอน. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วีรศักดิ์ บุญทน. (2553). **คณิตศาสตร์อิเล็กทรอนิกส์ 2**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). **ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: ศูนย์กลางลาดพร้าว.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). **ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2536). **รายงานการวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Boyer, C. B. (1968). **A History of Mathematics**. New York: John Wiley and Sons.
- Chai, C. M., and Ang, B. H. (1987). Identifying the reasons underlying pupils particular error in simple algebraic expressions and equations. **Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematics Education (ICMI- SEAMS)**, pp.189-198. Singapore: Institute of Education.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslaysky, O., and Inbar, S. (1987). An empirical classification model of errors in high school mathematics. **Journal of Research in Mathematics Education** 18(1): 3-14.
- Neuhauser, C. (2011). **Calculus for Biology and Medicine**. New Jersey: Prentice Hall.
- Stewart, J. (2006). **Concepts & Contexts 3E**. China: Thomson Brooks/Cole.