การศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต* ขวัญ เพียซ้าย สุกัญญา หะยีสาและ และอเนก จันทรจรูญ

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ วัฒนา กรุงเทพฯ 10110

*E-mail: ero-kawaiifutako_1982@hotmail.com

รับบทความ: 27 พฤษภาคม 2563 แก้ไขบทความ: 9 กรกฎาคม 2563 ยอมรับตีพิมพ์: 24 กรกฎาคม 2563

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่งของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามกรอบทฤษฎี APOS และจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน นักเรียนกลุ่มที่ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 40 คน ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยเลือกแบบจำเพาะเจาะจงอย่างมีจุดมุ่งหมาย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และงานปฏิบัติ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 46 ข้อ ที่สร้างขึ้นตามกรอบทฤษฎี APOS การเก็บรวบรวมข้อมูลเริ่มจากให้นักเรียนกลุ่มที่ศึกษาทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง จากนั้นแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม คือ นักเรียนกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน โดยพิจารณาคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง โดยใช้เทคนิค 25% (1:2:1) จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดังกล่าวทำงานปฏิบัติเพื่อพิจารณาคะแนนและจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ซึ่งการวิจัยนี้จัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่ม A AP APO และ APOS ผลของระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า เนื้อหาเรื่อง การวัดความยาว คะแนนระดับการกระทำ (A) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 75.95 คะแนนระดับกระบวนการ (P) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 71.08 คะแนนระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 51.88 และคะแนนระดับแผนภาพทางปัญญา (S) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 62.50 สำหรับเนื้อหาเรื่อง การชั่ง คะแนนระดับการกระทำ (A) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 86.20 คะแนนระดับกระบวนการ (P) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 65.55 คะแนนระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 83.93 และคะแนนระดับแผนภาพทางปัญญา (S) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 63.43 ผลของการจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

พบว่า นักเรียนกลุ่มเก่งอยู่ในกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่ม APOS จำนวน 2 คนกลุ่ม APO จำนวน 4 คน กลุ่ม AP จำนวน 2 คน และกลุ่ม A จำนวน 2 คน รวมทั้งหมด 10 คน นักเรียนกลุ่มปานกลางอยู่ในกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่ม APO จำนวน 1 คน กลุ่ม AP จำนวน 1 คน กลุ่ม A จำนวน 9 คน และไม่ผ่านเกณฑ์จำนวน 9 คน รวมทั้งหมด 20 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนอยู่ในกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่ม A จำนวน 4 คน และไม่ผ่านเกณฑ์จำนวน 6 คน รวมทั้งหมด 10 คน

คำสำคัญ: ระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎี APOS ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ การวัดความยาวและการชั่ง

Study of the Level of Mathematical Conceptual Understanding on Measurements of Length and Weight among Sixth–Grade Students

Supphakit Prachumkayohmat*, Khwan Piasai, Sukanya Hajisalah and Anek Janjaroon

Department of Mathematics, Faculty of Science,
Srinakharinwirot University, Wattana, Bangkok 10110, Thailand
*E-mail: ero-kawaiifutako_1982@hotmail.com

Received: 27 May 2020 Revised: 9 July 2020 Accepted: 24 July 2020

Abstract

This research aimed to study the levels of mathematical conceptual understanding on measurements of length and weight among grade–six students, to categorize levels of mathematical conceptual understanding on measurements of length and weight, and followed APOS theory among grade–six students with different levels of mathematical proficiency. The study student groups were identified and selected with a specific purpose. The tools used in the research were as follows: a four choice multiple–choice mathematical proficiency test, with 40 questions on measurements of length and weight; and a task on the measurements of length and weight in from of a subjective test with 46 questions, created with the APOS theory framework. Regarding the data collection process; the students took a mathematical proficiency test on the measurements of length and weight, then divided into three groups, namely, top-level, middle–level, and low-level scores, considering the test scores applied the 25% technique (1:2:1). Later, the students in each group were given a task on measurements of length and weight, consisting of four levels on a conceptual understanding of mathematical concepts, following the APOS theory framework, namely, A, AP, APO and APOS. The results of measurements of length showed the mean score of the action level was 75.95%, the process level was 71.08%, the object level was 51.88%, and the schema level was 62.50%. For measurements of weight, it was found that the mean score at the action level was 86.20%, the process level was 65.55%, the object level was 83.93%, and at a schema level of 63.43%. Following the aforementioned data, the students demonstrated different levels of mathematical conceptual understanding. As a result of the categorization, it was found that in the top–level score group, which consisted of 10 students; two demonstrated a conceptual understanding of mathematical concepts at the APOS level, four at the APO level, two at the AP level, and two

at the A level. The middle–level score group consisted of 20 students in total, and there was one at the APO level, one at the AP level, and nine at the A level, with the other nine students failing to reach any levels. Within the low–level score group, which consisted of 10 students, four demonstrated a conceptual understanding at an A level, while the other six students failed to reach any level.

Keywords: Level of mathematical conceptual understanding, APOS theory, Mathematics achievement, Measurements of length and weight

บทนำ

ในกลุ่มนักการศึกษาหรือครูผู้สอนคณิตศาสตร์มีความประสงค์ให้นักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ จึงเกิดคำถามที่ว่าความเข้าใจคืออะไร ครูจะสอนคณิตศาสตร์และพัฒนาให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ครูจะรู้ได้อย่างไรว่านักเรียนเข้าใจหรือไม่เข้าใจในสิ่งที่ครูสอน นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจมีพฤติกรรมเป็นอย่างไร หรือมีอะไรเป็นเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้เกิดความเข้าใจ คำถามเหล่านี้ได้รับความสนใจในกลุ่มของนักวิชาการด้านคณิตศาสตรศึกษา นักพัฒนาหลักสูตร หรือครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดเป็นกระแสกระตุ้นให้เสนอหลักการและแนวคิดเกี่ยวกับการกำหนดหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับชาติ ระดับท้องถิ่น และระดับสถานศึกษา ที่สามารถจะนำไปสู่การปฏิบัติได้จริง (Damsubhan, 2015; Sierpinska, 1990) เพื่อมุ่งเน้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เห็นประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ สภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูไทยส่วนใหญ่ยังเน้นการสอนแบบบรรยาย ให้ความสำคัญเฉพาะผลลัพธ์หรือคำตอบของนักเรียน แต่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับกระบวนการหรือแนวคิดของนักเรียน (Inprasitha, 2014)

ปัจจุบันในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มักพบปัญหาเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่เสมอ การจะรู้ว่านักเรียนเข้าใจทางคณิตศาสตร์หรือไม่นั้นเป็นเรื่องที่ยุ่งยาก เนื่องจากความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของแต่ละบุคคลที่สร้างขึ้นจากความคิดหรือประสบการณ์ใหม่ที่เชื่อมโยงกับโครงสร้างของความรู้ที่มีอยู่เดิม หรือเกิดจากการปรับเปลี่ยนระบบโครงสร้างที่เกี่ยวกับความรู้ ประกอบกับวิชาคณิตศาสตร์มักจะเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็นนามธรรม (Sierpinska, 1990) สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NTCM, 2000) ได้เสนอหลักการและ มาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standard for School Mathematics) ซึ่งหนึ่งในหกหลักการการเรียนรู้ที่นำเสนอไว้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ เสริมสร้างความรู้ใหม่จากความรู้และประสบการณ์ที่ตนเองมีอยู่ก่อนหน้าอย่างกระตือรือร้น Makhanong (2003) พบว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์โดยการจำข้อเท็จจริงหรือขั้นตอนวิธีการโดยปราศจากความเข้าใจจะเป็นอุปสรรคสำคัญใน

การนำความรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนในระดับที่สูงขึ้นต่อไป จากความสำคัญดังกล่าวนี้ ครูและนักคณิตศาสตรศึกษาจึงให้ความสนใจถึงวิธีการประเมินระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และคิดค้นตัวแบบ ทฤษฎี ที่จะนำมาใช้ในการประเมินเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ปัจจุบันมีทฤษฎีที่ใช้ในการประเมิน และอธิบายพัฒนาการเกี่ยวกับระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในแง่ของการเรียนการสอนมีหลายทฤษฎี ทฤษฎีหนึ่งที่นักวิจัยทางด้านคณิตศาสตรศึกษานำมาใช้ คือ ทฤษฎี APOS ซึ่งเสนอโดยดูบินสกี้ มีเป้าหมายเพื่อใช้เป็นกรอบแนวคิดในการประเมินและอธิบายพัฒนาการเกี่ยวกับระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนว่าเป็นอย่างไร แนวคิดเริ่มต้นของทฤษฎี APOS ซึ่งเป็นผลจากการสรุปได้แนวคิดสำคัญผ่านการคิดสะท้อน (reflective abstraction) ของเพียเจต์ โดยทฤษฎี APOS ได้แบ่งระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็น 4 ระดับ โดยรายละเอียดแต่ละระดับดูบินสกี้ได้อธิบายไว้ดังนี้ 1) ระดับการกระทำ (action) เป็นระดับที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกของตัวผู้เรียนเอง ผู้เรียนระดับนี้สามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขหรือคำสั่งตามที่กำหนดให้ได้ 2) ระดับกระบวนการ (process) เป็นการพัฒนาความเข้าใจระดับการกระทำโดยผ่านกระบวนการที่เกิดขึ้นภายใน (interiorization) ของผู้เรียน โดยความเข้าใจระดับนี้ผู้เรียนสามารถสร้างภาพในใจที่เกิดจากการคิด อีกทั้งยังสะท้อนกระบวนการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นนั้น โดยไม่จำเป็นต้องแสดงผ่านการกระทำในแต่ละขั้นตอน 3) ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (object) เป็นความเข้าใจที่เกิดจากระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการ ที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงเข้าด้วยกันอย่างเหมาะสม ผู้เรียนระดับนี้ตระหนักเกี่ยวกับกระบวนการต่าง ๆ ในแบบองค์รวม และ 4) ระดับแผนภาพทางปัญญา (schema) เป็นความสามารถสำหรับการเลือกเชื่อมโยงความเข้าใจระดับต่าง ๆ รวมถึงจากโครงสร้างการเชื่อมโยงทางปัญญาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น (Dubinsky, 1991; Jamwan, 2016)

การวัด (measurement) เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งในคณิตศาสตร์ ซึ่งการวัดเกี่ยวข้องและมีบทบาทต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์เราเป็นอย่างมาก (National Measurement Office, 2017) ในหลักสูตรประถมศึกษาหรือมัธยมศึกษาตอนต้นจึงระบุให้เน้นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้าใจเกี่ยวกับการวัดและกำหนดให้เรียนในทุกระดับชั้น ซึ่งการวัดความยาวและการชั่งเป็นส่วนหนึ่งในสาระการวัดถือว่าเป็นเนื้อหาที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนชั้นประถมศึกษาโดยตรง ผลจากที่ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูผู้สอนเกี่ยวกับปัญหาการจัดการเรียนรู้ในสาระการวัด พบว่า ครูส่วนใหญ่มุ่งเน้นการสอนตามเนื้อหาการวัดความยาวและการชั่งตามหลักสูตรที่กำหนด ไม่ได้มีการมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกคิด ไม่ได้ฝึกปฏิบัติจริง เพื่อทำให้นักเรียนได้เห็นภาพและทำให้นักเรียนรู้สึกสนุกไปกับการเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้สัมผัสกับเครื่องมือวัดและอุปกรณ์จริง ทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย ซึ่งสอดคล้องกับ Sethachan (2013) ที่ได้สัมภาษณ์ครูระดับประถมศึกษา จำนวน 5 ท่าน ได้ให้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในการเรียนสาระการวัด พบว่า นักเรียนมีปัญหาในเรื่องการเปลี่ยนหน่วย เช่น จากเซนติเมตรเป็นเมตร จากกรัมเป็นกิโลกรัม เพราะไม่เข้าใจหลักการเปลี่ยน

หน่วย นักเรียนบางคนไม่สามารถเลือกใช้เครื่องมือที่เหมาะสมกับการวัดได้ ใช้เครื่องมือไม่เป็นเนื่องจากครูผู้สอนมุ่งสอนแต่เนื้อหาขาดการปฏิบัติจริง ไม่มีกิจกรรมที่ผู้เรียนมีส่วนร่วม เครื่องมือและอุปกรณ์การวัดไม่เพียงพอกับผู้เรียน จากปัญหาดังกล่าวจึงทำให้ครูผู้สอนจำเป็นต้องเข้าใจรูปแบบการสอนสาระการวัดที่สอดคล้องกับธรรมชาติการเรียนรู้และกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน นอกจากนี้เมื่อพิจารณาคะแนนผลการทดสอบการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (ordinary national education testing: O–NET) ส่วนของวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2561 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของสาระการวัดเมื่อเทียบกับคะแนนเฉลี่ยสาระอื่น คะแนนเฉลี่ยของสาระการวัดต่ำกว่าสาระอื่น ยกเว้นสาระการวัดที่สูงกว่าสาระเรขาคณิต (National Institute of Educational Testing Service (Public Organization), 2019) แสดงให้เห็นว่าสาระการวัดนั้นยังไม่ประสบผลสำเร็จ ต้องมีการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในสาระการวัดให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามเราไม่อาจทราบได้ว่าปัญหาที่แท้จริงมีสาเหตุมาจากอะไร จากหลักสูตรการจัดการเรียนรู้ หรือจากตัวนักเรียนเอง งานวิจัยนี้จะสะท้อนให้เห็นถึงธรรมชาติของนักเรียนที่เกี่ยวกับระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ว่านักเรียนมีความเข้าใจเรื่องดังกล่าวอย่างไร เพื่อนำมาใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการกำหนดแนวทางและวางแผนการพัฒนาหลักสูตร หรือพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ให้เหมาะสมสอดคล้องกับระดับความสามารถของนักเรียน

จากเหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่งของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในบริบทของนักเรียนไทย โดยการศึกษานี้อยู่ในกรอบของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามกรอบทฤษฎี APOS และเพื่อจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ผลการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์เพื่อนำมาใช้กำหนดแนวทางและวางแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ให้เหมาะสมสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียนต่อไป และได้กรอบแนวคิดเบื้องต้นของระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในการประเมินและพัฒนาเครื่องมือวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ต่อไป

วิธีดำเนินการวิจัย

คัดเลือกนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการวิจัย จำนวน 40 คน จากโรงเรียนแห่งหนึ่งโดยการเลือกแบบจำเพาะเจาะจงอย่างมีจุดมุ่งหมาย ได้ส่งเอกสารชี้แจงและหนังสือแสดงเจตนายินยอมเข้าร่วมโครงการวิจัย (สำหรับเด็ก) และหนังสือแสดงความยินยอมสำหรับผู้ปกครองและเด็ก ซึ่งได้มีการชี้แจงถึงรายละเอียดของการวิจัยนี้ ได้แก่ งานวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใด นักเรียน

และผู้ปกครองจะได้รับประโยชน์จากการร่วมการวิจัยในครั้งนี้อย่างไร โดยข้อมูลระหว่างการดำเนินการวิจัยจะเป็นความลับจะเปิดเผยเฉพาะส่วนของผลการวิจัยเท่านั้น ผู้เข้าร่วมวิจัยมีสิทธิ์ถอนตัวออกจากโครงการได้หากต้องการและไม่มีผลกระทบต่อผู้เข้าร่วมวิจัยแต่ประการใด การวิจัยครั้งนี้กำหนดขั้นตอนการวิจัยเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 ระยะกำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย และระยะที่ 2 ระยะคัดแยกและจัดกลุ่ม โดยระยะคัดแยกและจัดกลุ่มแบ่งเป็น 2 ตอน ประกอบด้วย ตอนที่ 1 ให้นักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการวิจัย จำนวน 40 คน ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง เพื่อคัดแยกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ นักเรียนกลุ่มเก่ง นักเรียนกลุ่มปานกลาง และนักเรียนกลุ่มอ่อน โดยนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง มาจัดเรียงตามลำดับคะแนน โดยใช้เทคนิค 25% (1:2:1) ตอนที่ 2 ให้นักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการวิจัย จำนวน 40 คน ทำงานปฏิบัติ (task) เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ซึ่งสร้างขึ้นตามกรอบทฤษฎี APOS เพื่อใช้พิจารณาเกี่ยวกับระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง โดยผู้วิจัยได้สร้างตารางวิเคราะห์ความหมายทั่วไปของทฤษฎี APOS และนำสาระและมาตรฐานการเรียนรู้การวัดโดยใช้เนื้อหาการวัดความยาวและการชั่ง ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1–6 โดยมีการร่วมสนทนากลุ่ม (focus group) กับอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม อาจารย์ในภาควิชาคณิตศาสตร์ และนิสิตปริญญาเอกสาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ร่วมพิจารณาเพื่อวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเกี่ยวกับการวัด ความยาวและการชั่งให้สอดคล้องกับความหมายทั่วไปของทฤษฎี APOS ผลจากการสนทนากลุ่มและการวิเคราะห์ร่วมกัน นำมาจัดเป็นพฤติกรรมแต่ละระดับของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง โดยสำหรับเนื้อหาการวัดความยาว ระดับการกระทำ (action) นักเรียนสามารถ 1) บอกชื่อเครื่องมือวัดความยาวตามคำสั่งที่กำหนดให้ได้ (เช่น ไม้บรรทัด ไม้เมตร สายวัด ตลับเมตร) 2) ใช้เครื่องมือในการวัดความยาวตามที่ระบุได้ 3) วัดความยาวตามคำสั่งโดยใช้เครื่องมือวัดความยาวที่กำหนดให้ได้ และ 4) บอกหน่วยการวัดความยาวตามที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นแบบมาตรฐาน ระดับกระบวนการ (process) นักเรียนสามารถ 1) เลือกใช้เครื่องมือวัดความยาวที่เหมาะสมในการวัดสิ่งของที่กำหนดให้ได้ และสามารถบอกเหตุผลในการเลือกเครื่องวัดนั้น 2) วัดสิ่งของที่กำหนดให้ และบอกหน่วยวัดความยาวได้ และ 3) คาดคะเนความยาวของสิ่งที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นแบบมาตรฐานได้ ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (object) นักเรียนสามารถ 1) เปลี่ยนหน่วยความยาวที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นแบบมาตรฐานได้ และ 2) นำกระบวนการในการวัดความยาวมาเชื่อมโยงกับความรู้อื่นเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่เกี่ยวกับการวัดความยาวได้ ระดับแผนภาพทางปัญญา (schema) นักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดความยาว โดยอธิบายความเข้าใจในระดับการกระทำ กระบวนการ และสิ่งที่เรียนรู้ได้ สำหรับเนื้อหาการชั่ง ระดับการกระทำ (action) นักเรียนสามารถ 1) บอกชื่อเครื่องมือชั่งน้ำหนักตามคำสั่งที่กำหนดให้ได้

(เช่น เครื่องชั่งน้ำหนักตัว เครื่องชั่งสองแขน เครื่องชั่งสปริง เครื่องชั่งแบบตุ้มเลื่อน) 2) ใช้เครื่องมือในการชั่งน้ำหนักตามที่ระบุได้ 3) ชั่งน้ำหนักตามคำสั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่กำหนดให้ได้ และ 4) บอกหน่วยการชั่งตามที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและไม่เป็นแบบมาตรฐานได้ ระดับกระบวนการ (process) นักเรียนสามารถ 1) เลือกใช้เครื่องชั่งที่เหมาะสมในการชั่งสิ่งของที่กำหนดให้ได้ และสามารถบอกเหตุผลในการเลือกเครื่องชั่งนั้น 2) ชั่งสิ่งของที่กำหนดให้ และบอกหน่วยชั่งน้ำหนักได้ และ 3) คาดคะเนน้ำหนักของสิ่งที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นแบบมาตรฐานได้ ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (object) นักเรียนสามารถ 1) เปลี่ยนหน่วยการชั่งที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นแบบมาตรฐานได้ และ 2) นำกระบวนการในการชั่งมาเชื่อมโยงกับความรู้อื่นเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่เกี่ยวกับการชั่งได้ ระดับแผนภาพทางปัญญา (schema) นักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับการชั่งน้ำหนัก โดยอธิบายความเข้าใจในระดับการกระทำ กระบวนการ และสิ่งที่เรียนรู้ได้ ผู้วิจัยได้สร้างข้อคำถามของงานปฏิบัติ จำนวน 46 ข้อ ตามกรอบทฤษฎี APOS เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งว่านักเรียนมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละระดับอย่างไร และงานปฏิบัติที่สร้างขึ้นนี้จะเป็นกรอบแนวคิดเบื้องต้นและเป็นกรอบในการประเมินระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ซึ่งยังไม่พบในงานวิจัยอื่นสำหรับข้อคำถามในงานปฏิบัติ เรื่อง การวัดความยาว ระดับการกระทำ (A) ข้อ A1–A4 ให้นักเรียนบอกชื่อเครื่องมือวัดความยาวตามที่กำหนดให้ ข้อ A5–A8 ให้นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือวัดความยาวตามที่ระบุ ข้อ A9–A11 ให้นักเรียนใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวของภาพที่กำหนดให้ต่อไปนี้พร้อมทั้งบอกหน่วยตามที่กำหนดให้ และข้อ A12 ให้นักเรียนใช้เหรียญกระดาษที่ครูแจกให้วัดความยาวของภาพ พร้อมบอกหน่วยตามที่กำหนดให้ ระดับกระบวนการ (P) ข้อ P1–P4 กำหนดเครื่องมือวัดความยาวดังภาพ จงใช้เครื่องมือวัดความยาวที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถาม และข้อ P5–P6 ให้นักเรียนคาดคะเนความยาวของสิ่งที่กำหนดให้ ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) ข้อ O1 ให้นักเรียนวัดขนาดภาพของตู้เย็น ข้อ O2 ถ้านักเรียนต้องการวัดความยาวของเส้นที่กำหนดให้ ด้วยไม้บรรทัดหักที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนจะมีวิธีการวัดอย่างไร และข้อ O3–O4 ให้นักเรียนหาความยาวรอบรูป ระดับแผนภาพทางปัญญา (S) ข้อ S1 ให้นักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการวัดความยาว และข้อ S2 ถ้านักเรียนต้องการหารัศมีของลูกฟุตบอลลูกหนึ่ง นักเรียนจะมีวิธีการหารัศมีของลูกฟุตบอลอย่างไรสำหรับข้อคำถามในงานปฏิบัติ เรื่อง การชั่ง ระดับการกระทำ (A) ข้อ A1–A4 ให้นักเรียนบอกชื่อเครื่องมือชั่งน้ำหนักตามที่กำหนดให้ดังรูป โดยเติมตัวอักษรภาษาอังกฤษให้ตรงตามชื่อเครื่องชั่งให้ถูกต้อง ข้อ A5–A8 ให้นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือในการชั่งน้ำหนักสิ่งของตามที่ระบุดังภาพ ข้อ A9–A12 ให้นักเรียนบอกน้ำหนักจากสิ่งที่กำหนดให้ ระดับกระบวนการ (P) ข้อ P1–P3 ให้นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือในการชั่งน้ำหนักและบอกหน่วยการชั่งที่เหมาะสมในการชั่งน้ำหนักสิ่งที่กำหนดให้พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้เครื่องชั่งนั้น และข้อ P4–P5 ให้นักเรียนคาดคะเนน้ำหนักของสิ่งที่กำหนด

ให้ ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) ข้อ O1–O2 ให้นักเรียนหาค่าน้ำหนักและหน่วยของสิ่งที่กำหนดให้ และข้อ O3 ให้นักเรียนจับคู่ภาพให้ตรงกับน้ำหนักบนตาชั่ง พร้อมทั้งวาดเสกลน้ำหนักรวม ระดับแผนภาพทางปัญญา (S) ข้อ S1 ให้นักเรียนหาน้ำหนักผลไม้ในการชั่งครั้งที่ 4 และจงแสดงวิธีคิด และข้อ S2 ถ้านักเรียนต้องการชั่งของให้ได้ 7 กิโลกรัม โดยตาชั่งดังภาพ นักเรียนจะมีวิธีการชั่งอย่างไร แล้วทำการวิเคราะห์ผลการทำงานปฏิบัติดังกล่าวโดยการพิจารณาคะแนนระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามกลุ่มคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ข้างต้น ซึ่งการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่ม A กลุ่ม AP กลุ่ม APO และกลุ่ม APOS โดยนักเรียนในกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใด ต้องมีระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งเรื่องการวัดความยาวและการชั่งที่อยู่ระดับเดียวกัน จะมีเพียงเรื่องใดเรื่องหนึ่งไม่ได้ และการวิจัยนี้ได้กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 80 ใช้ตัดสินในการผ่านแต่ละระดับ กล่าวคือ ถ้านักเรียนคนใดได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไปถือว่านักเรียนคนดังกล่าวมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับนั้น

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ผลการวิจัยนี้เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ได้จากนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการวิจัย จำนวน 40 คน ซึ่งผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และจากการทดสอบงานปฏิบัติ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ดังรายละเอียดในตาราง 1

ตาราง 1 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และคะแนนระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการวิจัย

รหัสสมมติของนักเรียน	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์/กลุ่ม	คะแนนระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คิดเป็นร้อยละ) ตามกรอบทฤษฎี APOS														กลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
		การวัดความยาว								การชั่ง						
		A		P		O		S		A		P		O		S		
1	27 (กลาง)	83	✓	77	✗	76	✗	60	✗	96	✓	68	✗	75	✗	55	✗	กลุ่ม A
2	28 (เก่ง)	83	✓	85	✓	86	✓	100	✓	81	✓	82	✓	94	✓	82	✓	กลุ่ม APOS
3	30 (เก่ง)	87	✓	92	✓	86	✓	100	✓	92	✓	95	✓	94	✓	91	✓	กลุ่ม APOS
4	13 (อ่อน)	83	✓	73	✗	19	✗	80	✓	85	✓	41	✗	56	✗	59	✗	กลุ่ม A
5	14 (อ่อน)	83	✓	50	✗	19	✗	40	✗	85	✓	55	✗	69	✗	23	✗	กลุ่ม A
6	24 (กลาง)	61	✗	67	✗	67	✗	100	✓	77	✗	73	✗	94	✓	73	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
7	23 (กลาง)	61	✗	73	✗	33	✗	40	✗	100	✓	68	✗	94	✓	85	✓	ไม่ผ่านเกณฑ์
8	29 (เก่ง)	83	✓	100	✓	86	✓	60	✗	85	✓	86	✓	81	✓	86	✓	กลุ่ม APO
9	29 (เก่ง)	83	✓	85	✓	86	✓	60	✗	92	✓	86	✓	94	✓	73	✗	กลุ่ม APO
10	27 (กลาง)	87	✓	77	✗	29	✗	100	✓	88	✓	68	✗	100	✓	73	✗	กลุ่ม A
11	22 (อ่อน)	52	✗	38	✗	24	✗	20	✗	77	✗	32	✗	75	✗	27	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
12	14 (อ่อน)	52	✗	23	✗	29	✗	40	✗	77	✗	20	✗	69	✗	64	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
13	21 (อ่อน)	48	✗	31	✗	24	✗	40	✗	65	✗	48	✗	53	✗	27	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
14	22 (อ่อน)	83	✓	79	✗	67	✗	0	✗	85	✓	45	✗	72	✗	9	✗	กลุ่ม A

ตาราง 1 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และคะแนนระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการวิจัย (ต่อ)

รหัสสมมติของนักเรียน	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์/กลุ่ม	คะแนนระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คิดเป็นร้อยละ) ตามกรอบทฤษฎี APOS														กลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
		การวัดความยาว								การชั่ง						
		A		P		O		S		A		P		O		S		
15	29 (เก่ง)	83	✓	81	✓	48	✗	60	✗	88	✓	82	✓	100	✓	82	✓	กลุ่ม AP
16	14 (อ่อน)	83	✓	77	✗	52	✗	80	✓	85	✓	82	✓	94	✓	32	✗	กลุ่ม A
17	24 (กลาง)	83	✓	100	✓	67	✗	60	✗	88	✓	82	✓	81	✓	86	✓	กลุ่ม AP
18	28 (เก่ง)	83	✓	88	✓	67	✗	60	✗	88	✓	68	✗	91	✓	82	✓	กลุ่ม A
19	29 (เก่ง)	91	✓	85	✓	67	✗	60	✓	92	✓	86	✓	91	✓	73	✗	กลุ่ม AP
20	15 (อ่อน)	83	✓	15	✗	0	✗	0	✗	85	✓	0	✗	0	✗	0	✗	กลุ่ม A
21	22 (อ่อน)	65	✗	79	✗	0	✗	0	✗	85	✓	45	✗	72	✗	45	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
22	25 (กลาง)	83	✓	85	✓	24	✗	40	✗	88	✓	66	✗	94	✓	82	✓	กลุ่ม A
23	26 (กลาง)	87	✓	73	✗	29	✗	80	✓	85	✓	68	✗	94	✓	73	✗	กลุ่ม A
24	26 (กลาง)	83	✓	69	✗	33	✗	100	✓	81	✓	70	✗	88	✓	73	✗	กลุ่ม A
25	28 (เก่ง)	83	✓	81	✓	81	✓	60	✗	88	✓	82	✓	88	✓	55	✗	กลุ่ม APO
26	28 (เก่ง)	87	✓	81	✓	86	✓	60	✗	85	✓	82	✓	91	✓	82	✓	กลุ่ม APO
27	27 (กลาง)	52	✗	58	✗	38	✗	100	✓	88	✓	77	✗	75	✗	73	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
28	26 (กลาง)	70	✗	50	✗	67	✗	80	✓	85	✓	45	✗	94	✓	55	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
29	25 (กลาง)	61	✗	73	✗	86	✓	80	✓	92	✓	66	✗	88	✓	36	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
30	20 (อ่อน)	65	✗	67	✗	.38	✗	80	✓	92	✓	45	✗	100	✓	73	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
31	26 (กลาง)	65	✗	85	✓	71	✗	60	✗	73	✗	77	✗	91	✓	73	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
32	29 (อ่อน)	74	✗	58	✗	38	✗	60	✗	92	✓	64	✗	88	✓	73	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
33	26 (กลาง)	65	✗	77	✗	33	✗	80	✓	85	✓	82	✓	88	✓	32	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
34	27 (กลาง)	83	✓	81	✓	86	✓	60	✗	92	✓	86	✓	100	✓	82	✓	กลุ่ม APO
35	27 (กลาง)	70	✗	65	✗	71	✗	60	✗	88	✓	59	✗	81	✓	82	✓	ไม่ผ่านเกณฑ์
36	27 (กลาง)	87	✓	69	✗	71	✗	60	✗	88	✓	64	✗	88	✓	50	✗	กลุ่ม A
37	27 (กลาง)	87	✓	77	✗	38	✗	60	✗	88	✓	73	✗	91	✓	82	✓	กลุ่ม A
38	26 (กลาง)	83	✓	77	✗	48	✗	60	✗	92	✓	68	✗	94	✓	73	✗	กลุ่ม A
39	26 (กลาง)	83	✓	73	✗	57	✗	60	✗	85	✓	77	✗	91	✓	82	✓	กลุ่ม A
40	27 (กลาง)	70	✗	69	✗	48	✗	100	✓	85	✓	59	✗	84	✓	73	✗	ไม่ผ่านเกณฑ์
ค่าเฉลี่ยคะแนนที่ได้	82.50	75.95		71.08		51.88		62.50		86.20		65.55		83.93		63.43		
SD	4.44	2.74		4.83		5.35		1.34		1.66		4.35		2.82		2.57		
จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	37	25		15		10		17		35		14		29		14		

หมายเหตุ ✓ หมายถึง ระดับคะแนนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 ขึ้นไป

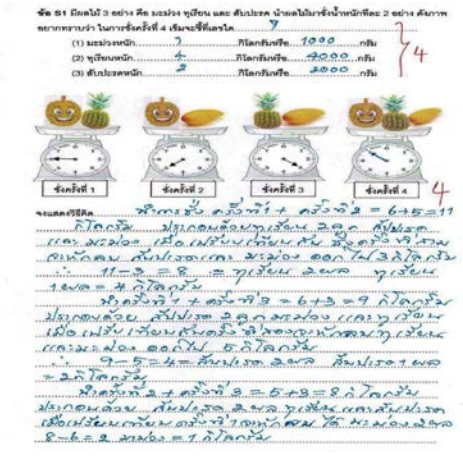
✗ หมายถึง ระดับคะแนนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80

จากตาราง 1 พบว่า สำหรับเนื้อหาเรื่อง การวัดความยาว คะแนนระดับการกระทำ (A) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 75.95 คะแนนระดับกระบวนการ (P) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 71.08 คะแนน

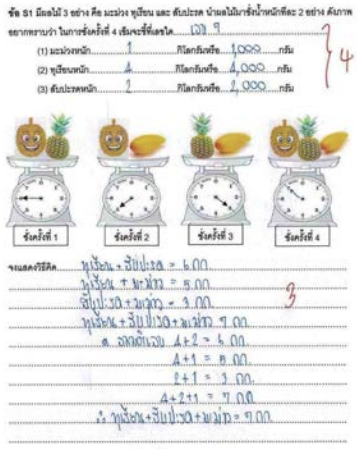
ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 51.88 และคะแนนระดับแผนภาพทางปัญญา (S) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 62.50 สำหรับเนื้อหาเรื่อง การชั่ง คะแนนระดับการกระทำ (A) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 86.20 คะแนนระดับกระบวนการ (P) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 65.55 คะแนนระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 83.93 และคะแนนระดับแผนภาพทางปัญญา(S) มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 63.43 สำหรับส่วนที่เกี่ยวกับการจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง แตกต่างกัน จะมีระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี APOS ดังนี้ 1) นักเรียนกลุ่มเก่ง จำนวน 10 คน พบว่า ระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในกลุ่ม APOS จำนวน 2 คน กลุ่ม APO จำนวน 4 คน กลุ่ม AP จำนวน 2 คน และกลุ่ม A จำนวน 2 คน 2) นักเรียนกลุ่มปานกลาง จำนวน 20 คน พบว่า ระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในกลุ่ม APO จำนวน 1 คน กลุ่ม AP จำนวน 1 คน กลุ่ม A จำนวน 9 คน และไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 9 คน และ 3) นักเรียนกลุ่มอ่อน จำนวน 10 คน พบว่า ระดับความเข้าใจเชิงมโน-ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่เฉพาะในกลุ่ม A จำนวน 4 คน และไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 6 คน

จากข้อมูลดังกล่าวจะเห็นว่า นักเรียนมีคะแนนระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน สาเหตุอาจเนื่องมาจากตัวงานปฏิบัติ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ที่ให้นักเรียนทำเป็นลักษณะของปัญหาปลายเปิดที่ให้นักเรียนทุกคนได้แสดงแนวคิดด้วยความเข้าใจของตนเองทำให้เกิดแนวคิดที่มีความแตกต่างและหลากหลาย และงานปฏิบัติที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามกรอบทฤษฎี APOS เพื่อศึกษาว่าระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ให้นักเรียนทำงานปฏิบัติดังกล่าวโดยไม่ได้ใช้ร่วมกับรูปแบบการสอนใด ๆ เนื่องจากผู้วิจัยต้องการศึกษาถึงธรรมชาติที่แท้จริงของระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละระดับของนักเรียนว่าเป็นอย่างไร ผู้วิจัยขอนำเสนอผลการทำงานปฏิบัติ เรื่อง การชั่ง ข้อ S1 ของนักเรียน 3 กลุ่ม ได้แก่ นักเรียนกลุ่มเก่ง นักเรียนกลุ่มปานกลาง และนักเรียนกลุ่มอ่อน รายละเอียดดังในภาพที่ 1

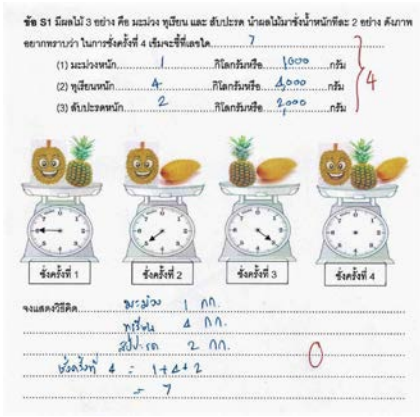
จากภาพที่ 1 ผลการทำงานปฏิบัติ เรื่อง การชั่ง ข้อ S1 ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน 3 กลุ่ม คำตอบของงานปฏิบัติสำหรับนักเรียนกลุ่มเก่ง จะเขียนอธิบายด้วยเหตุผลที่ละเอียดเป็นขั้นเป็นตอน บอกรายละเอียดถูกต้องครบถ้วน ถึงขั้นตอนวิธีการได้มาของคำตอบของน้ำหนักผลไม้แต่ละชนิด นักเรียนนักเรียนกลุ่มปานกลาง เน้นวิธีการแบบง่าย ๆ สั้นและกระชับ โดยนักเรียนใช้วิธีการสมมติเลขลงไปในผลไม้สองอย่าง ให้ได้น้ำหนักพอดีกับภาพที่ให้มา แล้วนำน้ำหนักของผลไม้แต่ละอย่างมารวมกัน และนักเรียนกลุ่มอ่อน ไม่ได้แสดงวิธีการได้มาของน้ำหนักผลไม้แต่ละชนิด จากข้อมูลจะเห็นว่านักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มปานกลาง ทำคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 สำหรับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระดับแผนภาพทางปัญญา แต่นักเรียนกลุ่มอ่อน ทำคะแนนไม่ถึงร้อยละ 80 สำหรับระดับแผนภาพทางปัญญา ใน



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 1 ผลการทำงานปฏิบัติ เรื่อง การชั่ง ข้อ S1 ของ (ก) นักเรียนกลุ่มเก่ง (ข) นักเรียนกลุ่มปานกลาง และ (ค) นักเรียนกลุ่มอ่อน

ข้อ S1 และจากผลการทำงานปฏิบัติ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนที่ทำคะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไปอยู่ในระดับการกระทำมากที่สุด อาจเนื่องมาจากความเข้าใจระดับการกระทำ เป็นความเข้าใจระดับพื้นฐานและเป็นระดับที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกของตัวผู้เรียนเอง ผู้เรียนระดับนี้สามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขหรือคำสั่งตามที่กำหนดให้ได้ เช่น ในกรณีของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน “ผู้เรียนที่ใช้นิพจน์ชัดเจนเพื่อคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และสามารถทำได้มากกว่าแทนตัวแปรในนิพจน์นั้นขึ้นมาได้แล้วก็ดำเนินการต่อถือว่าผู้เรียนคนนั้นมีความเข้าใจในระดับการกระทำต่อเรื่องฟังก์ชัน” (Dubinsky *et al*., 2005) และจากการศึกษางานวิจัยของ Naklamthong (2016) พบว่า นักศึกษามีความเข้าใจในมโนมติลิมิตในระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันในระดับการกระทำ นักศึกษามีความสามารถในการคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นตอนเกี่ยวกับการหาค่าของฟังก์ชัน เมื่อ

ถูกแทนด้วยค่าตัวแปรอิสระทีละค่าที่อยู่ในโดเมนของฟังก์ชัน กล่าวคือ นักศึกษามีความเข้าใจในระดับ action process และ object ที่เกี่ยวกับมโนมติลิมิตของฟังก์ชัน และนักศึกษาสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจระดับ process และ object และคุณสมบัติที่เกี่ยวข้องในการแก้สถานการณ์ปัญหาสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ที่เฉพาะได้ แต่ความเข้าใจระดับ schema เกี่ยวกับมโนมติลิมิตยังมีความไม่สมบูรณ์ เช่นเดียวกับงานวิจัยนี้สำหรับเนื้อหาการชั่ง พบว่า นักเรียนที่ทำคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 น้อยที่สุดอยู่ในระดับแผนภาพทางปัญญา ส่วนผลการวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดกลุ่มระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน สาเหตุอาจเนื่องมาจากสิ่งสำคัญที่สุดที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน คือ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถทำให้บุคคลสร้างความคิดรวบยอด โดยสร้างจากความคิดหรือประสบการณ์ใหม่เข้ามาเชื่อมโยงกับความรู้ที่มีอยู่แล้ว ซึ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Makhanong, 2003; Ruangsawat, 2019) สำหรับงานวิจัยนี้ นักเรียนกลุ่มเก่ง ส่วนใหญ่จะอยู่ในกลุ่ม APO ส่วนนักเรียนกลุ่มปานกลางและนักเรียนกลุ่มอ่อน ส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่ม A งานวิจัยที่ศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับความยุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งทำการศึกษาโดย Thada (2009) พบว่า นักเรียนที่มีผลการเรียนที่แตกต่างกัน จะเผชิญความยุ่งยากในระดับการพัฒนาที่แตกต่างกัน โดยนักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำมักจะมีความเข้าใจระดับการกระทำ (A) ที่ไม่สมบูรณ์ทำให้ยากต่อการพัฒนาไปสู่ระดับกระบวนการ (P) หรือนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงที่มีความเข้าใจถึงระดับสิ่งที่เรียนรู้ (O) แต่เมื่อเผชิญกับปัญหาในลักษณะที่แตกต่างออกไปก็ไม่สามารถที่จะแก้ปัญหาได้ กล่าวคือ ยังไม่สามารถพัฒนาไปจนถึงระดับแผนภาพทางปัญญา (S) ได้ และมีรายงาน/บทความ/ข้อคิดเห็นทางวิชาการของ Nawaphan (2013) ที่กล่าวถึงบางทฤษฎีมีลักษณะเฉพาะที่เหมาะสมกับผู้เรียนเพียงบางกลุ่ม เช่น ทฤษฎีเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะสร้างยากกว่าวิชาที่เป็นรูปธรรม เพราะคณิตศาสตร์มีลักษณะที่ประกอบด้วยสถานการณ์ที่หลากหลาย มีกฎ สัญลักษณ์ และขั้นตอนการทำงานที่ซับซ้อน ทำให้การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทำได้กับผู้เรียนที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เช่นเดียวกับทฤษฎี APOS ที่เน้นการจัดระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ระดับการกระทำ ระดับกระบวนการ ระดับสิ่งที่เรียนรู้ ไปจนถึงระดับแผนภาพทางปัญญา โดยการจะพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปถึงระดับสิ่งที่เรียนรู้ได้นั้น ต้องอาศัยทักษะการคิดในการเชื่อมโยงความรู้และการวิเคราะห์ หากผู้เรียนไม่มีทักษะการคิดวิเคราะห์ ระดับความเข้าใจก็อาจไม่สามารถพัฒนาไปถึงระดับแผนภาพทางปัญญาได้ และผู้สอนก็ไม่สามารถจัดการเรียนรู้ตามแนวทางทฤษฎีนี้ได้ แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัย นักคณิตศาสตรศึกษา และครูผู้สอนควรประยุกต์และเลือกใช้ทฤษฎีให้เหมาะสมกับกลุ่มผู้เรียน ซึ่งบางทฤษฎีเหมาะสำหรับผู้เรียนกลุ่มเก่ง และอาจไม่เหมาะสมกับผู้เรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มอ่อน หรือโรงเรียนขยายโอกาส ซึ่งมีระดับความสามารถที่หลากหลาย โดยส่วนใหญ่เป็นผู้เรียนกลุ่มอ่อน และขาดการสนับสนุนจากทางครอบครัว

ข้อเสนอแนะ

การจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1–6 ควรเน้นให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการใช้เครื่องมือวัดความยาวและเครื่องชั่งน้ำหนักที่เป็นของจริง มากกว่าการรู้จักเพียงแค่ชื่อและภาพของเครื่องมือวัดในหนังสือเรียน และในการสอนคณิตศาสตร์สาระการวัด ครูผู้สอนจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนแนวทางการสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย จำเป็นต้องเข้าใจรูปแบบการสอนการวัดแนวใหม่ เช่น รูปแบบการสอนไดแอส (DIAS Model) พบว่า รูปแบบการสอนนี้ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เข้าใจสาระสำคัญของการวัดและนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ หรือจะใช้ทฤษฎี APOS ร่วมกับรูปแบบการสอนแบบไดแอส ผู้วิจัยคาดว่าจะสามารถพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการวัดได้ สำหรับผู้วิจัยที่สนใจจะศึกษาประเด็นเกี่ยวกับระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถศึกษาจากกรอบแนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ซึ่งเป็นเครื่องมือในการประเมินและพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อนำไปต่อยอดหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่นในสาระการวัด หรือในสาระอื่น ๆ ได้

เอกสารอ้างอิง

Damsubhan, V. (2015). **Conception and Study of Mathematical Understanding**. Bangkok: Danax Intercopration. (in Thai)

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advance mathematical thinking. In Tall, D. O. (Ed.), **Advance Mathematical Thinking** (pp. 95–123). Dordrecht: Kluwer.

Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M. A., and Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An APOS analysis: Part 1. **Educational Studies in Mathematics** 58: 335–359.

Inprasitha, M. (2014). **Problem Solving in School Mathematics**. KhonKaen: Pen Printing. (in Thai)

Jamwan, S. (2016). **Level of Mathematical Understanding on Symmetry Axis Based on APOS Theory: A Case Study of Grade 4 Huanasuksawit School**. Retrieved from https://drive. google.com/file/d/0B2vZpkob4eWgVzNzVFNCRmtaSm8/view, March 5, 2020. (in Thai)

Makhanong, A. (2003). **Collection of Articles and Directives on Learning Management, The Learning Outcomes of Mathematics Subject Group**. Bangkok: Bophidhkanphim. (in Thai)

Naklamthong, S. (2016). **An Investigation of Levels of Mathematical Understanding on Limit Concept Based on APOS Theory Using the Geometer's Sketchpad (GSP) as Learning Tool**. Master's Thesis in Mathematics Education. KhonKaen: Khon-

Kaen University. (in Thai)

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM.

National Institute of Educational Testing Service (Public Organization). (2019). **Summary of Ordinary National Educational Test (O–NET) Academic Year 2019**. Retrieved from http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETP6_2561.pdf, March 1, 2020. (in Thai)

National Measurement Office. (2017). **Measurement in Daily Life**. Retrieved from https://www.npl.co.uk/upload/pdf/measurement-matters.pdf, March 5, 2020.

Nawaphan, N. (2013). **Academic Article**. Retrieved from http://pookpikschool.com/Learn/vichakarn.pdf, June 28, 2020. (in Thai)

Ruangsawat, P. (2019). **Development of Learning Management Model Based on Constructivist Theory to Promote Mathematical Understanding in Probability of Mathayomsuksa 5 students**. Master's Thesis in Mathematics and Mathematics Education. Phatthalung: Thaksin University. (in Thai)

Sethachan, P. (2013). **A Study of Learning Achievement and Attitudes toward Mathematics for Measuring Length and Weight of Grade 3 Students with Games Learning**. Master's Project, M.Ed. (Elementary Education). Bangkok: Srinakharinwirot University. (in Thai)

Sierpinska, A. (1990). Some Remarks on Understanding in Mathematics. **For the Learning of Mathematics** 10(3): 24–36.

Thada, J. (2009). **Diagnosing of Undergraduate Students' Mathematical Learning Difficulties on Introduction to Graph Theory in Faculty of Education, KhonKaen University.** Master's Thesis in Mathematics Education. KhonKaen: KhonKaen University. (in Thai)