การวิเคราะห์ความแปรปรวน

ความเป็นมาของการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance)

ผู้ริเริ่มและพัฒนาวิธีการทางสถิติที่เรียกว่า "การวิเคราะห์ความแปรปรวน" คือ ฟิชเชอร์ (R.A. Fisher) เมื่อปี ค.ศ. 1923 (พ.ศ. 2466) โดยเริ่มต้นวิเคราะห์ด้านเกษตรกรรม จุดมุ่งหมายของการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลผลิตจากข้าวสาลี 4 ชนิดว่า ให้ผลผลิตแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ด้วยการทดลองกับแปลงเพาะปลูก 4 กลุ่ม ๆ ละ 8 แปลง รวม 32 แปลง และควบคุมตัวแปรอื่น ๆ ที่อาจมีผลต่อการผลิตข้าวสาลี ในแปลงเพาะปลูกทั้ง 4 กลุ่ม ให้มีสภาพต่าง ๆ โดยเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน เมื่อครบกำหนดเวลาที่ใช้ในการทดลอง จึงเอาค่าเฉลี่ยทั้ง 4 จำนวนมาพิจารณาเปรียบเทียบความแปรปรวนของผลผลิตจากแปลงเพาะปลูกในแต่ละกลุ่ม ว่ามีการแปรเปลี่ยนจากค่าเฉลี่ยของกลุ่มและค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมดมากน้อยเพียงใด ถ้าความแปรปรวนนี้มีค่าเล็กน้อย ค่านี้อาจเกิดจากความคลาดเคลื่อนของการสุ่ม (sampling error) ที่ไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานที่ว่า ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างผลผลิตที่เกิดจากข้าวสาลีทั้ง 4 ชนิดนี้ สมมติฐานเช่นนี้เรียกว่า สมมติฐานเป็นกลาง (null hypothesis) หรือสมมติฐานไร้นัยสำคัญ ในทางตรงข้ามถ้าความแปรปรวนระหว่างค่าเฉลี่ยเหล่านี้มีค่ามากพอ ก็สามารถปฏิเสธสมมติฐานเป็นกลางดังกล่าว และยอมรับสมมติฐานไม่เป็นกลาง (alternative hypothesis) หรือสมมติฐานมีนัยสำคัญ แสดงว่าผลผลิตจากข้าวสาลีทั้ง 4 ชนิดแตกต่างกัน

ความหมาย

การวิเคราะห์ความแปรปรวน เรียกย่อ ๆ ว่า ANOVA (อ่านว่า แอน-โน-วา) เป็นวิธีพิจารณาผลบวกของกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนทั้งหมด โดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือ ผลบวกกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนภายในกลุ่ม กับผลบวกของกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนระหว่างกลุ่ม หลังจากนั้นจึงวิเคราะห์ว่า ความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม เมื่อเปรียบเทียบกับความแปรปรวนภายในกลุ่มแล้ว มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ เพราะเหตุใด เช่น เป็นกลางก็แสดงว่าการกระทำ k แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานเป็นกลาง หมายถึงการยอมรับสมมติฐานไม่เป็นกลางโดยปริยาย แสดงว่ามีการกระทำอย่างน้อย 2 แบบที่ให้ผลแตกต่างกัน

วิธีการที่ใช้วิเคราะห์ความแปรปรวน จะมีขั้นตอนมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่ใช้ในการวิเคราะห์ ถ้ามีเพียงตัวแปรเดียวหรือองค์ประกอบเดียวเรียกว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบหนึ่งองค์ประกอบหรือแบบทางเดียว ถ้ามีตัวแปรสองตัวหรือสององค์ประกอบ เรียกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสององค์ประกอบหรือสองทาง และถ้ามีตัวแปรสามตัวหรือมีสามองค์ประกอบก็เรียกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสามองค์ประกอบหรือสามทาง ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวและแบบสองทาง ดังนี้

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (ONE - WAY ANOVA)

หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การวิเคราะห์ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่มากกว่า 2 กลุ่ม จะต้องหาความแตกต่างพื้นฐาน 2 แบบ สำหรับประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร คือ ความแตกต่างของข้อมูลระหว่างกลุ่มและความแตกต่างของข้อมูลภายในกลุ่ม ซึ่งมีลักษณะต่างกันดังนี้

1) ค่าประมาณความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม (between - group variance estimate) จะสะท้อนให้เห็นความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มต่าง ๆ ยิ่งความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มมีมากเท่าใด ความแปรปรวนระหว่างกลุ่มก็ยิ่งแตกต่างกันมากเท่านั้น ความแปรปรวนแบบนี้เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ s_b^2

2) ค่าประมาณความแปรปรวนภายในกลุ่ม (within-

group variance estimate) จะสะท้อนให้เห็นความกระจัดกระจายของคะแนนภายในกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่ม ค่าความแปรปรวนภายในกลุ่มนี้คล้าย ๆ กับค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการทดสอบที (t - test) จึงมักเรียกความแปรปรวนภายในกลุ่มว่า ค่าความคลาดเคลื่อน (error term) ความแปรปรวนแบบนี้เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ s_w^2

การหาค่าประมาณความแปรปรวน (Variance estimate)

การหาค่าประมาณความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม และค่าประมาณความแปรปรวนภายในกลุ่ม ต้องเกี่ยวข้องกับค่าผลบวกของกำลังสองระหว่างกลุ่มและภายในกลุ่ม กับค่าชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degrees of freedom) ของความแปรปรวนแต่ละประเภทอีกด้วย กล่าวคือจากเอกลักษณ์เริ่มต้นต่อไปนี้ คือ

$$X_{ij}-\bar{X} = (X_{ij}-\bar{X}_j)+(\bar{X}_j-\bar{X})$$

หมายความว่าคะแนนเบี่ยงเบนจากคะแนนเฉลี่ยทั้งหมด มีค่าเท่ากับผลบวกระหว่างคะแนนเบี่ยงเบนของคะแนนแต่ละตัวจากค่าเฉลี่ยในแต่ละกลุ่ม กับคะแนนเบี่ยงเบนของค่าเฉลี่ยแต่ละกลุ่มจากค่าเฉลี่ยทั้งหมด จากหลักการที่กล่าวมานี้ เมื่อเขียนในรูปผลบวกของกำลังสองของค่าต่าง ๆ จะได้จะได้

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X})^2 =$$

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_j)^2 + \sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{X}_j-\bar{X})^2$$

เทอมซ้ายมือคือผลบวกของกำลังสองของทั้งหมด (SS_T) เทอมแรกทางขวามือคือ ผลบวกของกำลังสองภายในกลุ่ม (SS_W) และเทอมสุดท้ายคือ ผลบวกของกำลังสองระหว่างกลุ่ม (SS_B) เขียนสั้น ๆ เพื่อสะดวกในการจำก็คือ

$$SS_T = SS_W + SS_B$$

จากสมการข้างต้น แสดงให้เห็นว่า ผลบวกของกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนจากคะแนนเฉลี่ยทั้งหมด แยกย่อยเป็นผลบวกของกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนภายในกลุ่มกับผลบวกของกำลังสองของคะแนนเบี่ยงเบนระหว่างกลุ่ม ข้อสรุปดังกล่าวนี้ คือหลักการเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degrees of freedom)

ค่าของชั้นแห่งความเป็นอิสระที่สอดคล้องกับ SS_T คือ N-1 ชั้นแห่งความเป็นอิสระที่สอดคล้องกับ SS_W และ SS_B คือ N-K และ K-1 ตามลำดับ ค่าชั้นแห่งความเป็นอิสระทั้งสามแบบ เขียนเป็นเอกลักษณ์ได้ดังนี้

$$N-1 = (N-K)+(k-1)$$

สูตร ทั้งหมด ภายในกลุ่ม ระหว่างกลุ่ม

เมื่อนำค่าผลบวกของกำลังสองทั้งหมด ผลบวกของกำลังสองภายในกลุ่ม และผลบวกของกำลังสองระหว่างกลุ่ม หารด้วยชั้นแห่งความเป็นอิสระที่สอดคล้องกัน จะได้ค่าประมาณของความแปรปรวนทั้งหมด ความแปรปรวนภายในกลุ่มและความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม โดยเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้

1) $$s_t^2 = \frac{SS_T}{N-1} = \frac{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X})^2}{N-1}$$

2) $$s_w^2 = \frac{SS_W}{N-k} = \frac{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_j)^2}{N-k}$$

3) $$s_b^2 = \frac{SS_B}{k-1} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{X}_j-\bar{X})^2}{k-1}$$

เป็นที่น่าสังเกตว่า ผลบวกกำลังสองและชั้นแห่งความเป็นอิสระสามารถเขียนในรูปของผลบวก (additive terms) ได้ แต่ค่าประมาณความแปรปรวนเขียนในรูปของผลบวกเช่นนั้นไม่ได้เพราะความหมายแตกต่างกัน ค่าประมาณความแปรปรวนมักนิยมเรียกว่ากำลังสองของค่าเฉลี่ย (mean square)

สมมติฐานและค่าสถิติ F

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบข้อมูลจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือสมมติฐานเป็นกลาง H_o : $\mu_1=\mu_2= = \ldots = \mu_k$ และสมมติฐานไม่เป็นกลาง H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \ldots \neq \mu_k$ หรือ H_1 : ค่าเฉลี่ยของประชากรอย่างน้อย 1 คู่ไม่เท่ากัน ค่าสถิติ F คืออัตราส่วนที่เกิดจากค่าประมาณความแปรปรวนระหว่างกลุ่มหารด้วยค่าประมาณความแปรปรวนภายในกลุ่มหรือ $F = S_b^2 / S_w^2$ นำค่าสถิติ F ที่คำนวณได้นี้ไปเปรียบเทียบกับค่าสถิติ F จากตาราง ถ้าค่าที่คำนวณได้น้อยกว่าค่าจากตาราง ก็ยอมรับสมมติฐานเป็นกลาง แต่ถ้าค่าที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับค่าจากตาราง สามารถปฏิเสธสมมติฐานเป็นกลางและยอมรับสมมติฐานไม่เป็นกลางได้ ซึ่งแสดงว่ามีความแตกต่างกันระหว่างการจัดกระทำแบบต่าง ๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ α

ตาราง ANOVA

เนื่องจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน มีข้อมูลที่จะต้องนำเสนอหลายอย่าง เริ่มตั้งแต่แหล่งความแปรปรวน (Source of variation) ผลบวกกำลังสอง (SS) ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (df) ค่าประมาณความแปรปรวนหรือค่า Mean Squares (MS) และค่าสถิติ F เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์และตรวจสอบข้อมูล จึงนำเสนอด้วยตารางและเรียกตารางนี้ว่าตาราง ANOVA ดังนี้

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between	SS_B	k - 1	MS_B	MS_{B/MS_W}
Within	SS_W	N - k	MS_W	
Total	SS_T	N - 1		

ข้อสังเกตอย่างหนึ่งในการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ ถ้าค่าสถิติ F ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าการจัดกระทำต่าง ๆ นั้นไม่แตกต่างกัน ถือว่าสิ้นสุดการวิเคราะห์ข้อมูล สรุปผลการวิเคราะห์ได้เพียงแค่นี้ แต่ถ้าค่าสถิติ F มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับใดระดับหนึ่ง แสดงให้เห็นว่าต้องมีการจัดกระทำอย่างน้อยหนึ่งคู่หรือสองวิธีที่แตกต่างกัน แต่จะเป็นวิธีใดบ้างและแตกต่างกันอย่างไรนั้น ต้องใช้วิธีการทางสถิติอีกวิธีหนึ่งเรียกว่าการทดสอบเพื่อการเปรียบเทียบพหุคูณ (multiple comparison tests) เป็นการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็นรายคู่ มีวิธีคิดคำนวณหลายแบบซึ่งจะศึกษาการทดสอบแบบนี้โดยลำดับได้ต่อไป

ข้อตกลงหรือเงื่อนไขของวิธีใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน ก็คือกลุ่มตัวอย่างอิสระ (independent samples) จะต้องได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงของตัวแปรตามเป็นแบบปกติ (normality) และมีความแปรปรวนของประชากรเท่ากัน คือ $\delta_1^2 = \delta_2^2 = \ldots = \delta^2$ ถ้าต้องการทราบว่าข้อมูลที่ได้มามีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ก็ใช้การทดสอบที่เรียกว่า "การทดสอบภาวะสรุปสนิทสุด" (a test for goodness of fit) ถ้าต้องการทราบว่ากลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาเพื่อการทดลองนี้ มีค่าประมาณความแปรปรวนของประชากรแตกต่างกันหรือไม่ ก็ใช้วิธีทดสอบซึ่งเรียกว่า "การทดสอบความเป็นเอกพันธุ์ของความแปร

ปรวน" (test of homogeneity of variance)

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง (TWO - WAY ANOVA)

หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การศึกษาข้อมูลบางอย่างจะศึกษาเฉพาะตัวแปรเพียงตัวเดียวไม่ได้ เพราะตัวแปรที่ศึกษานั้นไปเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับตัวแปรอีกตัวหนึ่ง จึงจำเป็นต้องศึกษาตัวแปรทั้งสองพร้อม ๆ กัน เช่น ต้องการทราบว่าวิธีสอน 2 แบบ จะมีผลต่อนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง กลาง ต่ำ แตกต่างกันอย่างไร ลักษณะเช่นนี้จะเป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง ซึ่งมีหลักการวิเคราะห์ดังนี้

ถ้าเป็นการวัดเพียงครั้งเดียวของการทดลองแต่ละครั้ง ผลบวกของกำลังสองทั้งหมดจะแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ ผลบวกของกำลังสองระหว่างแถว (rows) หรือผลจากองค์ประกอบ A ผลบวกของกำลังสองระหว่างหลัก (columns) หรือผลจากองค์ประกอบ B และผลบวกของกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ หรือ อันตรกิริยา (interaction) หรือผลจากองค์ประกอบทั้ง A และB

ถ้าเป็นการวัดมากกว่าหนึ่งครั้งของการทดลองในแต่ละครั้ง ผลบวกของกำลังสองทั้งหมดจะแบ่งออกเป็น 4 ส่วนคือ ผลบวกของกำลังสองระหว่างแถว ผลบวกของกำลังสองระหว่างหลัก ผลบวกของกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ และผลบวกของกำลังสองภายในเซลล์ (within-cells sum of squares)

ตัวแปรแต่ละตัวอาจแบ่งย่อย ๆ ได้หลายประเภทหรือหลายระดับ เช่นให้ A แทนวิธีสอน ซึ่งแบ่งย่อยเป็นวิธีสอนแบบที่หนึ่ง (A_1) และวิธีสอนแบบที่สอง (A_2); B แทนระดับความสามารถของนักเรียน แบ่งย่อยเป็น 3 ระดับ คือ ความสามารถสูง (B_1) ความสามารถปานกลาง (B_2) และความสามารถต่ำ (B_3) เขียนในรูปแบบแผนองค์ประกอบ (factorial design) จะได้แบบแผน 2×3 หรือ 2 × 3 design เขียนในรูปของการเลือกหมู่เพื่อจัดกระทำข้อมูล (treatment combinations) ได้ดังนี้

	A_1	A_2
	B_1 B_2 B_3	B_1 B_2 B_3
Treatment Combination	A_1B_1 A_1B_2 A_1B_3	A_2B_1 A_2B_2 A_2B_3

จำนวนหมู่ทั้งหมดที่จะมีการจัดกระทำต่าง ๆ หรือเรียกสั้น ๆ ว่า จำนวนเซลล์ มีค่าเท่ากับผลคูณของประเภทย่อย ๆ หรือระดับย่อย ๆ ของตัวแปรทั้งสอง จากตัวอย่างที่กล่าวมาจะได้จำนวนเซลล์เท่ากับ 6 เซลล์

การหาค่าประมาณความแปรปรวน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง อาจเริ่มจากการแบ่งผลบวกของกำลังสองทั้งหมดเป็น 2 ส่วน เช่นเดียวกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว คือแบ่งเป็นผลบวกของกำลังสองภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มเสีย

วิเคราะห์เฉพาะผลบวกของกำลังสองระหว่าง

กลุ่ม จะพบว่ามี 3 ส่วนย่อยรวมอยู่ด้วยกัน คือผลบวกของกำลังสองของ A หรือ SS_A ผลบวกของกำลังสองของ B หรือ SS_B และผลบวกของกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง A กับ B หรือ SS_{AB} เขียนในรูปเอกลักษณ์ได้ดังนี้

$$SS_{bet} = SS_A + SS_B + SS_{AB}$$

ผลบวกของกำลังสองแต่ละจำนวน ต่างก็มีชั้นแห่งความเป็นอิสระที่สอดคล้องกันเป็นคู่ ๆ ไป ถ้าอาชั้นแห่งความเป็นอิสระที่สอดคล้องกัน ไปหารผลบวกของกำลังสองแต่ละตัว จะได้ค่าประมาณความแปรปรวนของประชากรดังนี้

$$S_r^2 = S_A^2 = SS_A / A-1$$

$$S_c^2 = S_B^2 = SS_B / B-1$$

$$S_{rc}^2 = S_{AB}^2 = SS_{AB} / (A-1)(B-1)$$

และ $$S_w^2 = S_{error}^2 = S_w / N-k$$

เมื่อ r แทนแถว (row) c แทนหลัก (column) และ n แทนจำนวนสมาชิกในแต่ละเซลล์ การนำเสนอข้อมูลใช้ตาราง ANOVA คล้ายกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว แต่จะมีตัวแปรต่าง ๆ เพิ่มมากขึ้น และแทนการใช้ MS อาจเปลี่ยนเป็นค่าประมาณความแปรปรวน (Variance estimate) ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

Sources of Variation	Sums Of Squares	df	Variance estimate	F
Rows	SS_r	R-1	s_r^2	s_r^2 / s_w^2
Columns	SS_c	C-1	s_c^2	s_c^2 / s_w^2
Interaction	SS_{rc}	(R-1)(C-1)	s_{rc}^2	s_{rc}^2 / s_w^2
Within cells	SS_w	RC(n-1)	s_w^2	
Total	SS_T	nRC-1		

การกำหนดสมมติฐานและสรุปผลจากค่าสถิติ F ที่คำนวณได้ มีลักษณะเช่นเดียวกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว สิ่งที่เพิ่มเติมสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางคือปฏิสัมพันธ์

ถ้าต้องการศึกษาว่า วิธีสอนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของครู 2 คน ซึ่งสอนนักเรียนที่มีความสามารถพอ ๆ กันคนละกลุ่ม จะทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกันหรือไม่ โดยมีเนื้อหาวิชาที่สอนและใช้ข้อสอบฉบับเดียวกันวัดผลการเรียนลักษณะเช่นนี้คือการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับครูผู้สอน ถ้าผลการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันหรือไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับครูผู้สอน กล่าวคือจะให้ครูคนใดคนหนึ่งสอนด้วยวิธีที่ 1 หรือวิธีที่ 2 ผลการเรียนของนักเรียนก็ไม่ต่างกัน ในทางตรงข้ามถ้าผลการเรียนของนักเรียนสองกลุ่มนี้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติแล้ว แสดงว่ามีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับครูผู้สอน

กล่าวคือ ถ้าให้ครูคนที่หนึ่งสอนด้วยวิธีที่ 1 จะเป็นผลดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากกว่าการให้ครูคนที่สองสอนด้วยวิธีที่ 2 เหล่านี้เป็นต้น

จากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง ถ้าค่า F_{rc} หรือค่า s_{rc}^2/s_w^2 มีนัยสำคัญทางสถิติ จะแสดงให้เห็นว่าตัวแปร A และตัวแปร B มีปฏิสัมพันธ์กัน ซึ่งจะต้องวิเคราะห์ต่อไปว่ามีความสัมพันธ์ในลักษณะใดบ้าง แต่ถ้าค่า F_{rc} ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ก็สรุปผลได้ว่าตัวแปร A และตัวแปร B ไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน

บังอร ภูวภิรมย์ขวัญ

บรรณานุกรม

บังอร ภูวภิรมย์ขวัญ **การวิเคราะห์สหสัมพันธ์ การถดถอย และความแปรปรวน** คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2526 : 355

Runyon, R.P. and Haber, A. **Fundamentals of Behavioral Statistics.** 4 th ed. New York McGraw-Hill, Inc., 1983 : 452.