# กำหนดการทางคณิตศาสตร์

**ความหมายของกำหนดการทางคณิตศาสตร์** (Mathematical Programming) กำหนดการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาค่าเหมาะที่สุด (optimum) ของฟังก์ชันหนึ่งตัวแปรหรือหลายตัวแปร โดยมีเงื่อนไขบางอย่างเป็นข้อบังคับ กล่าวคือ ต้องการหาค่าของตัวแปร $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ซึ่งจะให้ค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชัน

$$z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$ โดยมีเงื่อนไข

$$g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \left\{ \begin{matrix} \leqslant \\ \geqslant \end{matrix} \right\} b_i$$

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

เมื่อ $b_i$ คือ ค่าคงที่และ $f, g_i$ คือฟังก์ชันที่มีค่าเป็นจำนวนจริง ค่าเหมาะที่สุดในที่นี้อาจเป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดแล้วแต่กรณี ฟังก์ชัน f เรียกว่า ฟังก์ชันจุดมุ่งหมาย (objective function) ส่วนฟังก์ชัน $g_i$ เรียกว่า ฟังก์ชันเงื่อนไข (censtraint function)

กำหนดการทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์และใช้แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในหลายๆ ด้านด้วยกัน เป็นต้นว่า ปัญหาการวางแผนการผลิตทางด้านอุตสาหกรรม ปัญหาการขนส่งสินค้า ปัญหาการจัดสรรงาน หรือ ปัญหาอื่นๆ ในวงการธุรกิจ ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเป็นกำไรสูงสุดหรือไม่ก็ค่าใช้จ่ายต่ำสุด โดยมีเงื่อนไขของทรัพยากรซึ่งมีอยู่จำกัดเป็นข้อบังคับ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

โรงงานทอผ้าแห่งหนึ่งต้องการทอผ้า ๓ ชนิด โดยใช้ด้าย ๒ สีคือสีแดงและสีขาว ผ้าชนิดที่ ๑ จะใช้ด้ายสีแดง ๓ หลา สีขาว ๑ หลา ชนิดที่ ๒ จะใช้ด้ายสีแดง ๔ หลา สีขาว ๓ หลา และชนิดที่ ๓ จะใช้ด้ายสีแดง ๑ หลา สีขาว ๒ หลา ต่อความยาวหนึ่งหน่วย ด้ายสีแดงมีอยู่ทั้งสิ้น ๒๐ หลา ส่วนด้ายสีขาวมีอยู่ ๑๐ หลา ถ้ารายได้จากแต่ละหนึ่งหน่วยความยาวของผ้าชนิดที่ ๑ ๒ และ ๓ คิดเป็นเงิน ๓.๖ และ ๒ บาท ตามลำดับ โรงงานนี้ควรทอผ้าแต่ละชนิดคิดเป็นความยาวกี่หน่วย จึงจะมีรายได้สูงสุด

สมมติว่าโรงงานนี้ทอผ้าชนิดที่ ๑.๒ และ ๓ เป็นความยาว $x_1, x_2$ และ $x_3$ หน่วย ตามลำดับ ดังนั้น รายได้ที่จะได้คือ $z = 3x_1 + 6x_2 + 2x_3$ โดยมีเงื่อนไขว่า $3x_1 + 4x_2 + x_3 \leqslant 20$ และ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leqslant 10$ จะเห็นว่า สิ่งที่โรงงานนี้ต้องการคือค่าของตัวแปร $x_1, x_2, x_3$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขทั้งสองและให้ค่าสูงสุดของ z

**การจำแนกประเภทของกำหนดการทางคณิตศาสตร์**

ปัญหาที่เป็นกำหนดการทางคณิตศาสตร์อาจจำแนกเป็นประเภทต่างๆ ตามลักษณะ ๔ อย่างดังนี้

๑) จำแนกตามลักษณะของตัวแปร และค่าที่เกี่ยวข้องในปัญหาว่าเป็นค่าที่รู้แน่นอน (deterministic) หรือไม่แน่นอน (probabilistic)

๒) จำแนกตามลักษณะของฟังก์ชัน f และ $g_i$ ว่า f และ $g_i$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นทั้งหมด (linear programming) หรือ มีอย่างน้อยฟังก์ชันหนึ่งที่ไม่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (nonlinear pregramming)

๓) จำแนกตามลักษณะของตัวแปรว่าเป็นตัวแปรต่อเนื่อง หรือเป็นตัวแปรที่มีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น (integer pregramming)

๔) จำแนกตามลักษณะของปัญหาว่าเป็นการหาค่าเหมาะที่สุด ณ เวลาใดเวลาหนึ่ง (static) หรือเป็นการหาค่าเหมาะที่สุดสำหรับช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง (dynamic)

กำหนดการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นที่รู้จักและใช้กันอย่างแพร่หลายในการแก้ปัญหา ได้แก่ประเภทที่ f และ $g_i$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นทั้งหมดและค่าต่างๆ ที่เกี่ยวข้องเป็นค่าที่รู้แน่นอน ทั้งนี้เนื่องจากมีวิธีการซึ่งใช้หาคำตอบสำหรับปัญหาประเภทนี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพคือ วิธีการซิมเพล็กซ์ (simplex method) ซึ่งเป็นผลงานคิดค้นของ George Dantzig ในปี ค.ศ.๑๙๔๗ เมื่อใช้วิธีการนี้โดยอาศัยคอมพิวเตอร์ในการคำนวณจะสามารถหาคำตอบสำหรับปัญหา ซึ่งมีตัวแปรและเงื่อนไขเป็นจำนวนพันๆ ได้

ในกรณีที่ฟังก์ชัน f และ $g_i$ อย่างน้อยฟังก์ชันหนึ่งไม่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น ยังไม่มีวิธีการใดที่ใช้เป็นวิธีทั่วไปในการหาคำตอบ กล่าวคือ แต่ละวิธีจะเหมาะสำหรับปัญหาเฉพาะอย่างเท่านั้น และการหาคำตอบจะยุ่งยากกว่ามาก ด้วยเหตุนี้ ถึงแม้ว่าปัญหาแต่ละประเภทดังกล่าวข้างต้นจะมีวิธีการซึ่งใช้หาคำตอบได้ก็ตาม ในทางปฏิบัติ จะนิยมปรับปัญหาที่ต้องการคำตอบให้เป็นรูปแบบที่ใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพและง่ายกว่าได้ โดยหวังว่าคำตอบที่ได้จากวิธีนี้จะทำให้เกิดความเข้าใจในปัญหาจริงมากยิ่งขึ้นโดยไม่จำเป็นต้องได้คำตอบที่แท้จริง

**เพ็ชรรัตน์ จันทร์แสนวิไล**

## บรรณานุกรม

McMillan, Jr.,Claude. **Mathematical Programming.** 2nd ed. New York : John Wiley & Sons, 1975.

Plattonberger, Roger C. and David A. Walker. **Mathematical Programming for Economics and Business.** Ames, Iowa : The Iowa State University Press, 1976.

Vajdu, J. **Mathematical Programming.** Reading, Massachusetts : Addison-Wesley, 1961.